# Eksamen S2 vår 2017

## Del 1, ingen hjelpemidler

## Del 2, alle hjelpemidler

### Oppgave 2

a) En rentefot på 3,0% gir en vekstfaktor på $k = 1{,}03$.
Innskuddet fra 2052 får ikke rente og har en sluttverdi på 20000.
Innskuddet fra 2051 har fått rente én gang, og har i 2052 sluttverdien $20000 \cdot 1.03$
Innskuddet fra 2050 har fått rente to ganger, og har i 2052 sluttverdien $20000 \cdot 1.03^2$
Slik fortsetter det nedover fram til
Innskuddet fra 2018 har fått rente 34 ganger, og har i 2052 sluttverdien $20000 \cdot 1.03^{34}$

Mengden penger i banken rett etter innskuddet i 2052 er summen av sluttverdiene til innskuddene, som gir den geometriske rekka

$$20000 + 20000 \cdot 1.03 + 20000 \cdot 1.03^2 + \cdots + 20000 \cdot 1.03^{34}$$

Da er $a_1 = 20000$ og $k = 1{,}03$ og $n = 35$, og summeformelen for geometriske rekker gir:

1 $20000 \cdot \frac{1.03^{35} - 1}{1.03 - 1}$

$\approx$ **1209241.64** , QED

b) Fom. 2053 tom. 2067 er det $n = 15$ uttak, hvert på $x$ kroner. Hvert uttak har samme kroneverdi, men nåverdien er ulik. Nåverdien for et uttak som har stått i $n$ år er mengden penger som forrenter seg til $x$ kroner i løpet av $n$ år. Vekstfaktoren er fremdeles 1,03

Det første uttaket har forrentet seg i 1 år, så $a_1 \cdot 1{,}03 = x$, altså er nåverdien $a_1 = \frac{x}{1{,}03}$
Det andre uttaket har forrentet seg i 2 år, så $a_2 \cdot 1{,}03 = x$, altså er nåverdien $a_2 = \frac{x}{1{,}03^2}$
Osv., fram til
Det siste uttaket har forrentet seg i 15 år, så $a_{15} \cdot 1{,}03 = x$, altså er nåverdien $a_{15} = \frac{x}{1{,}03^{15}}$

Summen av nåverdiene skal være lik mengden penger på starten, 1.1.2052, dvs. 1209241,64kr.
Summen er en geometrisk rekke med $a_1 = \frac{x}{1{,}03}$ og $k = \frac{1}{1{,}03}$ og $n = 15$.
Setter opp ligninga med summeformelen for geometriske rekker og får GeoGebra til å løse for den ukjente:

2 $\frac{x}{1.03} \cdot \frac{\frac{1}{1.03^{15}} - 1}{\frac{1}{1.03} - 1} = 1209241.64$

NLøs: $\{x = \mathbf{101294.04}\}$

Svar: Ingrid kan ta ut ca. 101 294 kroner per år.

c) Igjen skal summen av nåverdiene være lik 1209241,64kr, men nå er det faste uttaket 80000, så $a_1 = \frac{80000}{1.03}$ og $a_2 = \frac{80000}{1.03^2}$ osv. Det ukjente nå er antall år, $n$, og ligninga med summeformelen for geometriske rekker blir:

3 $$\frac{80000}{1.03} \cdot \frac{\frac{1}{1.03^n} - 1}{\frac{1}{1.03} - 1} = 1209241.64$$

NLøs: $\{\mathbf{n = 20.44}\}$

Ingrid kan ta ut 20 hele uttak, fom. 2053 tom. 2072, og et delvis uttak i 2073.
Svar: Kontoen er tømt i 2073