Matematikk 2P (MAT1015)

Løsningsforslag

Våren 2017

Del 1

Oppgave 1

Gjennomsnitt: $\frac{0\cdot5+1\cdot6+2\cdot2+3\cdot2+4\cdot1}{5+6+2+2+1}=\frac{20}{16}=\frac{5}{4}=\underline{\underline{1.2}}$

Median: $5+6>\frac{16}{2} \implies \underline{\underline{\text{median}=1}}$.

Typetallet: Den høyeste frekvensen er 6, og der er det 1 søsken $\implies$ $\underline{\underline{\text{typetall}=1}}$.

Variasjonsbredden: $4-0=\underline{\underline{4}}$

Oppgave 2

$$\frac{25\,\cancel{\text{elever}}}{125\,\cancel{\text{elever}}}=\frac{1}{5}=\underline{\underline{20\,\%}}$$

Det var $\underline{\underline{20\,\%}}$ av elevene som tok bussen til skolen denne dagen.

Oppgave 3

$5^0\cdot2^3\cdot8^{-2}\cdot(4^{-1})^{-3}=1\cdot2^3\cdot(2^3)^{-2}\cdot((2^2)^{-1})^{-3}=2^3\cdot2^{3\cdot(-2)}\cdot2^{2\cdot(-1)\cdot(-3)}=2^3\cdot2^{-6}\cdot2^6=2^{3-6+6}=2^3=\underline{\underline{8}}$

Oppgave 4

Vi observer at $10\,\text{L}=10\cdot10\,\text{dL}=100\,\text{dL}$ og at n er antall vannmolekyler.

$$\frac{1.5\,\cancel{\text{dL}}}{100\,\cancel{\text{dL}}}=\frac{x}{3\cdot10^{25}\,\text{n}} \implies x=\frac{1.5}{100}\cdot3\cdot10^{25}\,\text{n}=\frac{9}{2}\cdot10^{-2}\cdot10^{25}\,\text{n}=\frac{9}{2}\cdot10^{25-2}\,\text{n}=\underline{\underline{4.5\cdot10^{23}\,\text{n}}}$$

I 1.5 dL vann er den omtrent $\underline{\underline{4.5\cdot10^{23}\text{ vannmolekyler}}}$.

Oppgave 5

a) Siden leiligheten, ifølge Per, vil stige i verdi med samme beløp hvert år, snakker vi her om en lineær modell, med et fast stigningstall. En slik modell er på formen:

$$\text{stigningstall} \cdot \textit{tidsvariabel} + \textit{startpris}$$

Som i dette tilfellet blir:

$$\underline{\underline{f(x) = 80000x + 1200000}}$$

b) Siden leiligheten, ifølge Kari, vil stige i verdi med samme andel hvert år, snakker vi her om en ekspnentiell modell, med en fast prosentvis økning hvert år. En slik modell er på formen:

$$\text{startverdi} \cdot vekstfaktor^{tidsvariabel}$$

Som i dette tilfellet blir:

$$\underline{\underline{g(x) = 120000 \cdot (1.08)^x}}$$

---

c)

Figur A: Grafen til figur A har et x-avhengig stigningstall som øker når x øker. Vi har her en eksponentiell modell med eksponentiell vekst, noe som passer med $\underline{\underline{g(x)\text{-modellen}}}$.

Figur B: Grafen til figur B har et ikke-x-avhengig stigningstall, som betyr at stigningstallet er konstant og grafen er lineær (rettlinjet). Vi har her en lineær modell med lineær vekst, noe som passer med $\underline{\underline{f(x)\text{-modellen}}}$.

Figur C: Grafen til figur C har et x-avhengig stigningstall som avtar når x øker. Vi har her en logistisk modell med logistisk vekst, noe som ville passet med en logaritmisk modell på formen $\ln(x + \exp\left(1.2 \cdot 10^6\right))$.

Oppgave 6

a)

Poengsum	Frekvens	Relativ frekvens	Klassemidtpunkt
$[0,\ 30\rangle$	100	0.1	15
$[30,\ 50\rangle$	100	0.1	40
$[50,\ 70\rangle$	600	0.6	60
$[70,\ 100\rangle$	200	0.2	85

b) $(0.1 \cdot 15) + (0.1 \cdot 40) + (0.6 \cdot 60) + (0.2 \cdot 85) = 1.5 + 4 + 36 + 17 = \underline{\underline{58.5}}$

Den gjennomsnittlige poengsummen for elevene forsom deltok i konkurransen er $\underline{\underline{58.5}}$.

c) Medianen ligger på verdien i *midten* når vi har et oddetall: 3525 er et oddetall siden det slutter på 5, som er et oddetall.

Medianen blir da elev nummer: $\frac{3525}{2} = 1762.5$. I de to første klassene er det 563 og 700 elever, henholdsvis. Det betyr at fra den tredje klassen, $[50, 70\rangle$, skal vi telle oss $\frac{3525}{2} - 563 - 700 = 499.5 \approx 500$ elever oppover fra klassestartpunktet som er 50. 500 elever er $\frac{500}{2000} = \frac{1}{4}$ av klassebredden til den tredje klassen. Om vi antar at poengsummene innad i klassene er jevnt fordelt, vil medianen ligge på poengsummen 55.

Oppgave 7

a) Her kunne det lønt seg å gjort oppgave b) først. Vi trenger: $3 \cdot 4 - (4 - 1) = \underline{\underline{9}}$ pinner til figur 4.

b) $\underline{\underline{P_n = 3n - (n - 1) = 2n + 1}}$

c) $\underline{\underline{O_n = n + 2}}$

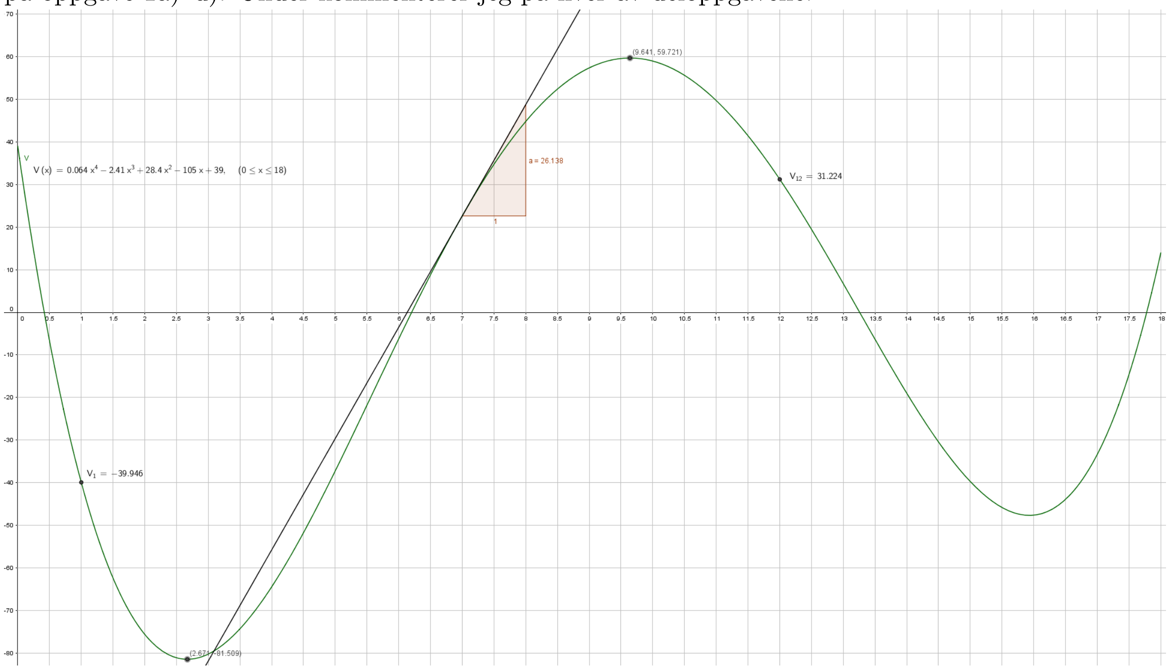
d) $O_{105} = (n + 2) \cdot 2.5\,\text{cm} = 105\,\text{cm} \implies n = \frac{105\,\cancel{\text{cm}}}{2.5\,\cancel{\text{cm}}} - 2 = \frac{210}{5} - \frac{10}{5} = \frac{200}{5} = \underline{\underline{40}}$

For å lage en figur som følger samme mønsteret som beskrevet i oppgave 7 med en omkrets på 105 cm kreves 40 pinner.

Del 2

Oppgave 1

Først kommer et utklipp av graftegningen med opplysninger. Der har jeg også lagt inn svaret på oppgave 1a)–d). Under kommenterer jeg på hver av deloppgavene.



a) Se graftegningen over. Husk å *trekk* funksjonsuttrykket ut i grafikkfeltet.

b) Vi ser at $V_1 = V(1) = 39.946\,\text{cm} \approx \underline{\underline{40\,\text{cm}}}$, og at $V_{12} = V(12) = 31.224\,\text{cm} \approx \underline{\underline{31\,\text{cm}}}$

c) Forskjellen er lik største minus minste: $60\,\text{cm} - (-82\,\text{cm}) = (60 + 82)\,\text{cm} = \underline{\underline{142\,\text{cm} = 1.42\,\text{m}}}$

d) Av stigningstallet til tangenten ser vi at den momentane vekstfarten er $26\,{}^{\text{cm}}/_{\text{h}}$. Det betyr at akkurat klokken 07.00 økte vannstanden i en hastighet av 26 cm per time. Dette kan tyde på at det var i ferd med å bli flo.

Oppgave 2

$$x \cdot 1.15 = 370300 \implies x = \frac{3703000}{1.15} = \underline{\underline{3220000}}$$

Prisantydningen på leiligheten Emil kjøpte var $\underline{\underline{\text{3220000 kroner}}}$ for leiligheten.

Oppgave 3

$$x \cdot (1.0425)^{20} = 1724180 \implies x = \frac{1724180}{(1.0425)^{20}} \approx \underline{\underline{750000}}$$

For 20 år siden arvet Ida $\underline{\underline{\text{750 000 kroner}}}$.

Oppgave 4

Ida går hjemmefra til butikken. I det hun kommer frem og oppdager at butikken har stengt, begynner det å regne. Hun løper så hjem igjen.

Oppgave 5

a) $10 \cdot 1 + (40 - 10) \cdot 6 + (60 - 40) \cdot 2 = 10 + 180 + 40 = \underline{\underline{230}}$

b) $\frac{1}{230}(10 \cdot 5 + 180 \cdot 25 + 40 \cdot 50) = \frac{655}{23} \approx \underline{\underline{28.5}}$

Oppgave 6

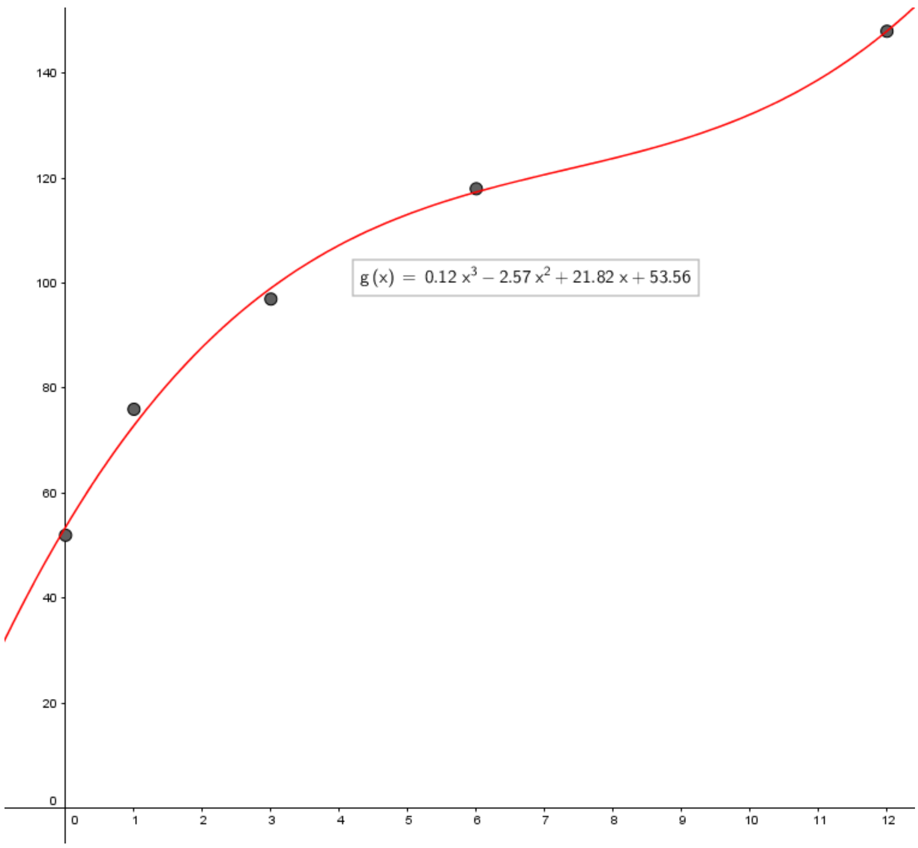
a) $T(x) = -0.0065x + 12 = 5 \implies x = \frac{-7}{-0.0065} \approx \underline{\underline{1077\,\mathrm{m}}}$

b) $T(2469 - 1106) = T(1363) = -0.0065 \cdot 1363 + 12 \approx \underline{\underline{\pi°\mathrm{C}}}$

c) For hver hundre meter stigning synker temperaturen $(0.0065 \cdot 100)$°C = $\underline{\underline{0.65°\mathrm{C}}}$

Oppgave 7

a) Utfører regresjonen i Geogebra, og får:



b) $$\frac{g(12)-g(7)}{12-7} = \frac{0.13\cdot 12^3 - 2.8\cdot 12^2 + 23\cdot 12 + 52 - 0.13\cdot 7^3 + 2.8\cdot 7^2 - 23\cdot 7 - 52}{5} = \underline{\underline{5.81}}$$

Espen vokste i gjennomsnitt 12 cm per år fra han var 7 år til han ble 12 år.

c) Allerede som 18-åring vil Espen, ifølge modellen, være $g(18) \approx 3.16$ meter lang. I tillegg øker den momentane vekstfarten i modellen etter fylte 12 år. Modellen gjelder ikke etter Espen har fylt 12 år.

Oppgave 8

a)

Liverpool FC	Gjennomsnitt:	$\frac{0\cdot 8+1\cdot 14+2\cdot 7+3\cdot 4+4\cdot 3+5\cdot 1+6\cdot 1}{8+14+7+4+3+1+1} = \frac{63}{38} \approx \underline{\underline{1.66}}$
	Median:	$\underline{\underline{1}}$
	Standardavvik:	$\underline{\underline{1.47}}$
Newcastle United FC	Gjennomsnitt:	$\frac{0\cdot 14+1\cdot 13+2\cdot 7+3\cdot 2+4\cdot 0+5\cdot 1+6\cdot 1}{14+13+7+2+0+1+1} = \frac{22}{19} \approx \underline{\underline{1.16}}$
	Median:	$\underline{\underline{1}}$
	Standardavvik:	$\underline{\underline{1.35}}$

b) Nedenfor viser et utklipp av regnearket til beregningen av standardavviket. Under der igjen er et utklipp med de brukte formlene.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Liverpool FC					Newcastle United FC			
2	x	f	x * f	(x-gj)^2 * f			mål / kamp	f	x * f	(x-gj)^2 * f
3	0	8	0	22			0	14	0	19
4	1	14	14	6			1	13	13	0
5	2	7	14	1			2	7	14	5
6	3	4	12	7			3	2	6	7
7	4	3	12	16			4	0	0	0
8	5	1	5	11			5	1	5	15
9	6	1	6	19			6	1	6	23
10	Sum	38	63	83			Sum	38	44	69
11										
12			1,657895		Gjennomsnitt			1,157895		
13										
14			2,172438		Varians			1,817175		
15										
16			1,473919		Standardavvik			1,348026		

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Liverpool FC					Newcastle United FC			
2	x	f	x * f	(x-gj)^2 * f			mål / kamp	f	x * f	(x-gj)^2 * f
3	0	8	=A3*B3	=(A3-C12)^2*B3			0	14	=G3*H3	=(G3-H12)^2*H3
4	1	14	=A4*B4	=(A4-C12)^2*B4			1	13	=G4*H4	=(G4-H12)^2*H4
5	2	7	=A5*B5	=(A5-C12)^2*B5			2	7	=G5*H5	=(G5-H12)^2*H5
6	3	4	=A6*B6	=(A6-C12)^2*B6			3	2	=G6*H6	=(G6-H12)^2*H6
7	4	3	=A7*B7	=(A7-C12)^2*B7			4	0	=G7*H7	=(G7-H12)^2*H7
8	5	1	=A8*B8	=(A8-C12)^2*B8			5	1	=G8*H8	=(G8-H12)^2*H8
9	6	1	=A9*B9	=(A9-C12)^2*B9			6	1	=G9*H9	=(G9-H12)^2*H9
10	Sum	=SUM(B3:B9)	=SUM(C3:C9)	=SUM(D3:D9)			Sum	=SUM(H3:H9)	=SUM(I3:I9)	=SUM(J3:J9)
11										
12			=C10/B10		Gjennomsnitt			=I10/H10		
13										
14			=D10/B10		Varians			=J10/H10		
15										
16			=SQRT(D10/B10)		Standardavvik			=SQRT(J10/H10)		

Standaravvikforskjellene forteller oss at Newcastle United FC scorer *likere* antall mål per kamp, enn Liverpool FC.

Oppgave 9

a) Nedenfor viser et utklipp av regnearket med beregningene og brukte formler.

	A	B	C
1	År	Elise	Ådne
2	0	20000	25000
3	1	20550	25688
4	2	21115	26394
5	3	21696	27120
6	4	22292	27866
7	5	22905	28632
8	6	23535	29419
9	7	24183	30228
10	8	24848	31060
11	9	25531	31914
12	10	26233	32791
13	11	26954	33693
14	12	27696	34620
15	13	28457	35572
16	14	29240	36550
17	15	30044	37555
18	16	30870	38588
19	17	31719	39649
20	18	32591	40739
21	19	33488	41860

	A	B	C
1	År	Elise	Ådne
2	0	20000	25000
3	1	=B2+B2*0,0275	=C2+C2*0,0275
4	2	=B3+B3*0,0275	=C3+C3*0,0275
5	3	=B4+B4*0,0275	=C4+C4*0,0275
6	4	=B5+B5*0,0275	=C5+C5*0,0275
7	5	=B6+B6*0,0275	=C6+C6*0,0275
8	6	=B7+B7*0,0275	=C7+C7*0,0275
9	7	=B8+B8*0,0275	=C8+C8*0,0275
10	8	=B9+B9*0,0275	=C9+C9*0,0275
11	9	=B10+B10*0,0275	=C10+C10*0,0275
12	10	=B11+B11*0,0275	=C11+C11*0,0275
13	11	=B12+B12*0,0275	=C12+C12*0,0275
14	12	=B13+B13*0,0275	=C13+C13*0,0275
15	13	=B14+B14*0,0275	=C14+C14*0,0275
16	14	=B15+B15*0,0275	=C15+C15*0,0275
17	15	=B16+B16*0,0275	=C16+C16*0,0275
18	16	=B17+B17*0,0275	=C17+C17*0,0275
19	17	=B18+B18*0,0275	=C18+C18*0,0275
20	18	=B19+B19*0,0275	=C19+C19*0,0275
21	19	=B20+B20*0,0275	=C20+C20*0,0275

b) Vi observerer at det tar 17 år før kontobeholdningene til sammen passerer 70 000 kroner.

	A	B	C	D
1	År	Elise	Ådne	Samlet
2	0	20000	25000	45000
3	1	20550	25688	46238
4	2	21115	26394	47509
5	3	21696	27120	48816
6	4	22292	27866	50158
7	5	22905	28632	51537
8	6	23535	29419	52955
9	7	24183	30228	54411
10	8	24848	31060	55907
11	9	25531	31914	57445
12	10	26233	32791	59024
13	11	26954	33693	60647
14	12	27696	34620	62315
15	13	28457	35572	64029
16	14	29240	36550	65790
17	15	30044	37555	67599
18	16	30870	38588	69458
19	17	31719	39649	71368
20	18	32591	40739	73331
21	19	33488	41860	75347

c)

	A	B	C	D
1	År	Elise	Ådne	Samlet
2	0	20000	25000	45000
3	1	20550	25688	46238
4	2	21115	26394	47509
5	3	21696	27120	48816
6	4	22292	27866	50158
7	5	22905	28632	51537
8	6	23535	29419	52955
9	7	24183	30228	54411
10	8	24848	31060	55907
11	9	25531	31914	57445
12	10	26233	32791	59024
13	11	26954	33693	60647
14	12	27696	34620	62315
15	13	28457	35572	64029
16	14	29240	36550	65790
17	15	30044	37555	67599
18	16	30870	38588	69458
19	17	31719	39649	71368
20	18	32591	40739	73331
21	19	33488	41860	75347
22		Renteinntekter		30347