

Eksamen

24.11.2016

REA3026 Matematikk S1

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar
Hjelpemiddel på del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	<p>Del 1 har 8 oppgåver. Del 2 har 4 oppgåver.</p> <p>Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing.</p> <p>Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast med utskrift eller gjennom ein IKT-basert eksamen.</p>
Rettleiing om vurderinga:	<p>Poeng i del 1 og del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du</p> <ul style="list-style-type: none">– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel– vurderer om svar er rimelege– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar
Andre opplysningar:	<p>Kjelder for bilete, teikningar osv.:</p> <ul style="list-style-type: none">• Alle grafar og figurar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

Utan hjelpemiddel

Oppgave 1 (4 poeng)

Løys likningane

a) $\frac{2x-1}{3} - \frac{3x+2}{4} = \frac{5}{6}$

b) $\lg(2x-6) = 2$

Oppgave 2 (4 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg

a) $a(a-b) + b(b-a)$

b) $\frac{(ab^2)^2 b^{-3}}{a^2(b^{-1})^2}$

c) $\lg 2 + \lg 4 + \lg 9 - \lg 3 - \lg 8$

Oppgave 3 (4 poeng)

På måndag hadde Per og Ola til saman 200 kroner. Dagen etter hadde Per brukt halvparten av sine pengar, medan Ola hadde brukt 10 kroner. Til saman hadde dei no 110 kroner igjen.

- a) Set opp eit likningssystem som beskriv situasjonen.
- b) Bestem kor mykje pengar Per hadde på måndag.

Oppgave 4 (2 poeng)

Løys ulikskapen

$$x^2 + 6 \leq 5x$$

Oppgave 5 (4 poeng)

Line, Lars og fire venner skal på kino. Dei har seks nummererte billetter. Billettane blir delte ut tilfeldig.

a) Kor mange måtar kan dei seks billettane delast ut på?

Fire av billettane er på rad 8 og to billetter er på rad 9.

b) Bestem sannsynet for at Line og Lars får billetter på rad 9.

Oppgave 6 (9 poeng)

Per har fått sommarjobb på ein møbelfabrikk. Der skal han setje saman stolar. Det viser seg at funksjonen S gitt ved

$$S(t) = 17t - 0,5t^2, \quad t \in [0, 8]$$

er ein god modell for kor mange stolar han greier å setje saman i løpet av t timar på ein normal dag.

a) Teikn ei skisse av grafen til S .

b) Bestem den gjennomsnittlege vekstfarten til S i tidsrommet $[0, 4]$.
Kva fortel dette svaret deg?

c) Bestem $S'(4)$. Kva fortel dette svaret deg?

Per får 10 kroner per stol han set saman.

d) Kor mykje tener han dersom han jobbar 4 timar?

Ein dag var den gjennomsnittlege timelønna 140 kroner.

e) Kor lenge jobba han denne dagen?

Oppgave 7 (5 poeng)

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 8x^2 + 5x + 14$$

- a) Kva for eit av dei tre faktoriserte polynoma nedanfor er det same som $f(x)$?

$$P_1(x) = (x - 2)(x^2 - 6x + 7)$$

$$P_2(x) = (x + 2)(x^2 - 6x - 7)$$

$$P_3(x) = (x - 2)(x^2 - 6x - 7)$$

- b) Bruk det du fann i oppgave a), til å bestemme nullpunkta til f .
- c) Bestem x-koordinatar til eventuelle topp- og botnpunkt på grafen til f .

Oppgave 8 (4 poeng)

Eit område i planet er avgrensa av dei tre ulikskapane

$$y - 5x \leq 9$$

$$5y - x \geq -3$$

$$x + y \leq 3$$

- a) Skraver området i eit koordinatsystem.
- b) Avgjer om det finst punkt (x, y) i det skraverte området som oppfyller likninga $3x + y = 5$.

DEL 2

Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (4 poeng)

To skoleklassar har vore på teater. Rektor ved skolen får to rekningar frå teateret.

Rekning 1: 23 elevar og 4 lærarar, totalt 1760 kroner

Rekning 2: 13 elevar og 7 lærarar, totalt 1445 kroner

- a) Forklar at likningssystemet

$$23x + 4y = 1760$$

$$13x + 7y = 1445$$

kan brukast til å finne prisen per billett for elevane og for lærarane.

- b) Bruk CAS til å bestemme billettprisane.

Oppgåve 2 (7 poeng)

I pengespelet Lotto blir det lagt 34 kuler i ein behaldar. Kvar kule er nummerert med eitt av tala frå 1 til 34. Sju kuler blir trekte tilfeldig utan tilbakelegging. Tala på dei sju kulene er vinnartala.

- a) Forklar at sannsynet for at nøyaktig 4 av vinnartala er mindre enn 10, er gitt ved

$$\frac{\binom{9}{4} \cdot \binom{25}{3}}{\binom{34}{7}}$$

- b) Bestem sannsynet for at 3 eller færre av vinnartala er mindre enn 10.

Vi lar p vere sannsynet for at talet 11 ikkje er blant vinnartala i ein speleomgang.

- c) Vis at $p \approx 0,794$.

Kåre følgjer med i Lotto. I løpet av dei 10 første speleomgangane eit år blir talet 11 ikkje trekt ut ein einaste gong.

- d) Bestem sannsynet for at dette skulle skje.

Oppgåve 3 (7 poeng)

Tabellen nedanfor viser det samla talet på registrerte elbilar i Noreg i  ra 2010 2014.

�rstal	2010	2011	2012	2013	2014
Talet på elbilar	2 035	3 849	7 961	17 670	38 422

- La x vere talet på år etter 2010. Bestem ein eksponentiell modell som passar med verdiane i tabellen.
- Når vil det samla talet på registrerte elbilar passere 200 000 dersom vi legg denne modellen til grunn?

Ein modell for talet på registrerte bensin- og dieslbilar til privat bruk er gitt ved

$$g(x) = -800x^3 - 600x^2 + 65000x + 2300000$$

der x er talet på år etter 2010.

- Bruk grafteiknar til å teikne grafane til g og f i same koordinatsystem.
- Når vil det ifølgje modellane vere fleire registrerte elbilar enn privatbilar som går på bensin eller diesel?

Oppgåve 4 (6 poeng)

I eit område blir det planlagt ein parkeringsplass for bilar og bussar. Det totale tilgjengelege parkeringsarealet er på 1000 m². Kvar oppstillingsplass for bilar skal vere på 12 m², medan kvar oppstillingsplass for bussar skal vere på 50 m². Parkeringsplassen har lov til å ta imot maksimalt 60 køyretøy.

La x vere talet på bilar, og la y vere talet på bussar på parkeringsplassen.

a) Forklar at opplysningane gir desse ulikskapane:

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$x + y \leq 60$$

$$6x + 25y \leq 500$$

b) Skraver området som er avgrensa av ulikskapane ovanfor, i eit koordinatsystem.

Timeprisen for parkering er 30 kroner for bilar og 100 kroner for bussar.

c) Kor mange bilar og kor mange bussar må stå på plassen for at inntektene skal bli størst mogleg? Kva blir inntektene da?

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler
Hjelpemidler på del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	<p>Del 1 har 8 oppgaver. Del 2 har 4 oppgaver.</p> <p>Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling.</p> <p>Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert eksamen.</p>
Veiledning om vurderingen:	<p>Poeng i del 1 og del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du</p> <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– vurderer om svar er rimelige– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger
Andre opplysninger:	<p>Kilder for bilder, tegninger osv.:</p> <ul style="list-style-type: none">• Alle grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng)

Løs ligningene

a) $\frac{2x-1}{3} - \frac{3x+2}{4} = \frac{5}{6}$

b) $\lg(2x-6) = 2$

Oppgave 2 (4 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a) $a(a-b) + b(b-a)$

b) $\frac{(ab^2)^2 b^{-3}}{a^2(b^{-1})^2}$

c) $\lg 2 + \lg 4 + \lg 9 - \lg 3 - \lg 8$

Oppgave 3 (4 poeng)

På mandag hadde Per og Ola til sammen 200 kroner. Dagen etter hadde Per brukt halvparten av sine penger, mens Ola hadde brukt 10 kroner. Til sammen hadde de nå 110 kroner igjen.

a) Sett opp et ligningssystem som beskriver situasjonen.

b) Bestem hvor mye penger Per hadde på mandag.

Oppgave 4 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$x^2 + 6 \leq 5x$$

Oppgave 5 (4 poeng)

Line, Lars og fire venner skal på kino. De har seks nummererte billetter. Billettene blir delt ut tilfeldig.

- a) Hvor mange måter kan de seks billettene deles ut på?

Fire av billettene er på rad 8 og to billetter er på rad 9.

- b) Bestem sannsynligheten for at Line og Lars får billetter på rad 9.

Oppgave 6 (9 poeng)

Per har fått sommerjobb på en møbelfabrikk. Der skal han sette sammen stoler. Det viser seg at funksjonen S gitt ved

$$S(t) = 17t - 0,5t^2, \quad t \in [0, 8]$$

er en god modell for hvor mange stoler han greier å sette sammen i løpet av t timer på en normal dag.

- a) Tegn en skisse av grafen til S .
- b) Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten til S i tidsrommet $[0, 4]$.
Hva forteller dette svaret deg?
- c) Bestem $S'(4)$. Hva forteller dette svaret deg?

Per får 10 kroner per stol han setter sammen.

- d) Hvor mye tjener han dersom han jobber 4 timer?

En dag var den gjennomsnittlige timelønnen 140 kroner.

- e) Hvor lenge jobbet han denne dagen?

Oppgave 7 (5 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 8x^2 + 5x + 14$$

a) Hvilket av de tre faktoriserte polynomene nedenfor er det samme som $f(x)$?

$$P_1(x) = (x - 2)(x^2 - 6x + 7)$$

$$P_2(x) = (x + 2)(x^2 - 6x - 7)$$

$$P_3(x) = (x - 2)(x^2 - 6x - 7)$$

b) Bruk det du fant i oppgave a), til å bestemme nullpunktene til f .

c) Bestem x-koordinater til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f .

Oppgave 8 (4 poeng)

Et område i planet er begrenset av de tre ulikhetene

$$y - 5x \leq 9$$

$$5y - x \geq -3$$

$$x + y \leq 3$$

a) Skraver området i et koordinatsystem.

b) Avgjør om det finnes punkter (x, y) i det skraverte området som oppfyller ligningen $3x + y = 5$.

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng)

To skoleklasser har vært på teater. Rektor ved skolen får to regninger fra teateret.

Regning 1: 23 elever og 4 lærere, totalt 1760 kroner

Regning 2: 13 elever og 7 lærere, totalt 1445 kroner

a) Forklar at ligningssystemet

$$23x + 4y = 1760$$

$$13x + 7y = 1445$$

kan brukes til å finne prisen per billett for elevene og for lærerne.

b) Bruk CAS til å bestemme billettprisene.

Oppgave 2 (7 poeng)

I pengespillet Lotto legges 34 kuler i en beholder. Hver kule er nummerert med ett av tallene fra 1 til 34. Sju kuler trekkes tilfeldig uten tilbakelegging. Tallene på de sju kulene er vinnertallene.

a) Forklar at sannsynligheten for at nøyaktig 4 av vinnertallene er mindre enn 10, er gitt ved

$$\frac{\binom{9}{4} \cdot \binom{25}{3}}{\binom{34}{7}}$$

b) Bestem sannsynligheten for at 3 eller færre av vinnertallene er mindre enn 10.

Vi lar p være sannsynligheten for at tallet 11 ikke er blant vinnertallene i en spilleomgang.

c) Vis at $p \approx 0,794$.

Kåre følger med i Lotto. I løpet av de 10 første spilleomgangene et år blir tallet 11 ikke trukket ut en eneste gang.

d) Bestem sannsynligheten for at dette skulle skje.

Oppgave 3 (7 poeng)

Tabellen nedenfor viser det samlede antallet registrerte elbiler i Norge i årene 2010–2014.

Årstall	2010	2011	2012	2013	2014
Antall elbiler	2 035	3 849	7 961	17 670	38 422

- a) La x være antall år etter 2010. Bestem en eksponentiell modell som passer med verdiene i tabellen.
- b) Når vil det samlede antallet registrerte elbiler passere 200 000 dersom vi legger denne modellen til grunn?

En modell for antall registrerte bensin- og dieslbiler til privat bruk er gitt ved

$$g(x) = -800x^3 - 600x^2 + 65\,000x + 2\,300\,000$$

der x er antall år etter 2010.

- c) Bruk graftegner til å tegne grafene til g og f i samme koordinatsystem.
- d) Når vil det ifølge modellene være flere registrerte elbiler enn privatbiler som går på bensin eller diesel?

Oppgave 4 (6 poeng)

I et område planlegges en parkeringsplass for biler og busser. Det totale tilgjengelige parkeringsarealet er på 1000 m². Hver oppstillingsplass for biler skal være på 12 m², mens hver oppstillingsplass for busser skal være på 50 m². Parkeringsplassen har lov til å ta imot maksimalt 60 kjøretøy.

La x være antall biler, og la y være antall busser på parkeringsplassen.

a) Forklar at opplysningene gir følgende ulikheter:

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$x + y \leq 60$$

$$6x + 25y \leq 500$$

b) Skriver området som er begrenset av ulikhetene ovenfor, i et koordinatsystem.

Timeprisen for parkering er 30 kroner for biler og 100 kroner for busser.

c) Hvor mange biler og hvor mange busser må stå på plassen for at inntektene skal bli størst mulig? Hva blir inntektene da?



Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no