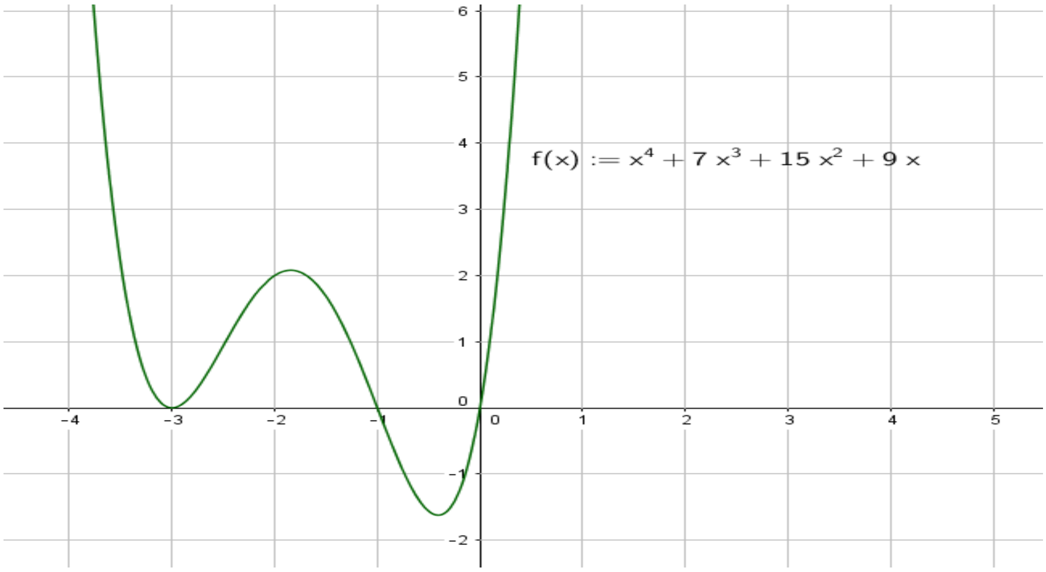
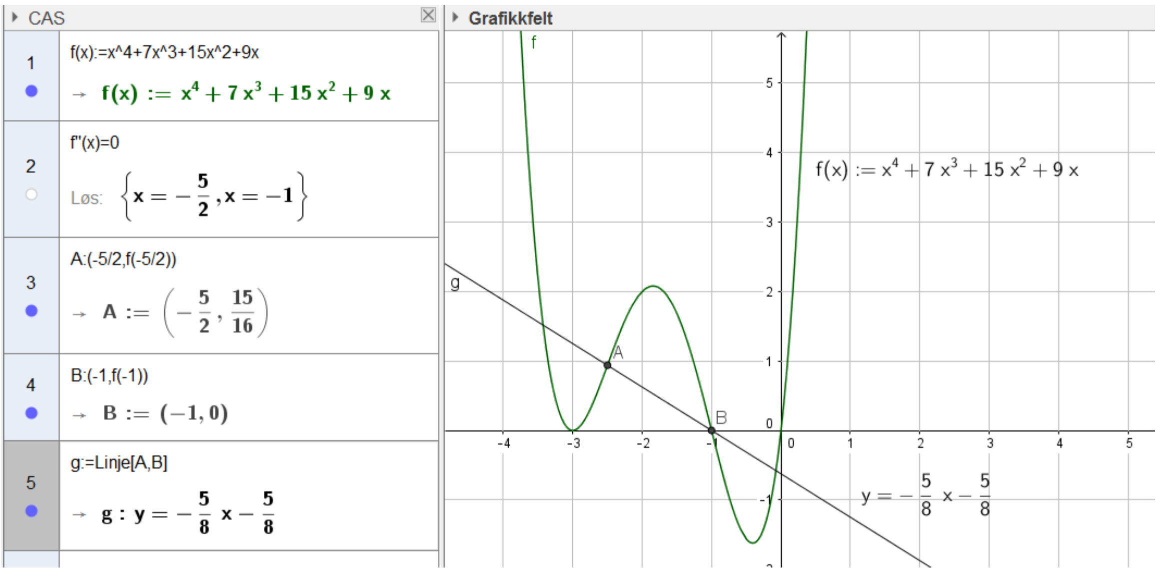
Oppgave 1

a)

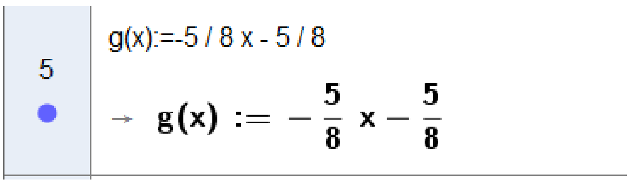


b)

Finner x- koordinatene til vendepunktene (CAS linje 2), punktene A,B (linje 3 og 4) og linja gjennom A og B (linje 5)



Definerer linja g: som g(x)

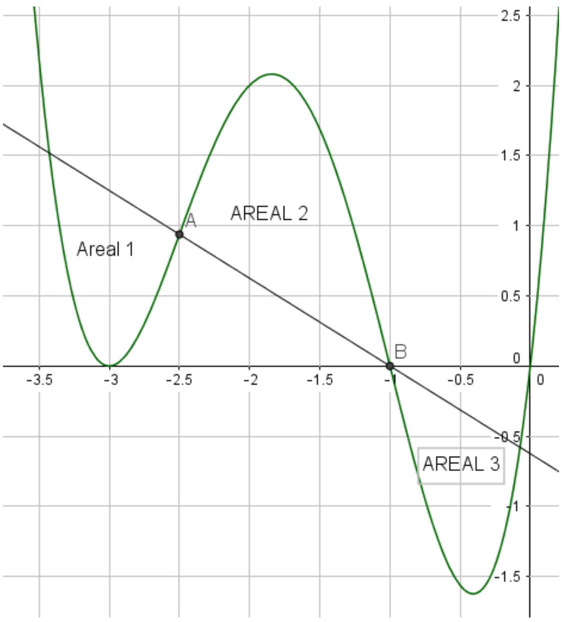


c)

Finner de 2 andre skjæringene mellom f(x) og g(x) og kaller x-koordinatene for a og b. (CAS linje 6-8)

<u>Regner ut integralet mellom f(x) og g(x) fra a til b : (linje 9 og 10) = 0.</u>

6	f(x)=g(x) Løs: $\left\{x = \frac{-3\sqrt{5}-7}{4}, x = -\frac{5}{2}, x = -1, x = \frac{3\sqrt{5}-7}{4}\right\}$
7	a:=(-3*sqrt(5)-7)/4 $\rightarrow\ a := \frac{1}{4}\left(-3\sqrt{5}-7\right)$
8	b:=(3*sqrt(5)-7)/4 $\rightarrow\ b := \frac{1}{4}\left(3\sqrt{5}-7\right)$
9	Integral[f-g, a, b] $\checkmark\ \int_a^b f(x) - g(x)\, dx$
10	$9 $\rightarrow\ 0$



Integralet kan tolkes som forholdet mellom Arealene mellom grafene. Siden det er f(x) – g(x) får Areal 1 og Areal 2 negative verdier.

Tolkingen blir da at Areal 2 må være like stort som Areal 1 og areal 3 til sammen.

Oppgave 2.

Legger først inn punktene og definerer $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{AC}$, som *ab* og *ac*

Ref. linje 1 – 5 i CAS .

▸ CAS

1	A:(3,2,t) $\rightarrow\ \mathbf{A} := (3, 2, t)$
2	B:(4,-3,3) $\rightarrow\ \mathbf{B} := (4, -3, 3)$
3	C:(8,3,5) $\rightarrow\ \mathbf{C} := (8, 3, 5)$
4	ab:=Vektor[A, B] $\rightarrow\ \mathbf{ab} := \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 3 - t \end{pmatrix}$
5	ac:=Vektor[A, C] $\rightarrow\ \mathbf{ac} := \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 5 - t \end{pmatrix}$

Bruker så ½ vektorproduktet for å finne arealet og sjekker at svaret er lik f(t) i oppgaveteksten

6	AREAL:=1/2*abs(Vektorprodukt[ab, ac]) $\checkmark\ \mathbf{AREAL} := \frac{1}{2}\,\lvert\mathbf{Vektorprodukt}[ab, ac]\rvert$
7	1 / 2 abs(Vektorprodukt[ab,ac]) $\rightarrow\ \sqrt{13}\,\sqrt{t^2 - 8\,t + 30}$
8	sqrt(13) sqrt(t² - 8t + 30) ==sqrt(13*(t^2-8*t+30)) $\checkmark\ \sqrt{13}\,\sqrt{t^2 - 8\,t + 30} \stackrel{?}{=} \sqrt{13\,(t^2 - 8\,t + 30)}$
9	$8 $\rightarrow$ **true**

b) Definerer f(t) og finner verdien for f’(t) = 0. Det gir t=4.

sjekker andrederiverte for verdien 4. Verdien er større enn null (0,96), det innebærer at vi har funnet ett bunnpunkt.

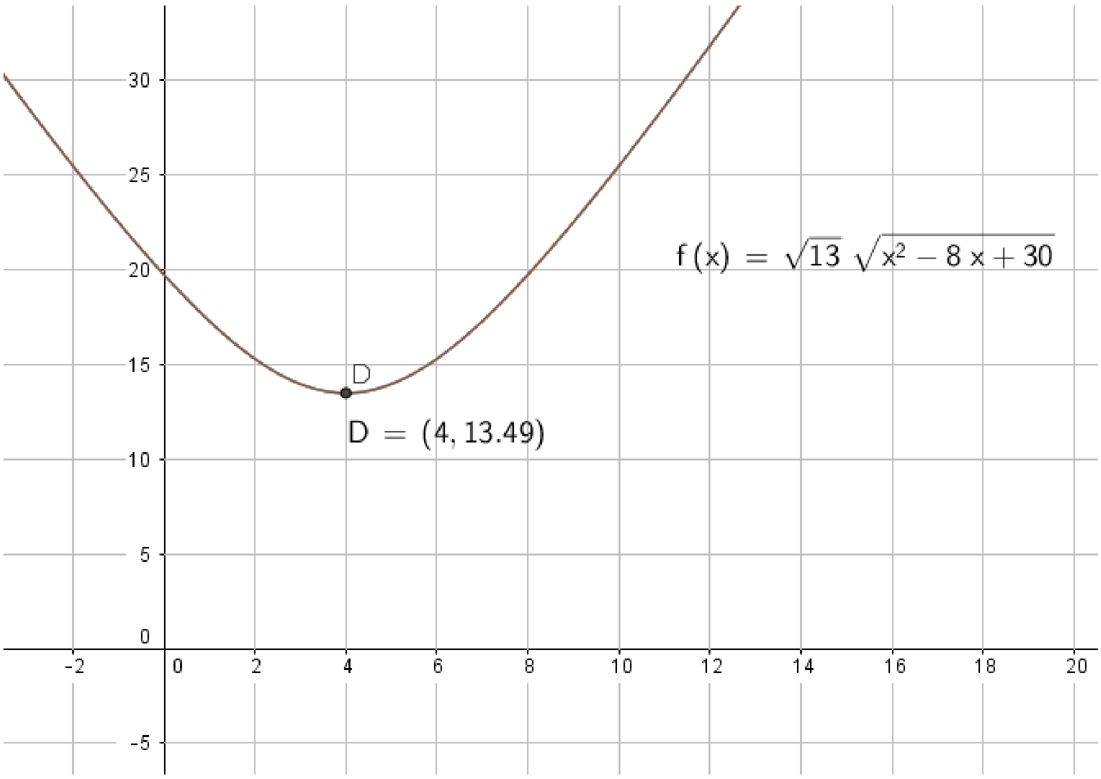
<u>Minste arealet er da gitt for f(4) = $\sqrt{182}$</u> , ca. 13,49

14	sqrt(182)
	≈ $\mathbf{13.49}$

10	f(t):=sqrt(13) sqrt(t² - 8t + 30)
	→ $\mathbf{f(t) := \sqrt{13}\ \sqrt{t^2 - 8\,t + 30}}$
11	f'(t)=0
	Løs: $\{\mathbf{t = 4}\}$
12	f''(4)
	≈ $\mathbf{0.96}$
13	f(4)
	→ $\sqrt{\mathbf{182}}$

Kan løses grafisk:

Oppgave 2 b) grafisk. Bunnpunktet D gir minsteareal = 13,49



Oppgave 3

CAS	
1	f(x):=2*sin(pi*x+pi/2)+d ✓ $f(x) := 2 \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right) + d$
2	VOLUM:=pi*Integral[f^2, 1, 2] ✓ $VOLUM := \pi \int_1^2 f(x)^2 \, dx$
3	π Integral[f(x)²,1,2] → $\pi \left(d^2 + 2\right)$
4	π (d² + 2) =6*pi Løs: $\{d = -2, d = 2\}$

Bruker utrykket for Volumet (linje 2), setter uttrykket lik 6π i linje 4 og får to løsninger d= -2 og d=2

Oppgave 4

	S:=Sum[a*k^i, i, 0, ∞]
	✓ $S := \sum_{i=0}^{\infty} a\, k^i$
	T:=Sum[a*(2*k)^i, i, 0, ∞]
	✓ $T := \sum_{i=0}^{\infty} a\,(2\,k)^i$
	S=6
	Løs: $\{a = -6\,k + 6\}$
	T=12
	Løs: $\{a = -24\,k + 12\}$
	{$3, $4}
	Løs: $\left\{\left\{a = 4, k = \frac{1}{3}\right\}\right\}$

CAS

1	S:=a/(1-k)
	→ $S := -\frac{a}{k-1}$
2	T:=a/(1-2k)
	→ $T := -\frac{a}{2\,k-1}$
3	S=6
	Løs: $\{a = -6\,k + 6\}$
4	T=12
	Løs: $\{a = -24\,k + 12\}$
5	{$3, $4}
	Løs: $\left\{\left\{a = 4, k = \frac{1}{3}\right\}\right\}$

Løses på 2 forskjellige måter ovenfor.

Til venstre med å bruke sumasjon , til høyre med å bruke sumformelen for geometriske rekker som konvergerer.

Må sjekke at svarene er innenfor konvergensområdene, ulike konvergensområder for S og T.

6	k_S:=k
	→ $k_S := k$
7	abs(k_S)<1
	Løs: $\{-1 < k < 1\}$
8	k_t:=2k
	→ $k_t := 2\,k$
9	abs(k_t)<1
	Løs: $\left\{-\frac{1}{2} < k < \frac{1}{2}\right\}$

For S er konvergensområdet gitt ved at -1 <k <1

For T er konvergensområdet gitt ved at -1/2 < k < ½

10	S=-2T
	→ $-\frac{a}{k-1} = 2 \cdot \frac{a}{2\,k-1}$
11	Løs[(-a) / (k - 1) = 2a / (2k - 1), k]
	→ $\left\{k = \frac{3}{4}\right\}$

b) ligningen S=-2T gir k = ¾ som er utenfor konvergensområdet for T. det er derfor ikke mulig å finne en verdi som passer.

Oppgave 5.

Dose : 3 mg/t . Konstant pr. time

Utskilling 30% pr. time , dvs. -0,3Y pr. time

CAS

1	LøsODE[y'=-0.3y+3, (0,0)] ✓ $\text{LøsODE}[y' = -0.3\,y + 3,\ (0, 0)]$
2	f(x):=$1 → $f(x) := -10\, e^{-\frac{3}{10}x} + 10$
3	Grenseverdi[f, ∞] ✓ $\text{Grenseverdi}[f, \infty]$
4	$3 → 10

b) løsningen på diff.ligningen er gitt i linje 2 i CAS .

sjekker grenseverdien når x går mot uendelig i 3,4 = 10 mg.

5	p(x):=LøsODE[y' = -0.3 y + 3,(6, 9.17)] ≈ $p(x) := -5.02\, e^{-0.3x} + 10$
6	p(0) ≈ 4.98

d) samme prinsipp, men ny initialbetingelse . setter da inn verdier for x=0 og finner den ukjente mengden da medisineringen startet = p(0)= 4.98 mg.

Grafisk: