

Terminprøve matematikk R2 vår 2017

INFORMASJON OM OPPGAVEN

Prøvetid

Prøven varer i 5 timer.

Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn etter 5 timer.

Hjelpemidler på Del 1

Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.

Hjelpemidler på Del 2

Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.

Lærestoff

Prøven bygger på lærestoffet i Sigma R2.

Framgangsmåte

Du skal svare på alle oppgavene.

Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte.

Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.

Veiledning om vurderingen

Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at læreren din vurderer i hvilken grad du

- viser regneferdigheter og matematisk forståelse
- gjennomfører logiske resonnementer
- ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner
- kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler
- vurderer om svar er rimelige
- forklarer framgangsmåter og begrunner svar
- skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

Del 1 – Uten hjelpemidler

OPPGAVE 1 (3 POENG)

Deriver funksjonene.

- a) $f(x) = 2 \cos 2x$
- b) $g(x) = e^{-x^2} \cos x$

OPPGAVE 2 (4 POENG)

Bestem integralene.

- a) $\int_0^2 (x^3 - 2x + 4) dx$
- b) $\int x \sin 2x dx$

OPPGAVE 3 (6 POENG)

Punktene $A(1, 1, 1)$, $B(3, -3, 4)$ og $C(1, 3, -1)$ er gitt.

- a) Vis at likningen for planet α som A , B og C ligger i er gitt ved $x + 2y + 2z - 5 = 0$.
- b) Bestem arealet av trekant ABC .
- c) Punktet D er gitt ved $D(2t, t, 2t)$.

Bestem volumet av tetraederet $ABCD$.

For hvilke verdi av t ligger D i planet α ?

OPPGAVE 4 (5 POENG)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 3 \cos 2x, \quad x \in \langle 0, 2\pi \rangle$$

- a) Bestem eventuelle nullpunkter til f .
- b) Bestem eventuelle topp- eller bunnpunkter på grafen til f .
- c) Lag en skisse av grafen til f .

OPPGAVE 5 (5 POENG)

Gitt rekka $1 + 3x + 9x^2 + 27x^3 + \dots$

- a) Bestem konvergensområdet til rekka.
- b) Bestem x slik at summen av rekka blir $\frac{3}{2}$.
- c) Vis ved induksjon at $1 + 3 + 9 + \dots + 3^{n-1} = \frac{3^n - 1}{2}$.

OPPGAVE 6 (6 POENG)

Løs differensiallikningene.

- a) $y' + xy = x$, der $y(0) = 0$
- b) $y' = \sqrt{y}x$, (bare generell løsning)
- c) $y'' - y = 0$, der $y(0) = 1$ og $y'(0) = 0$

OPPGAVE 7 (2 POENG)

En kuleflate er gitt ved

$$x^2 - 4x + y^2 - 2y + z^2 - 4z = 0$$

Bestem sentrum og radius i kula.

OPPGAVE 8 (5 POENG)

Gitt funksjonen $g(x) = \cos x$.

- a) Finn arealet avgrenset av grafen til g , x -aksen og linjene $x = 0$ og $x = \frac{5\pi}{6}$.
- b) En trigonometrisk formel er gitt ved $\cos(u + v) = \cos u \cdot \cos v - \sin u \cdot \sin v$. Bruk blant annet denne formelen til å vise at $\cos^2 x = \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{2}$.
- c) Bestem volumet av omdreiningslegemet vi får når grafen til g dreies 360° om x -aksen mellom $x = 0$ og $x = \frac{\pi}{2}$.

Del 2 – Med hjelpemidler

OPPGAVE 1 (6 POENG)



© 2017 JupiterImages Corporation

I en liten bygd er det 2000 innbyggere ved inngangen til 2017. En prognose anslår at fødselstallet til enhver tid vil være 1,8 % per år av innbyggertallet, mens dødstallet til enhver tid er 2,3 % per år. Bygda har satt i gang en rekke tiltak for å forebygge fraflytting og øke innvandringen. Som et resultat av dette regner de med en netto innvandring til bygda på 20 personer per år. La $y(t)$ være folketallet i bygda t år etter 2017.

- a) Forklar at differensiallikningen nedenfor beskriver folketallet i bygda t år etter 2017.

$$y' = -0,005y + 20, \quad y(0) = 2000$$

- b) Løs differensiallikningen.
- c) Hva er folketallet etter 5 år ifølge modellen? Ser det ut til at bygdas tiltak har en positiv effekt på innbyggertallet?

OPPGAVE 2 (6 POENG)

Gitt funksjonen $f(x) = x^3 - 7x^2 + 9x$.

- Tegn grafen til f for $x \in [0, 7]$.
- Finn arealet av området som er avgrenset av x -aksen og grafen til f .
- Bruk CAS til å bestemme k slik at $\int_0^k (x^3 - 7x^2 + 9x) dx = 0$. Kommenter svaret.

OPPGAVE 3 (4 POENG)

En aritmetisk rekke har $a_5 = 23$ og $S_{20} = 1010$.

- Sett opp et likningssett med to likninger og to ukjente med utgangspunkt i opplysningene ovenfor.
- Bruk CAS til å finne a_1 og differansen d .

OPPGAVE 4 (8 POENG)

Gitt tre punkter $A(2, 4, 0)$, $B(4, 1, 0)$ og $C(3, 5, 3)$.

- Vis at planet som inneholder $\triangle ABC$, er gitt ved $-9x - 6y + 5z = -42$.
- Vis at $P\left(3, 3, \frac{3}{5}\right)$ ligger i planet.
- Punktet P er sentrum i en kule som tangerer planet $\beta: 2x + y - 5z = 2$. Finn likningen for kula.
- Kuleflaten i oppgave c danner en skjæringssirkel med xy -planet. Vis at radius i denne skjæringssirkelen er $\sqrt{\frac{13}{75}}$.