

# Eksamen S2 vår 2017

## Del 1, ingen hjelpemidler

## Del 2, alle hjelpemidler

### Oppgave 2

- a) En rentefot på 3,0% gir en vekstfaktor på  $k = 1,03$ .

Innskuddet fra 2052 får ikke rente og har en sluttverdi på 20000.

Innskuddet fra 2051 har fått rente én gang, og har i 2052 sluttverdien  $20000 \cdot 1,03$

Innskuddet fra 2050 har fått rente to ganger, og har i 2052 sluttverdien  $20000 \cdot 1,03^2$

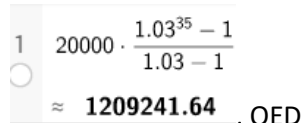
Slik fortsetter det nedover fram til

Innskuddet fra 2018 har fått rente 34 ganger, og har i 2052 sluttverdien  $20000 \cdot 1,03^{34}$

Mengden penger i banken rett etter innskuddet i 2052 er summen av sluttverdiene til innskuddene, som gir den geometriske rekka

$$20000 + 20000 \cdot 1,03 + 20000 \cdot 1,03^2 + \dots + 20000 \cdot 1,03^{34}$$

Da er  $a_1 = 20000$  og  $k = 1,03$  og  $n = 35$ , og summeformelen for geometriske rekker gir:



1  $20000 \cdot \frac{1,03^{35} - 1}{1,03 - 1}$   
 $\approx 1209241.64$ , QED

- b) Fom. 2053 tom. 2067 er det  $n = 15$  uttak, hvert på  $x$  kroner. Hvert uttak har samme kroneverdi, men nåverdien er ulik. Nåverdien for et uttak som har stått i  $n$  år er mengden penger som forrenter seg til  $x$  kroner i løpet av  $n$  år. Vekstfaktoren er fremdeles 1,03

Det første uttaket har forrentet seg i 1 år, så  $a_1 \cdot 1,03 = x$ , altså er nåverdien  $a_1 = \frac{x}{1,03}$

Det andre uttaket har forrentet seg i 2 år, så  $a_2 \cdot 1,03 = x$ , altså er nåverdien  $a_2 = \frac{x}{1,03^2}$

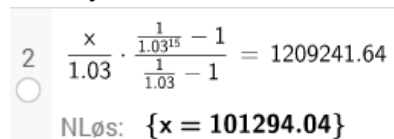
Osv., fram til

Det siste uttaket har forrentet seg i 15 år, så  $a_{15} \cdot 1,03 = x$ , altså er nåverdien  $a_{15} = \frac{x}{1,03^{15}}$

Summen av nåverdiene skal være lik mengden penger på starten, 1.1.2052, dvs. 1209241,64kr.

Summen er en geometrisk rekke med  $a_1 = \frac{x}{1,03}$  og  $k = \frac{1}{1,03}$  og  $n = 15$ .

Setter opp ligninga med summeformelen for geometriske rekker og får GeoGebra til å løse for den ukjente:



2  $\frac{x}{1,03} \cdot \frac{1 - \frac{1}{1,03^{15}}}{\frac{1}{1,03} - 1} = 1209241.64$   
NLøs: {x = 101294.04}

Svar: Ingrid kan ta ut ca. 101 294 kroner per år.

- c) Igjen skal summen av nåverdiene være lik 1209241,64kr, men nå er det faste uttaket 80000, så  $a_1 = \frac{80000}{1,03}$  og  $a_2 = \frac{80000}{1,03^2}$  osv. Det ukjente nå er antall år,  $n$ , og ligninga med summeformelen for geometriske rekker blir:

$$3 \quad \frac{80000}{1.03} \cdot \frac{\frac{1}{1.03^n} - 1}{\frac{1}{1.03} - 1} = 1209241.64$$

○ NLøs: **{n = 20.44}**

Ingrid kan ta ut 20 hele uttak, fom. 2053 tom. 2072, og et delvis uttak i 2073.

Svar: Kontoen er tømt i 2073