Løsning S2 v16

① a) $f(x) = e^{-2x}$

$\underline{\underline{f'(x) = -2e^{-2x}}}$

b) $g(x) = \dfrac{x-3}{x-4}$ u / v

$g'(x) = \dfrac{1\cdot(x-4) - (x-3)\cdot 1}{(x-4)^2}$

$= \dfrac{x-4-x+3}{(x-4)^2}$

$= \underline{\underline{\dfrac{-1}{(x-4)^2}}}$

②

② $P(x) = x^3 - 6x^2 + 32$

a) $P(-2) = (-2)^3 - 6\cdot(-2)^2 + 32$

$= -8 - 24 + 32$

$= \underline{0}$ ok!

$(x^3 - 6x^2 + 32) : (x+2)$

$(x^3 - 6x^2 + 0x + 32) : (x+2) = \underline{x^2 - 8x + 16}$

$x^3 + 2x^2$

$-8x^2 + 0x$

$-8x^2 - 16x$

$16x + 32$

$16x + 32$

0

dvs $x^3 - 6x^2 + 32 = (x+2)(x^2 - 8x + 16)$

$x^3 - 6x^2 + 32 = 0$

$(x+2)(x^2 - 8x + 16) = 0$

$\underline{x = -2}$

2gr. formelen gir $\underline{x = 4}$

Nullpunkter $x = -2$ og $x = 4$

b) $P'(x) = 3x^2 - 12x$

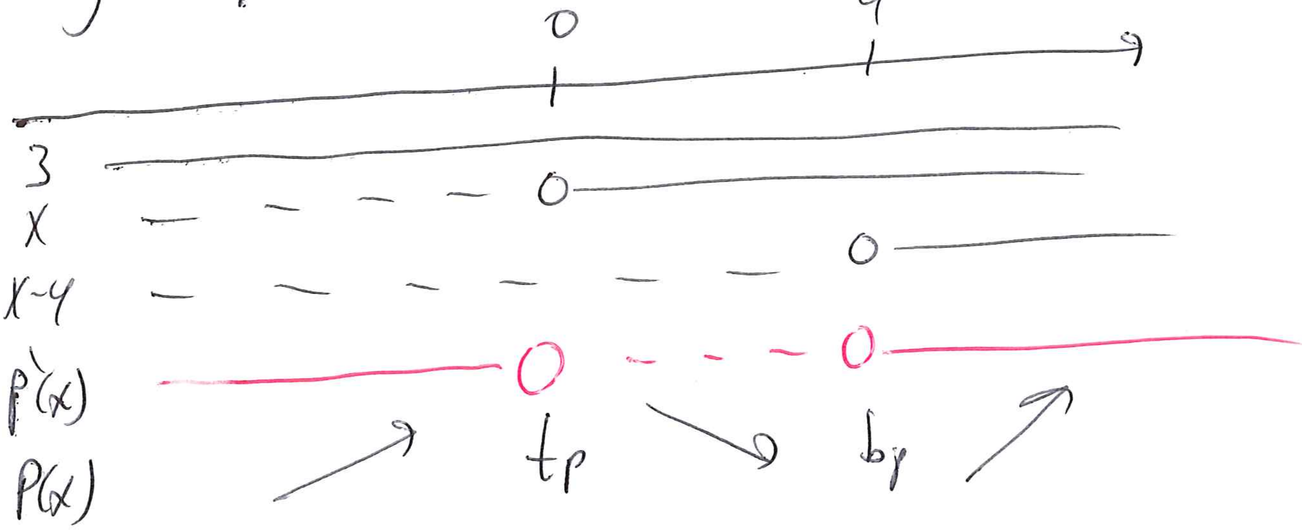
sette $P'(x) = 0$

$$3x^2 - 12x = 0$$

$$3x(x-4) = 0$$

$\underline{x = 0}$ eller $\underline{x = 4}$

Tegner fort.linje til $P'(x) = 3x(x-4)$



P har tp for $x=0$. y-koord: $P(0) = 0^3 - 6 \cdot 0^2 + 32$

$$= \underline{32}$$

$$\underline{\underline{tp(0, 32)}}$$

P har bp for $x=4$ y-koord: $P(4) = 4^3 - 6 \cdot 4^2 + 32$

$$= 64 - 96 + 32$$

$$= \underline{0}$$

$$\underline{\underline{bp(4, 0)}}$$

c) $p'(x) = 3x^2 - 12x$

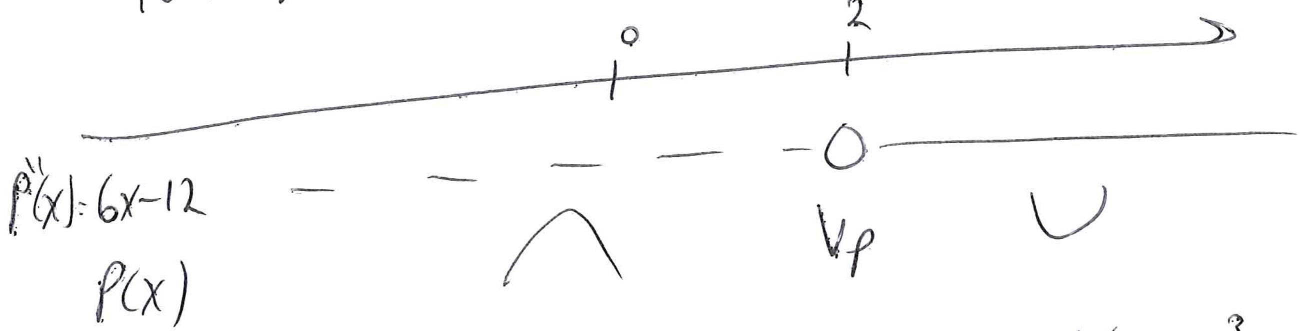
$p''(x) = 6x - 12$ setter $p''(x) = 0$

$6x - 12 = 0$

$6x = 12$

$\underline{x = 2}$

Fortegnslinje $p''(x) = 6x - 12$



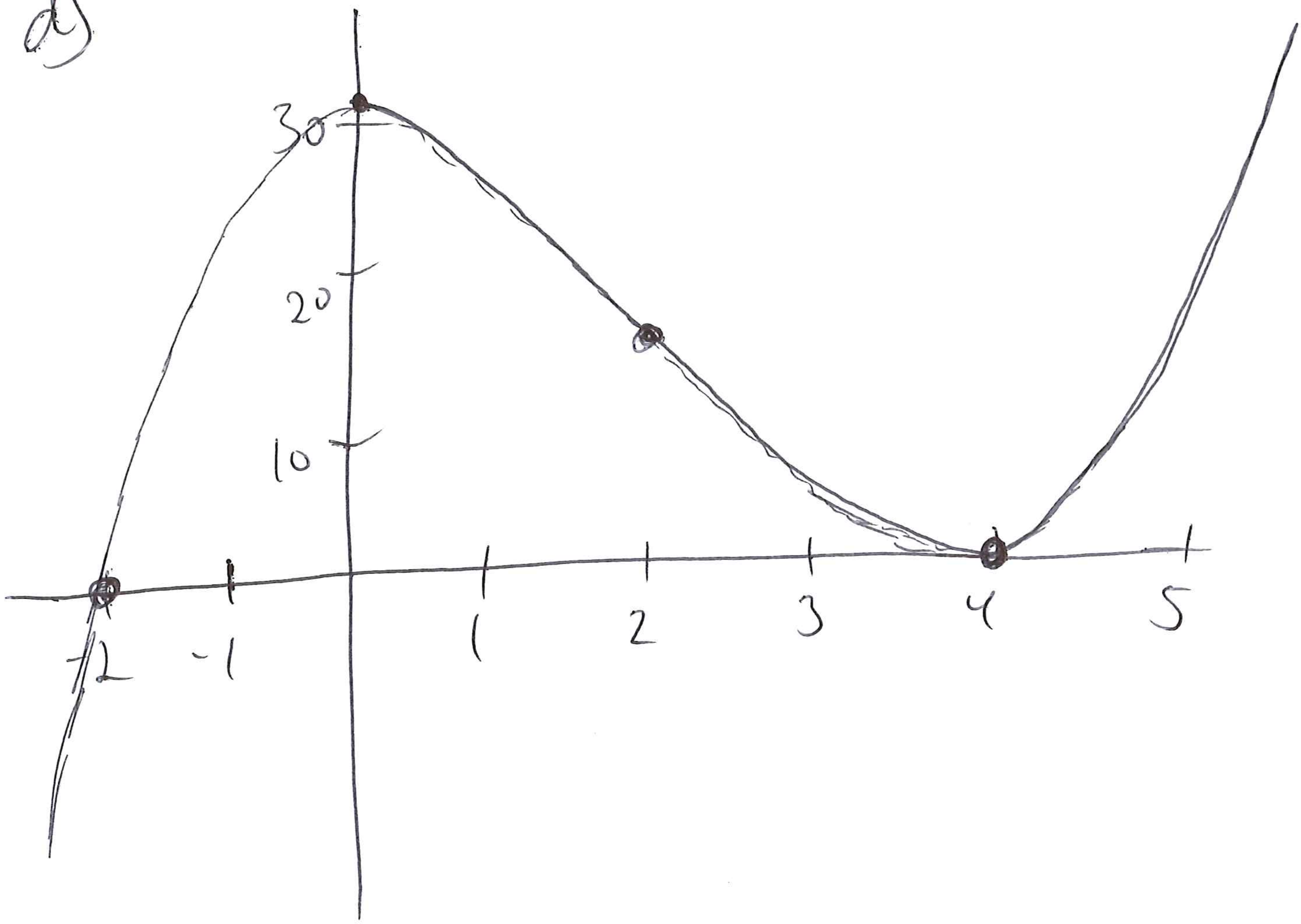
p har vendepunkt for $x = 2$. y-koord $P(2) = 2^3 - 6 \cdot 2^2 + 32$

$= 8 - 24 + 32$

$= \underline{16}$

$\underline{\underline{Vp(2, 16)}}$

d)



3

I $4x + 4y + 2z = 176$

II $2x + 4y + 2z = 142$

III $3x + 5y + 4z = 222$

Dele med 2 på begge side i I og II

I $2x + 2y + z = 88$

II $x + 2y + z = 71$

III $3x + 5y + 4z = 222$

Får z alene i I: $z = 88 - 2x - 2y$

II: $x + 2y + 88 - 2x - 2y = 71$

$-x + 88 = 71$

$-x = 71 - 88$

$-x = -17$

$\underline{x = 17}$

III $3x + 5y + 4(88 - 2x - 2y) = 222$

$3x + 5y + 352 - 8x - 8y = 222$

$-5x - 3y = 222 - 352$

$-5x - 3y = -130 \quad (\cdot -1)$

$5x + 3y = 130$

$x = 17$:

$5 \cdot 17 + 3y = 130$

$85 + 3y = 130$

$3y = 130 - 85$

$3y = 45$

$\underline{y = 15}$

$z = 88 - 2 \cdot 17 - 2 \cdot 15$

$= 88 - 34 - 30 = \underline{24}$

$\underline{x = 17,\ y = 15 \text{ og } z = 24}$

4

$$\overset{a_1}{16} + \overset{a_2}{17} + 18 + \cdots \cdots + \overset{a_n}{30}$$

a) Aritmetisk med $a_1 = 16$ og $d = 1$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$30 = 16 + (n-1) \cdot 1$$

$$30 = 16 + n - 1$$

$$30 = 15 + n$$

$$n = 30 - 15$$

$n = 15$ ledd

~~a_{15} er altså~~ (30 er altså a_{15})

Skal finne $S_{15} = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15$

$$= \frac{16 + 30}{2} \cdot 15$$

$$= \frac{46}{2} \cdot 15$$

$$= 23 \cdot 15$$

$$= 345$$

Det er 345 stokker i haugen

b) $a_4 = 11 \qquad a_7 = 20$

$$d = \frac{20-11}{3} = \frac{9}{3} = \underline{3}$$

$$a_1 = a_4 - 3 \cdot 3$$
$$= 11 - 9$$
$$\underline{\underline{a_1 = 2}}$$

$$a_{40} = a_1 + (n-1) \cdot d$$
$$= 2 + 39 \cdot 3$$
$$= 2 + 117$$
$$a_{40} = \underline{\underline{119}}$$

5) a) En rekke er geometrisk dersom man kan gange med det samme tallet for å få neste ledd i rekken.

f.eks $2+6+18+54+\ldots$ (gange her med $k=3$)

En rekke er aritmetisk dersom differansen mellom hvert ledd er den samme. f.eks

$2+5+8+11+14+\ldots$ (differansen $d=3$ her)

b) $10+5+\frac{5}{2}+\ldots$ Ser at $k=\frac{1}{2}$

~~Hvorfor bruke du k for ak~~

~~Hvorfor? Hvorfor?? Argh~~

$a_n = a_1 \cdot k^{n-1}$

$a_k = a_1 \cdot k^{k-1}$

$a_k = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$

~~$a_k =$~~

c) $b_k = \ln a_k$

$= \ln\left(10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}\right)$

$= \ln 10 + \ln\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$

$= \ln 10 + (k-1) \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

$b_k = \ln 10 + (k-1) \cdot -\ln 2$

$\boxed{\ln a \cdot b = \ln a + \ln b}$

$\boxed{\ln a^x = x \cdot \ln a}$

$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$

$\ln \frac{1}{2} = \ln 1 - \ln 2$

$= 0 - \ln 2$

$= -\ln 2$

$b_k = \ln 10 + (k-1) \cdot (-\ln 2)$

$(a_n = a_1 + (n-1) \cdot d)$

aritmetisk rekke med $b_1 = \ln 10$ og $d = -\ln 2$

$d = -\ln 2$

⑥ $f(x) = \ln(x^2+4)$

Kjerneregel

a) $f'(x) = \frac{1}{x^2+4} \cdot 2x$

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2+4}$$

Fortegnslinje $f'(x) = \frac{2x}{x^2+4}$

		0	
$2x$	– – – –	0	——
x^2+4	——	——	——
$f'(x)$	– – – –	0	——
$f(x)$	↘	b.p	↗

Grafen til f stiger når $x > 0$

og synker når $x < 0$

---

b) Fra a) vet vi at A utgår

Står mellom B, C og D.

Jeg velger å finne vendepunktene til $f(x)$

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2+4} \qquad \begin{matrix} u \\ v \end{matrix}$$

$$f''(x) = \frac{2(x^2+4) - 2x \cdot 2x}{(x^2+4)^2}$$

$$= \frac{2x^2+8-4x^2}{(x^2+4)^2}$$

$$\underline{f''(x) = \frac{8-2x^2}{(x^2+4)^2}}$$

Setter $f''(x) = 0$

Da må telleren være lik 0

$$8-2x^2 = 0$$

$$2x^2 = 8$$

$$x^2 = 4$$

$$\underline{x = \pm\sqrt{4}} \quad \text{dvs} \quad \underline{x = \pm 2}$$

f har vp for $\underline{x=2}$ og $\underline{x=-2}$

Det passer med graf C

7

x	0	10	20
$P(X=x)$	0,2	0,5	a

a) $a = 1 - 0{,}2 - 0{,}5$

$\underline{\underline{a = 0{,}3}}$

b) $\mu = 0 \cdot 0{,}2 + 10 \cdot 0{,}5 + 20 \cdot 0{,}3$

$= 0 + 5 + 6$

$\mu = \underline{\underline{11}}$

$Var(X) = (0-11)^2 \cdot 0{,}2 + (10-11)^2 \cdot 0{,}5 + (20-11)^2 \cdot 0{,}3$

$= 121 \cdot 0{,}2 + 1 \cdot 0{,}5 + 81 \cdot 0{,}3$

$= 24{,}2 + 0{,}5 + 24{,}3$

$= 24{,}7 + 24{,}3$

$= \underline{49}$

$\sigma = \sqrt{49} = \underline{7}$

$\underline{\underline{\sigma = 7}}$

8) a) $P(22 < X < 42) = 1 - 0{,}106 - 0{,}106$

$= 1 - 0{,}212$

$= 0{,}788$

b) μ ligger midt mellom 22 og 42

$\mu = 33$

c) $z = \dfrac{X - \mu}{\sigma}$

$X = 22$ gir areal $0{,}106$

Ser fra tabellen at da er $z = -1{,}25$

$-1{,}25 = \dfrac{22 - 33}{\sigma}$

$-1{,}25\sigma = -11$

$\sigma = \dfrac{-11}{-1{,}25}$

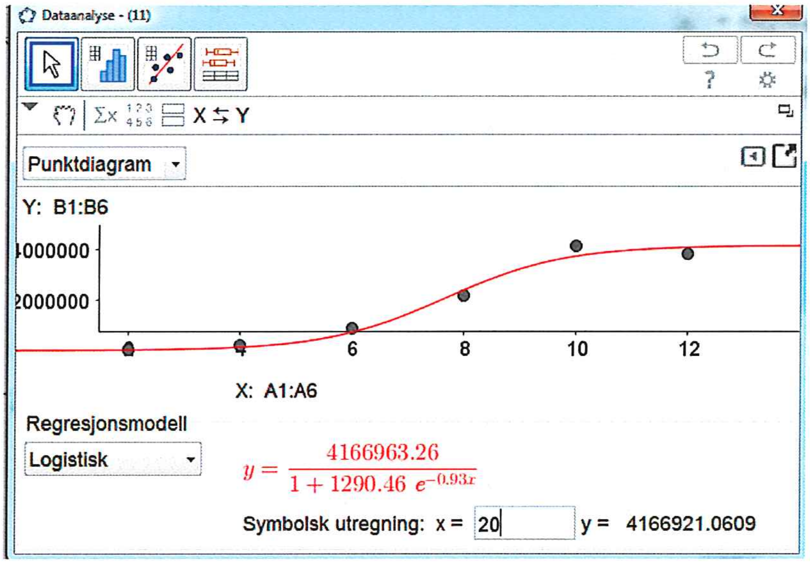
$\sigma = 8{,}8$

Del 2

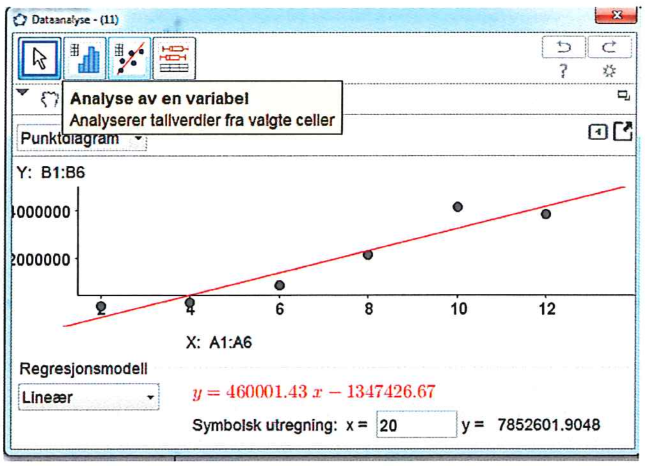
Oppgave 1: Setter 2002 som x=2, 2004 som x=4 osv

Regneark

	A	B
1	2	19700
2	4	188800
3	6	895000
4	8	2153...
5	10	4144...
6	12	3835...

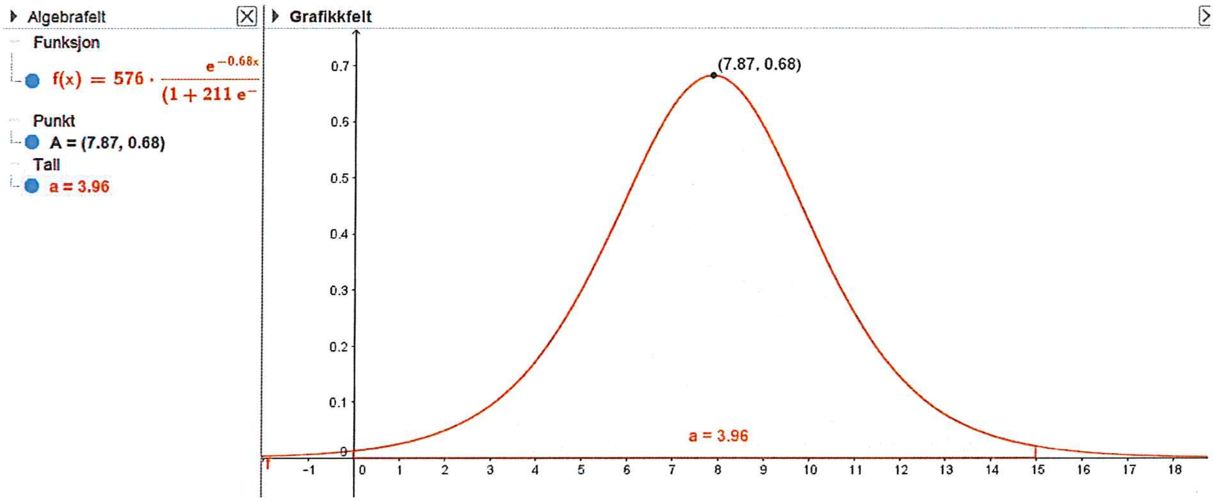


Ser at x=20 (2020) gir ca 4 millioner, han har brukt logistisk modell



Han andre har tydeligvis brukt en lineær modell.

b)



Tegner grafen til økningen (g'(x)). Bruker ekstremalpunkt og ser at økningen er på topp etter 7,87 år.

<u>Det øker raskest i 2008.</u>

c) Bruker integral og får 3,96.

<u>Den totale økningen i perioden fra 2000 til 2015 var på 3,96 millioner.</u>

Oppgave 2:

a)

CAS

1	K(x):=a*x^2+b*x+c $\rightarrow$ $K(x) := a\,x^2 + b\,x + c$
2	K(50)=3225 $\rightarrow$ $2500\,a + 50\,b + c = 3225$
3	K(100)=4900 $\rightarrow$ $10000\,a + 100\,b + c = 4900$
4	K'(100)=41 $\rightarrow$ $200\,a + b = 41$
5	{$2, $3, $4} NLøs: $\left\{a = \frac{3}{20}, b = 11, c = 2300\right\}$

6	A(x):=3/20*x^2+11x+2300 $\rightarrow$ $A(x) := \frac{3}{20}\,x^2 + 11\,x + 2300$
7	A'(x) $\approx$ $0.3\,x + 11$

b)

1	I(x):=3200ln(2.5x+11) $\rightarrow$ $I(x) := 3200\,\ln\left(\frac{5}{2}\,x + 11\right)$
2	K'(x):=0.3x+11 $\rightarrow$ $K'(x) := \frac{3}{10}\,x + 11$
3	I'(100) $\approx$ 30.65
4	K'(100) $\approx$ 41

Siden grensekostnadene er høyere enn grenseinntektene ved 100 produserte enheter, bør bedriften ikke øke produksjonen.

c)

5	I'(x)=K'(x),x=1 NLøs: $\{x = 84\}$

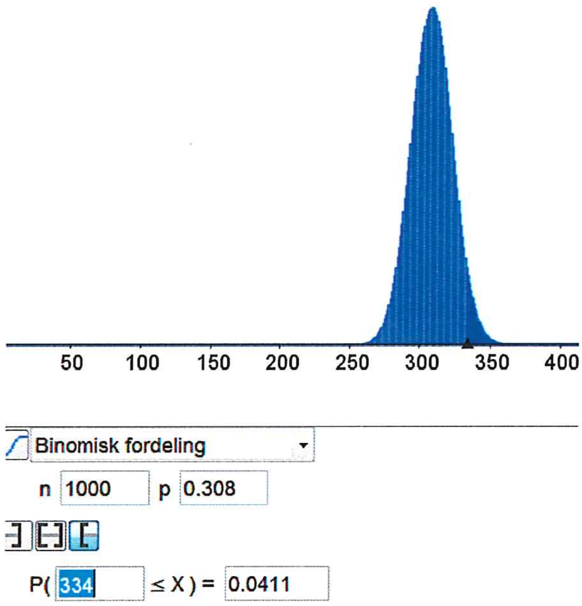
De må produsere 84 enheter

Oppgave 3:

a) En binomisk fordeling er tilnærmet normalfordelt dersom n er stor. Her er n lik 1000 og det betyr at fordelingen er tilnærmet normalfordelt.

b) E(X)=n*p=1000*0.308=<u>308 personer</u>

STD(X)=$\sqrt{1000 * 0.308 * 0.692} = 14.6\ personer$



c)

Vi får en p-verdi på 4,11 %. Med et signifikansnivå på 5 % vil vi si at vi har grunnlag for å si at oppslutningen har økt.

Oppgave 4:

a)

1	x*1.025^18=100000
	NLøs: $\{x = 64116.59\}$

64117 kr

b)

OBS! Det første beløpet på «0-årsdagen», det attende og siste beløpet på 17-årsdagen.

Når han fyller 18 har det siste beløpet stått inne i et år.

2	Sum[x*1.025^n, n, 1, 18]=100000
	NLøs: $\{x = 4358.06\}$

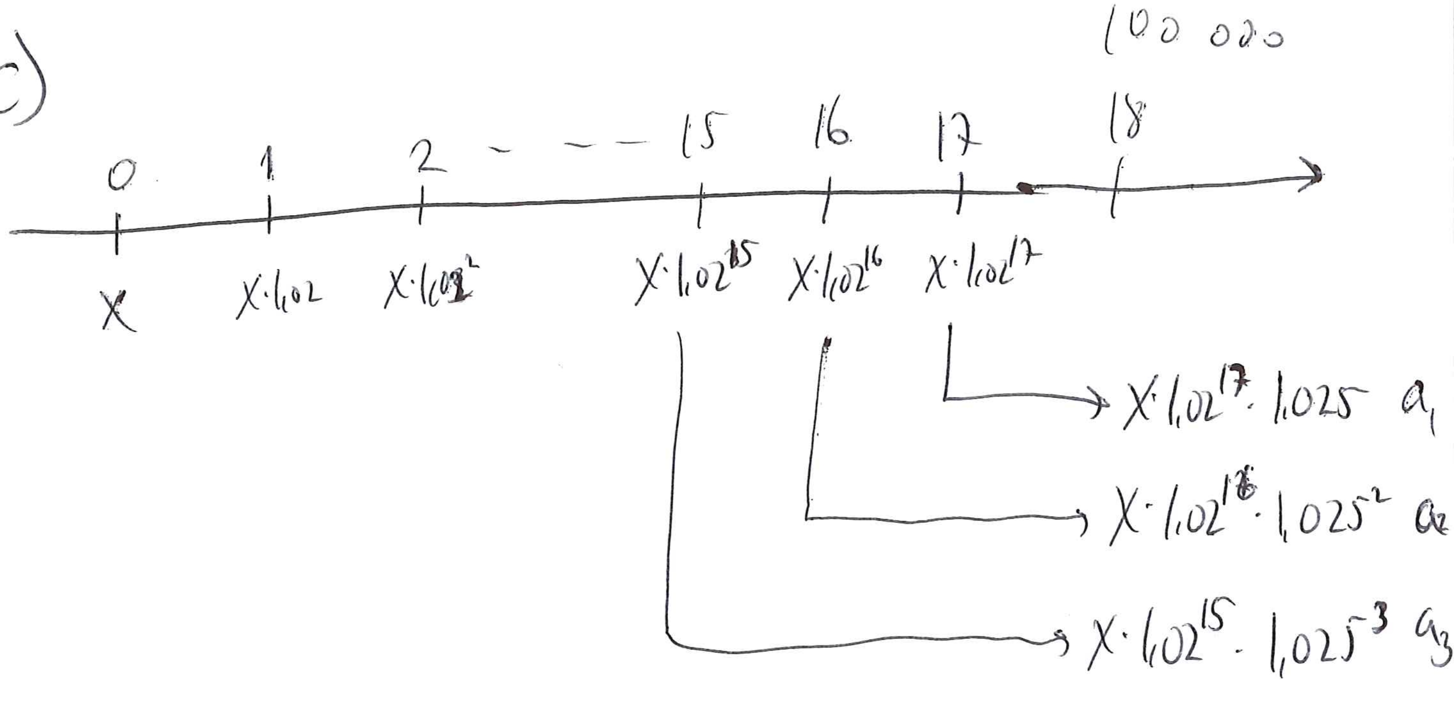
4358 kr

c)

3	Sum[x*1.02^(18-n)*1.025^n,n,1,18]=100000
	NLøs: $\{x = 3712.01\}$

Se forklaring neste side

4c)



Ser at $a_n = X \cdot 1{,}02^{(18-n)} \cdot 1{,}025^n$

Bruker så CAS (Vil at $S_{18} = 100\ 000$)