Løsningsforslag eksamen 1T våren 2017

Del 1

Oppgave 1

$$\frac{0,72\cdot 10^{8}}{60\cdot 10^{-8}}=\frac{72\cdot 10^{6}}{6\cdot 10^{-7}}=12\cdot 10^{6-(-7)}=12\cdot 10^{13}=\underline{\underline{1,2\cdot 10^{14}}}$$

Oppgave 2

$$4^{0}+2^{-3}\cdot\left(2^{3}\right)^{2}=1+\frac{1}{2^{3}}\cdot 2^{3\cdot 2}=1+\frac{2^{6}}{2^{3}}=1+2^{6-3}=1+2^{3}=1+8=\underline{\underline{9}}$$

Oppgave 3

$$\sqrt{20}+\sqrt{5}-\frac{\sqrt{160}}{\sqrt{2}}=\sqrt{4\cdot 5}+\sqrt{5}-\sqrt{\frac{160}{2}}=2\sqrt{5}+\sqrt{5}-\sqrt{80}=3\sqrt{5}-\sqrt{16\cdot 5}=3\sqrt{5}-4\sqrt{5}=\underline{\underline{-\sqrt{5}}}$$

Oppgave 4

I. $x^{2}+y^{2}=4$
II. $x+2=y$

Likning II innsatt i I gir

$$\begin{aligned} x^{2}+(x+2)^{2}&=4\\ x^{2}+x^{2}+4x+4&=4\\ 2x^{2}+4x&=0\\ 2x(x+2)&=0\\ &\Updownarrow\\ x=0\vee x&=-2 \end{aligned}$$

Disse løsningene, innsatt i likning II, gir
$y=0+2=2\vee y=-2+2=0$

$$\underline{\underline{x=-2\wedge y=0\quad \text{eller}\quad x=0\wedge y=2}}$$

Kommentar:
Vi kan se at likning I er likningen til en sirkel med sentrum i origo med radius 2.
Likning II er likningen til ei rett linje som krysser y-aksen i (0,2) og har stigningstall 1.
Har vi dette i bakhodet, kan vi forutse løsningene før vi løser likningssystemet.
(Sirkellikningen er ikke pensum i 1T, så kan ikke forventes at kandidaten ser dette)

Oppgave 5

Siden $x^2 > 0$, trenger jeg ikke å ”bekymre” meg for ugyldige løsninger.

$$\lg\left(x^2+\frac{3}{4}\right)=0$$

$$10^{\lg\left(x^2+\frac{3}{4}\right)}=10^0$$

$$x^2+\frac{3}{4}=1$$

$$x^2=1-\frac{3}{4}$$

$$x=\pm\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\underline{\underline{x=\pm\frac{1}{2}}}$$

Oppgave 6

$$\frac{1}{x}+\frac{x-5}{x-1}-\frac{2x-6}{x^2-x}=\frac{1(x-1)}{x(x-1)}+\frac{x(x-5)}{x(x-1)}-\frac{2x-6}{x(x-1)}$$

$$=\frac{x-1+x^2-5x-2x+6}{x(x-1)}$$

$$=\frac{x^2-6x+5}{x(x-1)}$$

$$=\frac{(x-1)(x-5)}{x(x-1)}$$

$$=\underline{\underline{\frac{x-5}{x}}}$$

Oppgave 7

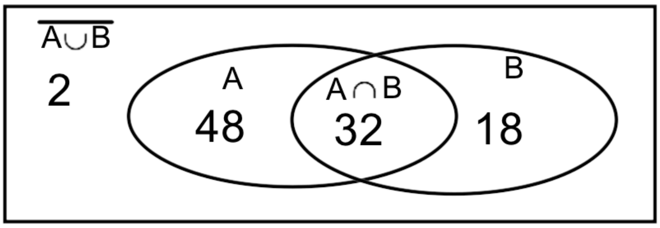
a)

Krysstabell:

	Leser på nett	Leser ikke på nett	Totalt
Leser papiraviser	32	18	50
Leser ikke papiraviser	48	2	50
Totalt	80	20	100

(Verdiene i krysstabellen tilsvarer prosentvis andel av elevene på skolen)

Venn-diagram:
Definerer hendelsene
A: Leser på nett
B: Leser papiravis



(Verdiene i Venn-diagrammet tilsvarer prosentvis andel av elevene på skolen)

NB! I en besvarelse holde det med én av delene, men jeg viser begge her.
b)

$$P(\text{Eleven leser både aviser på nett og papiraviser}) = \frac{32}{100} = \underline{\underline{32\%}}$$

c)

$$P(\text{Eleven leser ikke papiraviser} \mid \text{eleven leser aviser på nett}) = \frac{48}{80} = \frac{6}{10} = \underline{\underline{60\%}}$$

Oppgave 8
Dette er en rettvinklet hvor katetene har lengden 20 og x, mens hypotenusen har lengde $x+2$

Pythagoras´ setning gir:

$$x^2 + 20^2 = (x+2)^2$$
$$x^2 + 400 = x^2 + 4x + 4$$
$$4x + 4 = 400$$
$$x + 1 = 100$$
$$x = 99$$

Den lengste kateten har lengden 99 og hypotenusen har lengden $99 + 2 = 101$

<u>Lengden til den lengste siden i trekanten er 101</u>

Oppgave 9
a)

$$\frac{f(0) - f(-2)}{0-(-2)} = \frac{-3-\left((-2)^3 + 3\cdot(-2)^2 - 2(-2) - 3\right)}{2} = \frac{-3-(-8+12+4-3)}{2} = \frac{-3-5}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

<u>Den gjennomsnittlige vekstfarten er -4 i intervallet [-2,0]</u>

b)

$f'(x) = 3x^2 + 6x - 2$

og

$f'(-2) = 3 \cdot (-2)^2 + 6(-2) - 2 = 3 \cdot 4 - 12 - 2 = -2$

$$\underline{\underline{\text{Den momentane vekstfarten til } f \text{ er } -2 \text{ når } x = -2}}$$

Oppgave 10

a) Ser at grafen ligger over *x*-aksen når $x > 4$

$$\underline{\underline{f(x) > 0 \text{ når } x > 4}}$$

b) $f'(x)$ er positiv i de intervallene hvor grafen stiger

$$\underline{\underline{f'(x) > 0 \text{ når } x \in \langle \leftarrow, 1 \rangle \cup \langle 3, \rightarrow \rangle}}$$

Oppgave 11

a)

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ x^2 - 4x + 3 &= 0 \\ (x-3)(x-1) &= 0 \\ &\textit{gir} \\ &x = 1 \vee x = 3 \end{aligned}$$

<u>*f* har nullpunkter (1,0) og (3,0)</u>

b)

Symmetrilinja til grafen til *f* er parallell med *y*-aksen og krysser *x*-aksen midt mellom nullpunktene. Så vi har $\ell : x = 2$

Grafen til *f* er en parabel som vender den hule siden opp og er symmetrisk om symmetrilinja. Symmetrilinja går også gjennom bunnpunktet på grafen, så grafen må ha et bunnpunkt i $(2, f(2)) = (2, -1)$. Vet også at grafen krysser *y*-aksen i (0,3).
Markerer bunnpunktet og nullpunktene og tegner grafen til *f* symmetrisk om ℓ.
(Se bilde neste side)

c)

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2 \\ 2x - 4 &= 2 \\ 2x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

og vi vet at $f(3)=0$

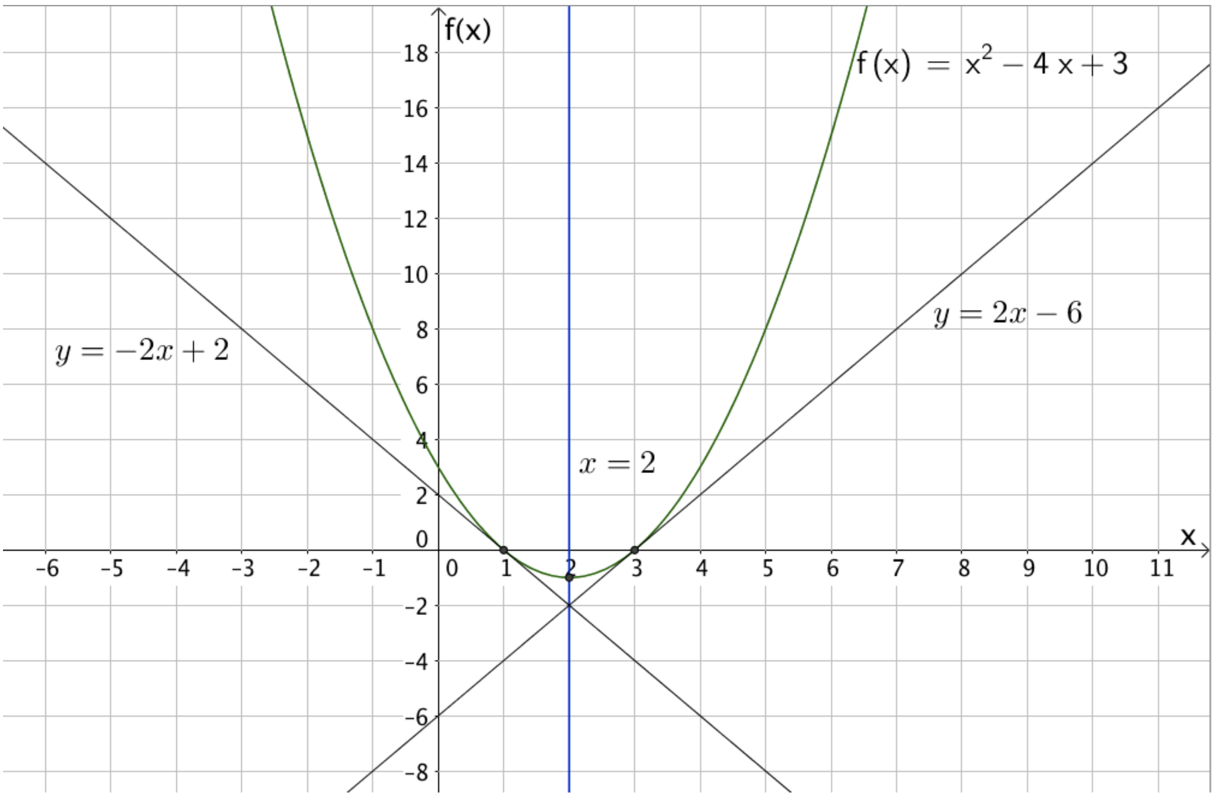
Da kan vi si at

$$ax+b=y$$
$$2\cdot 3+b=0$$
$$b=-6$$

Likningen til tangenten er $\underline{\underline{y=2x-6}}$ (se bilde under)

d)
Legger linjalen i skjæringspunktet mellom tangenten fra deloppgave c) og linja ℓ og legger den langs grafen til *f* slik at jeg kan skissere en tangent.

Ser at likningen til denne tangenten er $\underline{\underline{y=-2x+2}}$ (se bilde under)



e)
Hvis likningen min i forrige deloppgave stemmer, skal vi ha $f'(1)=-2$
$f'(1)=2\cdot 1-4=2-4=-2$, så det stemmer.

Konstantleddet skal være 2, så setter inn punktet (2,-1) og stigningstallet -2 i likningen og sjekker hva jeg får.
$-2\cdot 2+b=-2 \Rightarrow b=-2+4=2$

<u>Likningen er riktig</u>

Oppgave 12

a)

$$PQ = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$$

Sinus til en vinkel er lik forholdet mellom motstående katet og hypotenus

Det gir $\sin(30°) = \frac{1}{2}$, som skulle vises

Cosinus til en vinkel er lik forholdet mellom hosliggende katet og hypotenus

Det gir $\cos(30°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, som skulle vises

$\tan u = \frac{\sin u}{\cos u}$, så $\tan(30°) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, som skulle vises

b)

Bruker arealsetningen

$$A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 \cdot \sin(30°) = 4 \cdot \frac{1}{2} = \underline{\underline{2}}$$

c)

Bruker cosinussetningen

$$
\begin{aligned}
(BC)^2 &= (AB)^2 + (AC)^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos(\angle A) \\
&= 2^2 + 4^2 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\
&= 4 + 16 - 8\sqrt{3} \\
&= 20 - 8\sqrt{3} \\
&= 4\left(5 - 2\sqrt{3}\right)
\end{aligned}
$$

så

$$BC = \sqrt{4\left(5-2\sqrt{3}\right)} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5 - 2\sqrt{3}} = 2\sqrt{5 - 2\sqrt{3}}$$

Som skulle vises