Eksamen MAT 1011 Matematikk 1P Våren 2014

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 **(1 poeng)**

En hustegning har målestokk 1 : 50
På tegningen er en dør plassert 6 mm feil.

Hvor stor vil denne feilen bli i virkeligheten når huset bygges?

6 mm på kartet er $6\text{ mm}\cdot 50 = 300\text{ mm} = 30\text{ cm}$ i virkeligheten.

Feilen vil bli 30 cm i virkeligheten når huset bygges.

Oppgave 2 **(1 poeng)**

I en tank er det 617 L olje. Du skal fylle oljen på kanner. I hver kanne er det plass til 15,3 L.

Gjør overslag og finn ut omtrent hvor mange kanner du trenger.

$$\frac{617}{15{,}3} \approx \frac{600}{15} = 40$$

Jeg trenger omtrent 40 kanner.

Oppgave 3 **(3 poeng)**

a) Løs likningen

$$\frac{(x+4)\cdot 3}{2} = 9$$

$$(x+4)\cdot 3 = 9\cdot 2$$

$$x+4 = \frac{18}{3}$$

$$x = 6-4$$

$$x = \underline{\underline{2}}$$

b) Et trapes har et areal på 9 cm^2. Høyden i trapeset er 3 cm, og den ene av de parallelle sidene er 4 cm. Bestem lengden av den andre av de parallelle sidene.

Formel for areal av trapes: $A = \dfrac{(a+b)\cdot h}{2}$

Vi får:

$$\frac{(x+4)\cdot 3}{2} = 9$$

Dette er likningen vi løste i a), så vi vet at $x = 2$.

<u>Lengden av den andre av de parallelle sidene er 2 cm.</u>

Oppgave 4 **(1 poeng)**

Det bor ca. 7,2 milliarder mennesker på jorda. 15 % har ikke tilgang til rent vann.
Omtrent hvor mange mennesker har ikke tilgang til rent vann?

$$\frac{7{,}2\cdot 15}{100} = \frac{108}{100} = 1{,}08$$

<u>Omtrent 1,1 milliarder mennesker har ikke tilgang til rent vann.</u>

Oppgave 5 **(2 poeng)**

Et år hadde Marit en nominell lønn på 600 000 kroner. Dette tilsvarte en reallønn på 500 000 kroner.

Bestem konsumprisindeksen dette året.

$$\text{Reallønn} = \frac{\text{nominell lønn}}{\text{konsumprisindeks}} \cdot 100$$

Snur rundt på formelen:

$$\text{konsumprisindeks} = \frac{\text{nominell lønn}}{\text{reallønn}} \cdot 100$$

$$\text{konsumprisindeks} = \frac{600000}{500000} \cdot 100$$

$$\text{konsumprisindeks} = \frac{600}{5}$$

$$\text{konsumprisindeks} = 120$$

Konsumprisindeksen dette året var 120.

Oppgave 6 **(2 poeng)**

I ferdigblandet «Run Light» er forholdet mellom ren saft og vann 1 : 9

Hvor mange liter ren saft går med dersom 500 personer skal få 0,2 L ferdigblandet «Run Light» hver?

$$0{,}2\ \text{L} \cdot 500 = 100\ \text{L}$$

Vi må lage 100 liter ferdigblandet saft.

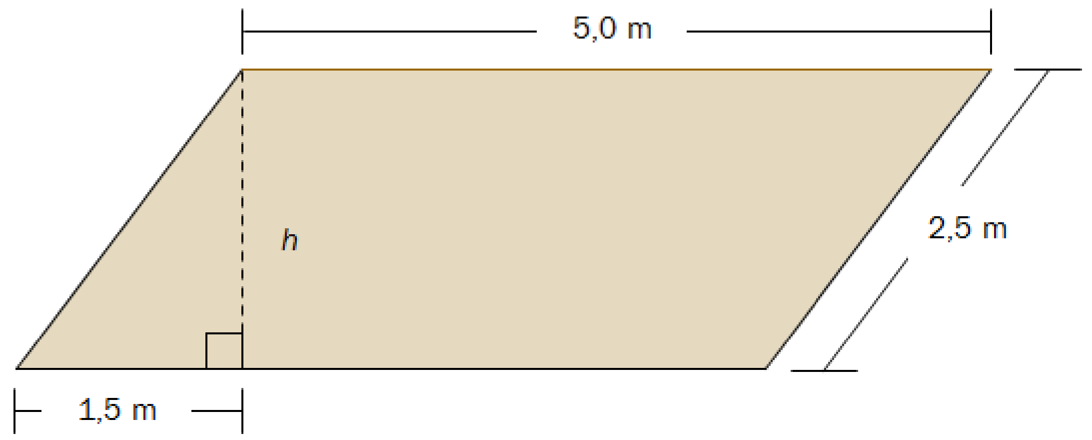
1 del ren saft + 9 deler vann = 10 deler ferdigblandet saft.

Forholdet mellom ren saft og ferdigblandet saft er 1 : 10.

For å lage 100 liter ferdig saft trenger en da 10 liter ren saft.

Det går med 10 liter ren saft dersom 500 personer skal få 0,2 liter ferdigblandet saft hver.

Oppgave 7 **(4 poeng)**



Et blomsterbed har form som et parallellogram. Se skissen ovenfor.

a) Vis ved regning at høyden h i parallellogrammet er 2,0 m.

Bruker Pytagoras setning:

$$h^2 = 2,5^2 - 1,5^2$$
$$h^2 = 6,25 - 2,25$$
$$h^2 = 4,0$$
$$h = \sqrt{4,0}$$
$$h = 2$$

Høyden i parallellogrammet er 2,0 m.

Du skal legge et lag med 10 cm jord i hele blomsterbedet. Du kjøper jord i sekker. I hver sekk er det 35 L.

b) Hvor mange sekker trenger du?

Finner først arealet av parallellogrammet:

$$A = 5,0\text{m} \cdot 2,0\text{m} = 10\text{m}^2$$

Volumet av jorden i bedet blir da:

$$V = 10\ \text{m}^2 \cdot 0,10\text{m} = 1\ \text{m}^3 = 1000\ \text{dm}^3 = 1000\ \text{L}$$

$$\frac{1000}{35} \approx 28,6$$

Jeg trenger 29 sekker.

Oppgave 8 **(6 poeng)**

På et treningssenter har de to ulike prisavtaler.

Avtale 1: Du betaler 160 kroner per måned. I tillegg betaler du 20 kroner hver gang du trener.

Avtale 2: Du betaler 400 kroner per måned. Da kan du trene så mye du vil.

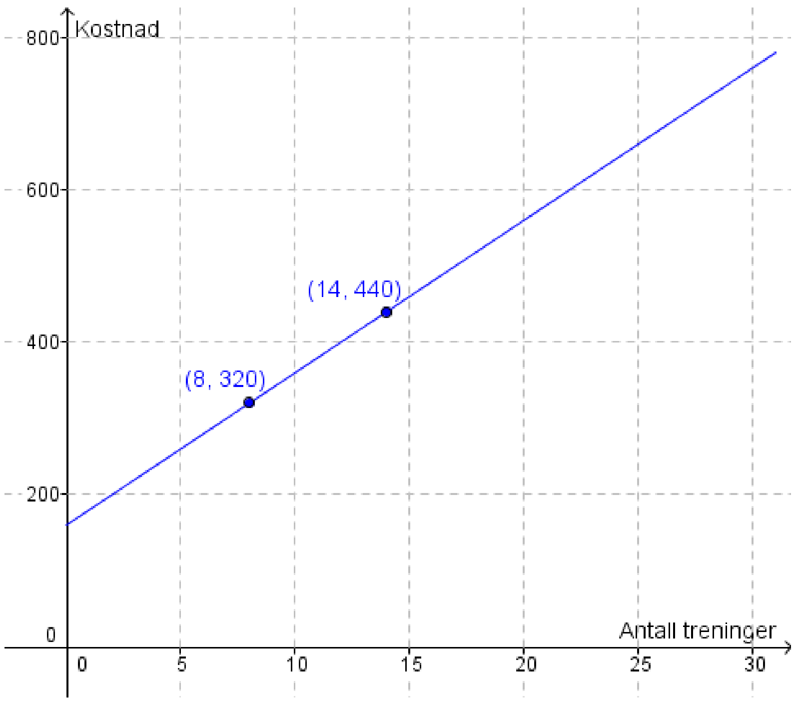
Kari trener på treningssenteret. Hun har valgt avtale 1.

a) I januar trente hun 8 ganger. I februar trente hun 14 ganger.
Hvor mye måtte hun betale for treningen hver av disse to månedene?

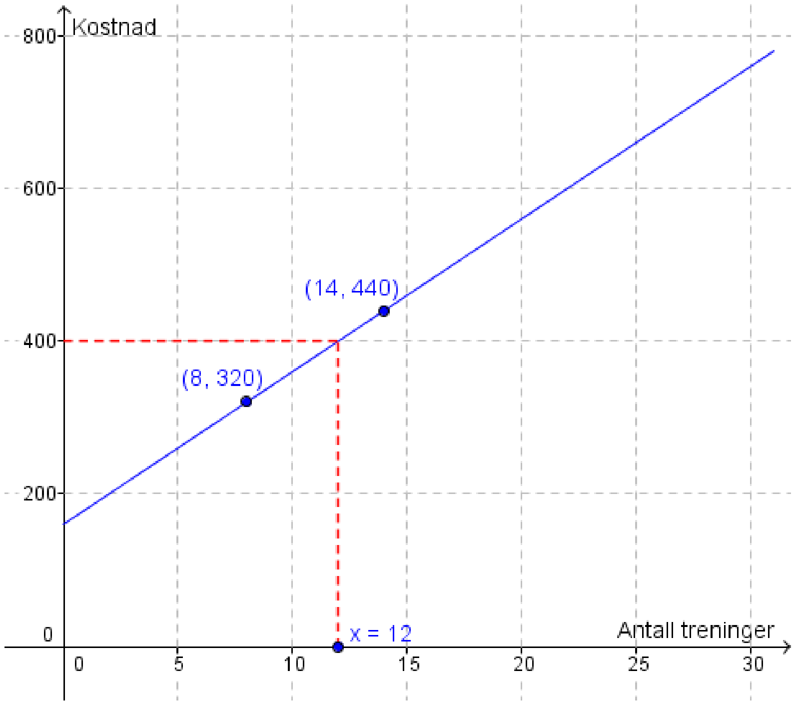
Januar: $160 \text{ kr} + 20 \text{ kr} \cdot 8 = 160 \text{ kr} + 160 \text{ kr} = 320 \text{ kr}$
Februar: $160 \text{ kr} + 20 \text{ kr} \cdot 14 = 160 \text{ kr} + 280 \text{ kr} = 440 \text{ kr}$

Kari måtte betale 320 kroner i januar og 440 kroner i februar.

b) Tegn en graf som viser sammenhengen mellom antall ganger Kari trener en måned, og prisen hun må betale denne måneden.



c) Bruk grafen i oppgave b) til å bestemme hvor mye hun må trene for at det skal lønne seg med avtale 2.



Hvis en trener 12 ganger koster det like mye med begge avtalene. Trener en mer enn 12 ganger blir avtale 1 dyrere.

<u>Kari må trene 13 ganger eller mer for at avtale 2 skal lønne seg.</u>

La A være antall ganger du trener en måned. La P være prisen per trening.

d) For hver av avtalene 1 og 2 skal du avgjøre om A og P er

- proporsjonale størrelser

- omvendt proporsjonale størrelser

Avtale 1: $P = \frac{160 + 20A}{A} = 20 + \frac{160}{A}$

Avtale 2: $P = \frac{400}{A}$

To størrelser, x og y, er proporsjonale hvis en kan skrive $y = k \cdot x$, der k er en konstant. Ingen av de to avtalene kan skrives på denne måten.

To størrelser, x og y, er omvendt proporsjonale hvis en kan skrive $y = \frac{k}{x}$, der k er en konstant. Avtale 2 kan skrives på denne måten.

<u>I avtale 1 er A og P verken proporsjonale eller omvendt proporsjonale størrelser.</u>
<u>I avtale 2 er A og P omvendt proporsjonale størrelser.</u>

Oppgave 9 **(4 poeng)**

I en klasse er det ti jenter og åtte gutter. En dag har seks av jentene og tre av guttene gjort leksene.

a) Systematiser opplysningene ovenfor i en krysstabell.

	Gjort leksene	**Ikke gjort leksene**	**Sum**
Gutter	3	5	8
Jenter	6	4	10
Sum	9	9	18

Vi velger tilfeldig to elever som ikke har gjort leksene.

b) Bestem sannsynligheten for at de to elevene er én gutt og én jente.

Vi kan trekke gutten først, og så jenta, eller omvendt.

$$P(\text{gutt og jente}) = \frac{5}{9}\cdot\frac{4}{8}+\frac{4}{9}\cdot\frac{5}{8} = 2\cdot\frac{5}{9}\cdot\frac{4}{8} = \frac{5}{9}\cdot\frac{8}{8} = \frac{5}{9}$$

Sannsynligheten for at de to elevene er én gutt og én jente er $\underline{\underline{\frac{5}{9}}}$

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

I 1990 kostet 600 g kjøttdeig 31 kroner. I 2012 kostet 350 g kjøttdeig 24 kroner.

a) Hvor mye kostet ett kilogram kjøttdeig i 1990?

1 kg = 1000 g

Går «veien om 1»:

$$\frac{31 \text{ kr}}{600} \cdot 1000 = 51{,}7 \text{ kr}$$

Ett kilogram kjøttdeig kostet 51,7 kroner i 1990.

Hvor mye kostet ett kilogram kjøttdeig i 2012?

Går «veien om 1»:

$$\frac{24 \text{ kr}}{350} \cdot 1000 = 68{,}6 \text{ kr}$$

Ett kilogram kjøttdeig kostet 68,6 kroner i 2012.

b) Hvor mange prosent økte prisen per kilogram fra 1990 til 2012?

$$\frac{(68{,}6 - 51{,}7)}{51{,}7} \cdot 100 = 32{,}7$$

Prisen per kilogram økte med 32,7 %.

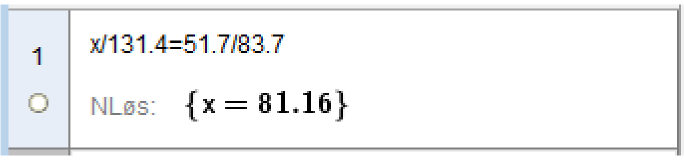
I 1990 var konsumprisindeksen 83,7.
I 2012 var konsumprisindeksen 131,4.

c) Hva ville ett kilogram kjøttdeig ha kostet i 2012 dersom prisutviklingen hadde fulgt konsumprisindeksen fra 1990 til 2012?

$$\frac{\text{pris i 2012}}{\text{indeks i 2012}} = \frac{\text{pris i 1990}}{\text{indeks i 1990}}$$

$$\frac{x}{131{,}4} = \frac{51{,}7}{83{,}7}$$

Løser likningen i CAS i GeoGebra:

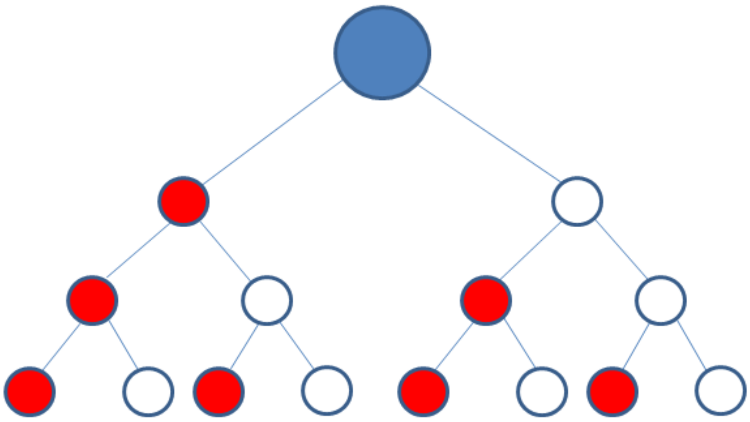


Ett kilogram kjøttdeig ville ha kostet 81,2 kroner i 2012 dersom prisutviklingen hadde fulgt konsumprisindeksen.

Oppgave 2 **(4 poeng)**

I en skål er det åtte hvite og seks røde kuler. Du skal trekke tre kuler tilfeldig.

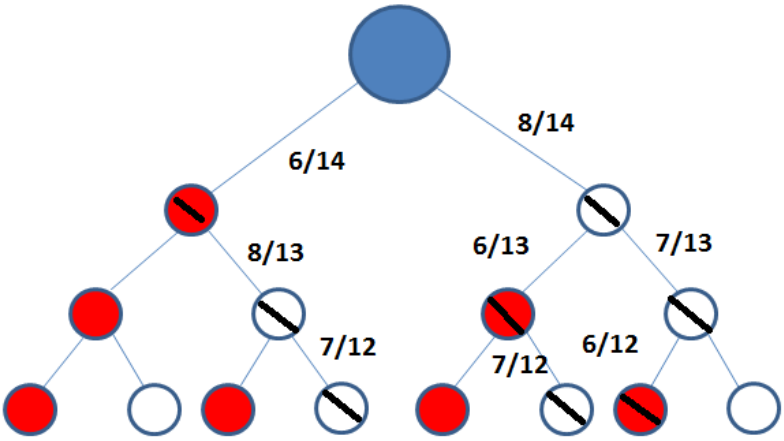
a) Systematiser de ulike utfallene i et valgtre.



b) Bestem sannsynligheten for at du trekker to hvite og én rød kule.
Marker hvordan du finner løsningen i valgtreet i oppgave a).

Det er tre måter dette kan skje på:

Rød, hvit, hvit
Hvit, rød, hvit
Hvit, hvit, rød



$$P(\text{to hvite og en rød}) = \frac{6}{14}\cdot\frac{8}{13}\cdot\frac{7}{12}+\frac{8}{14}\cdot\frac{6}{13}\cdot\frac{7}{1}+\frac{8}{14}\cdot\frac{7}{13}\cdot\frac{6}{12} = 3\cdot\frac{8}{14}\cdot\frac{7}{13}\cdot\frac{6}{12}$$

Regner i CAS i GeoGebra:

```
1   3*8/14*7/13*6/12
○   ≈  0.462
```

<u>Sannsynligheten for å trekke to hvite og én rød kule er 46,2 %.</u>

Oppgave 3 **(7 poeng)**

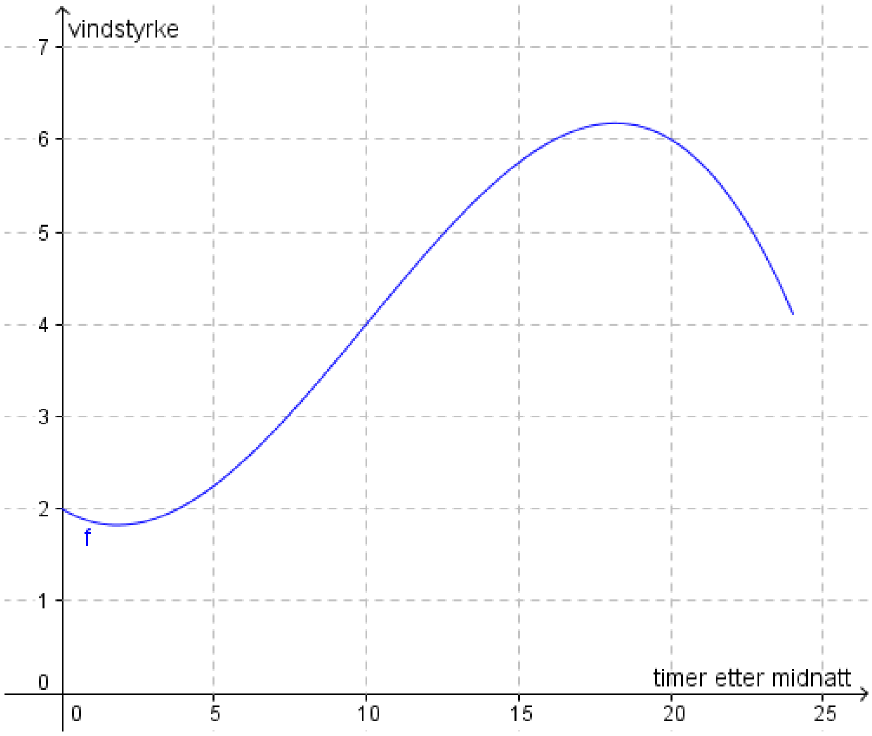
Vi bruker funksjonen *f* gitt ved

$$f(x) = -0{,}002x^3 + 0{,}06x^2 - 0{,}2x + 2 \qquad , \qquad 0 \leq x \leq 24$$

som en modell for vindstyrken *f(x)* m/s ved en målestasjon *x* timer etter midnatt 18. mai 2014.

a) Tegn grafen til *f*.

Tegner i GeoGebra:

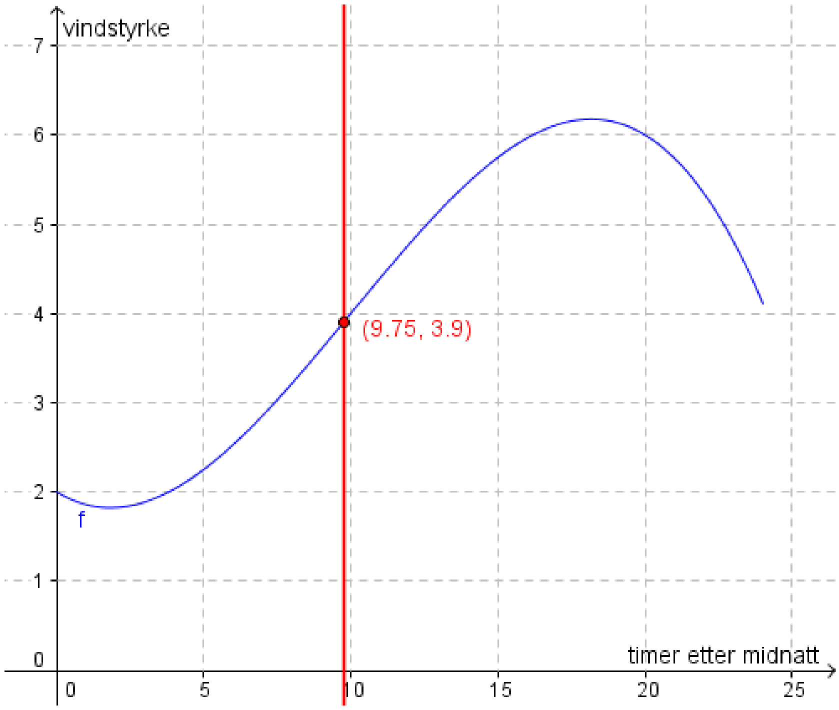


b) Hva var vindstyrken klokken 09.45 ifølge modellen?

$$\frac{45}{60} = 0{,}75$$

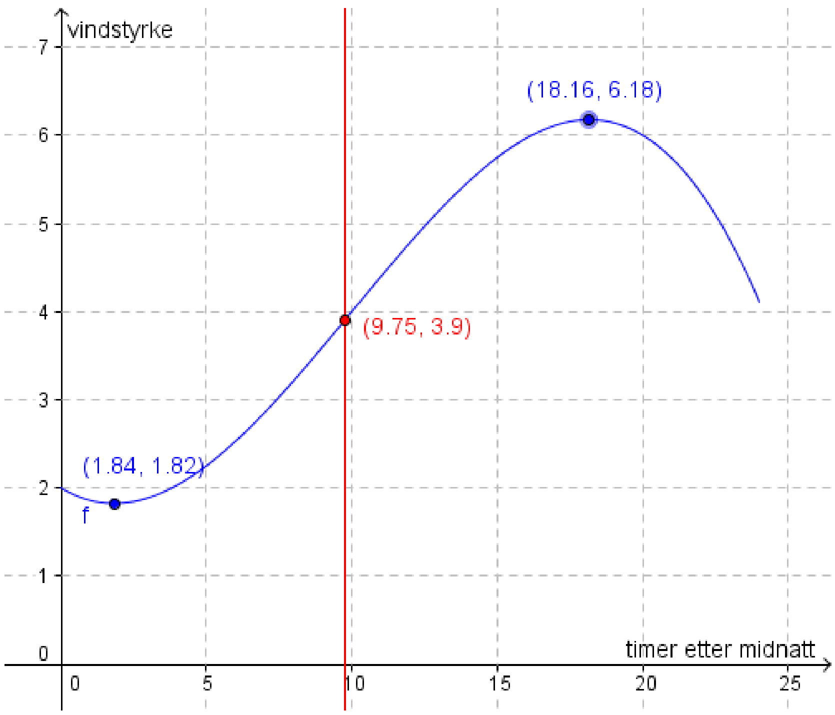
Kl. 09:45 er x = 9,75

Jeg tegner linja x = 9,75 (rød linje), og finner skjæringspunktet mellom denne og grafen ved å bruke kommandoen «skjæring mellom to objekt»:



Ifølge modellen var vindstyrken kl. 09:45 på 3,9 m/s.

c) Når var vindstyrken minst, og når var den størst, ifølge modellen?
Finner topp- og bunnpunkt ved å skrive inn kommandoen *Ekstremalpunkt[f(x)]* i innskrivingsfeltet:



$0{,}84 \cdot 60 = 50{,}4 \approx 50$

$0{,}16 \cdot 60 = 9{,}6 \approx 10$

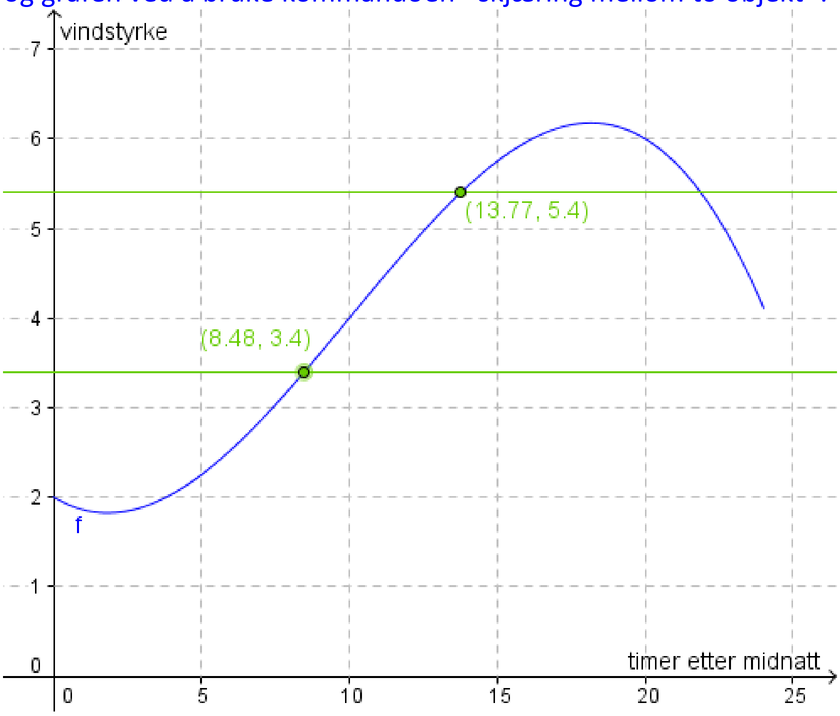
Ifølge modellen var vindstyrken minst ca. kl. 01:50 og størst ca. kl. 18:10.

Tabellen nedenfor viser sammenhengen mellom vindstyrke og betegnelse.

d) I hvilke tidsrom i løpet av dette døgnet var det lett bris ifølge modellen?

Vindstyrke (m/s)	Betegnelse	Kjennetegn
0,0 – 0,2	Stille	Røyken stiger rett opp.
0,3 – 1,5	Flau vind	En kan se vindretningen av måten røyken driver på.
1,6 – 3,3	Svak vind	En kan føle vinden. Bladene på trærne rører seg, vinden kan løfte små vimpler.
3,4 – 5,4	Lett bris	Løv og småkvister rører seg. Vinden strekker større flagg og vimpler.
5,5 – 7,9	Laber bris	Vinden løfter støv og løse papirer, rører på kvister og smågreiner og strekker større flagg og vimpler.
8,0 – 10,7	Frisk bris	Småtrær med løv begynner å svaie. På vann begynner småbølgene å toppe seg.

Jeg tegner linjene $y = 3{,}4$ og $y = 5{,}4$ (grønne linjer) og finner skjæringspunktene mellom disse og grafen ved å bruke kommandoen «skjæring mellom to objekt»:



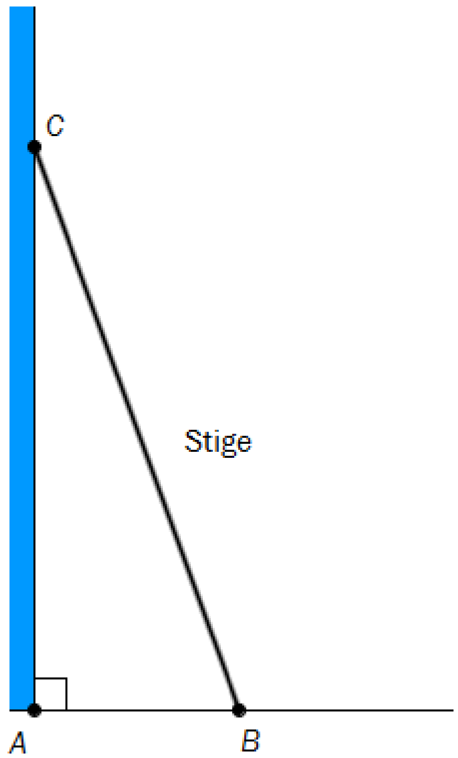
$0,48 \cdot 60 = 28,8$
$0,77 \cdot 60 = 46,2$

Ifølge modellen var det lett bris mellom ca. kl. 08:30 og kl. 13:45.

Oppgave 4 **(4 poeng)**

Når du skal arbeide i stige, er det viktig at du setter stigen slik at den står stødig.

Hans og Grete bruker «4 : 11 -regelen» når de setter opp stiger.



4 : 11 –regelen

Forholdet mellom hvor langt fra veggen en stige står (AB), og hvor høyt opp på veggen stigen når (AC), skal være 4 :11 . Se skissen til venstre.

a) Hans setter opp en stige slik at den står 80 cm fra en vegg.
Hvor høyt opp på veggen vil stigen nå?

$$\frac{h}{11} = \frac{80}{4}$$

$$h = 20 \cdot 11$$

$$h = 220$$

220 cm = 2,2 m

Stigen vil nå 2,2 meter opp på veggen.

b) Grete har en stige på 5 m.
Hvor langt opp på veggen vil stigen nå?

Finner først ut hvor lang Hans sin stige er.
Bruker Pytagoras setning, og regner i CAS i GeoGebra:

1	L²=0.8²+2.2²
○	NLøs: $\{L = -2.341, L = 2.341\}$

Forholdet mellom lengden av Grete sin stige og lengden av Hans sin stige må være det samme som forholdet mellom hvor langt Grete sin stige når opp på veggen (*H*) og hvor langt Hans sin stige når opp på veggen:

$$\frac{H}{2,2} = \frac{5}{2,341}$$

Løser likningen i CAS i GeoGebra:

2	H/2.2=5/2.341
○	NLøs: $\{H = 4.7\}$

<u>Grete sin stige vil nå 4,7 meter opp på veggen.</u>

Oppgave 5 **(5 poeng)**

Prisen på en vare er satt opp 10 % fem ganger. Opprinnelig kostet varen 246 kroner.

a) Hvor mye koster varen nå?

Vekstfaktoren til 10 % økning er 1,10. Bruker CAS i GeoGebra:

1	246*1.10⁵
○	$\approx$ 396.2

<u>Varen koster nå 396 kroner.</u>

b) Hvor mange prosent er prisen totalt satt opp?

Bruker CAS i GeoGebra:

2	1.10^5
○	$\approx$ **1.611**

Prisen er totalt satt opp 61,1 %.

Prisen på en annen vare er også satt opp 10 % fem ganger. Nå koster varen 550 kroner.

c) Hva kostet denne varen opprinnelig?

Jeg lar x være den opprinnelige prisen, og får da likningen $x \cdot 1{,}10^5 = 550$

Løser likningen i CAS i GeoGebra:

3	$x^*1.10^5=550$
○	NLøs: $\{x = 341.51\}$

Denne varen kostet opprinnelig 342 kroner.

Oppgave 6 (5 poeng)

Ellinor er student. Hun arbeider ved siden av studiene.

I 2013 arbeidet hun 346 timer. Hun hadde en timelønn på 135 kroner.

Ellinor hadde frikort i 2013. Beløpsgrensen uten skattetrekk var 39 950 kroner. Hun leverte ikke nytt skattekort til arbeidsgiveren da fribeløpet var brukt opp, og det ble derfor trukket 50 % skatt av inntekten som oversteg fribeløpet.

a) Hvor mye betalte Ellinor i skatt i 2013?

Inntekt = $135 \text{ kr} \cdot 346 = 46710 \text{ kr}$

Inntekt over fribeløpet = $46710 \text{ kr} - 39950 \text{ kr} = 6760 \text{ kr}$

Skatt = $6760 \text{ kr} \cdot 0{,}50 = 3380 \text{ kr}$

Ellinor betalte 3380 kroner i skatt i 2013.

b) Nedenfor ser du hvor mye Ellinor fikk utbetalt fra Lånekassen i 2013, og hvilke utgifter hun hadde.

Utbetalinger fra Lånekassen per måned	
Juni og juli	0 kroner
August og januar	18 880 kroner
Alle andre måneder	7 080 kroner

Utgifter per måned	
Hybel	4 000 kroner
Mat og drikke	3 000 kroner
Klær og sko	1 200 kroner
Andre utgifter	2 100 kroner
I tillegg brukte hun 10 000 kroner på reiser i løpet av året.	

Sett opp en oversikt som viser Ellinors totale inntekter og utgifter i 2013.

Løst i Excel:

	A	B
1	**Inntekter**	
2	Netto lønn	kr 43 330,00
3	Stipend og lån	kr 94 400,00
4	Sum	kr 137 730,00
5		
6	**Utgifter**	
7	Hybel	kr 48 000,00
8	Mat og drikke	kr 36 000,00
9	Klær og sko	kr 14 400,00
10	Andre utgifter	kr 25 200,00
11	Reiser	kr 10 000,00
12	Sum	kr 133 600,00

Med formler:

	A	B
1	**Inntekter**	
2	Netto lønn	=46710-3380
3	Stipend og lån	=2*18880+8*7080
4	Sum	=SUMMER(B2:B3)
5		
6	**Utgifter**	
7	Hybel	=4000*12
8	Mat og drikke	=3000*12
9	Klær og sko	=1200*12
10	Andre utgifter	=2100*12
11	Reiser	10000
12	Sum	=SUMMER(B7:B11)

Oppgave 7 **(6 poeng)**

Eva lager blomsterpotter. Blomsterpottene har form som sylindre. Eva følger denne regelen når hun lager pottene:

> «Summen av omkretsen og høyden skal være 50 cm.»

Eva vil lage en blomsterpotte som er 15 cm høy.

a) Bestem volumet av denne blomsterpotten dersom Eva følger regelen ovenfor.

Omkrets av sirkel = $2\pi r$

Regelen til Eva gir oss at: $2\pi r + h = 50$

Høyden er 15 cm. Finner radien ved hjelp av CAS i GeoGebra:

```
1   2*pi*r+15=50
○   NLøs:  {r = 5.57}
```

Volum av sylinder = $\pi r^2 h$

Regner i CAS i GeoGebra:

```
2   pi*5.57²*15
○   ≈  1462.01
```

$V = 1462{,}0 \text{ cm}^3 = 1{,}462 \text{ dm}^3 = 1{,}462 \text{ L}$

<u>Volumet av sylinderen er 1,5 liter.</u>

Funksjonene f og g er gitt ved

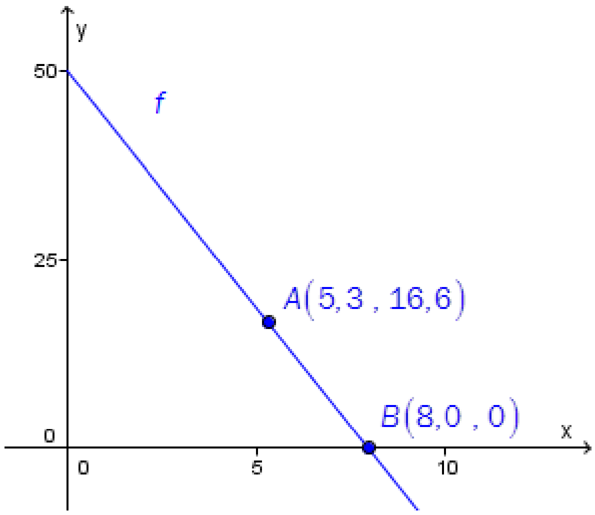
$$f(x) = 50 - 2\pi x$$

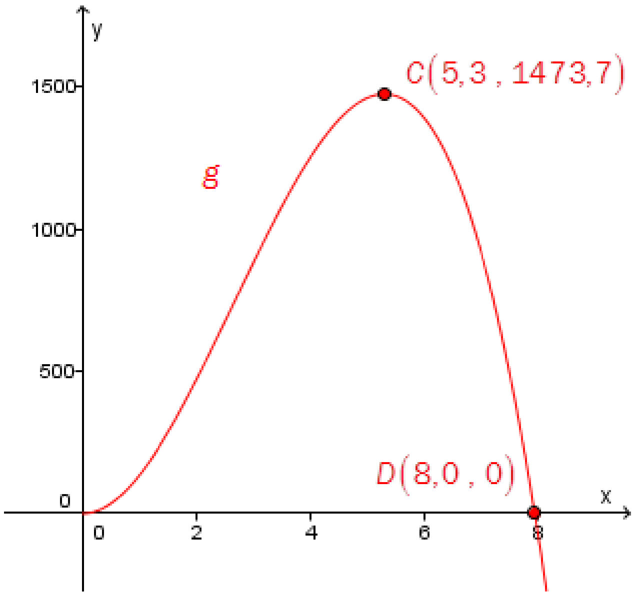
$$g(x) = \pi x^2 (50 - 2\pi x)$$

b) Forklar hva de to funksjonene uttrykker om sammenhengen mellom blomsterpottenes radius, høyde og volum.

I den første funksjonen er x radien i bunnen av potten og $f(x)$ er høyden av potten, ettersom $2\pi x$ er omkretsen av bunnen, og summen av denne og høyden skulle være 50.

I den andre funksjonen er x radien i bunnen av potten og $g(x)$ er volumet av potten, ettersom $\pi r^2 h$ er volumet av en sylinder, og h er uttrykt med $50 - 2\pi x$





Ovenfor har vi tegnet grafene til funksjonene *f* og *g* .
På hver graf har vi markert to punkter.

c) Hva kan du si om blomsterpottene som lages etter regelen ovenfor, ut fra grafene og de markerte punktene?

Grafen til *f* viser at høyden blir mindre jo større radius i potten er. Punktet *A* forteller oss at høyden av potten er 5,3 cm når radius er 16,6 cm, og punktet *B* forteller oss at radien ikke kan være større enn 8,0 cm.

Grafen til *g* viser at det maksimale volumet potten kan ha er 1473,7cm^3, og at en får dette volumet hvis en lager en potte med en radius på 5,3cm (punkt *C*). Punktet viser det samme som punktet *B*, nemlig at radien ikke kan være større enn 8,0 cm.

Bildeliste

Vindstyrke: http://www.vindportalen.no/hva-er-vind/karakterisering-av-vind.aspx (01.12.2013)

Tegninger, grafer og figurer i oppgaveteksten: Utdanningsdirektoratet