

# Løsningsforslag eksamen 1T høsten 2017

---

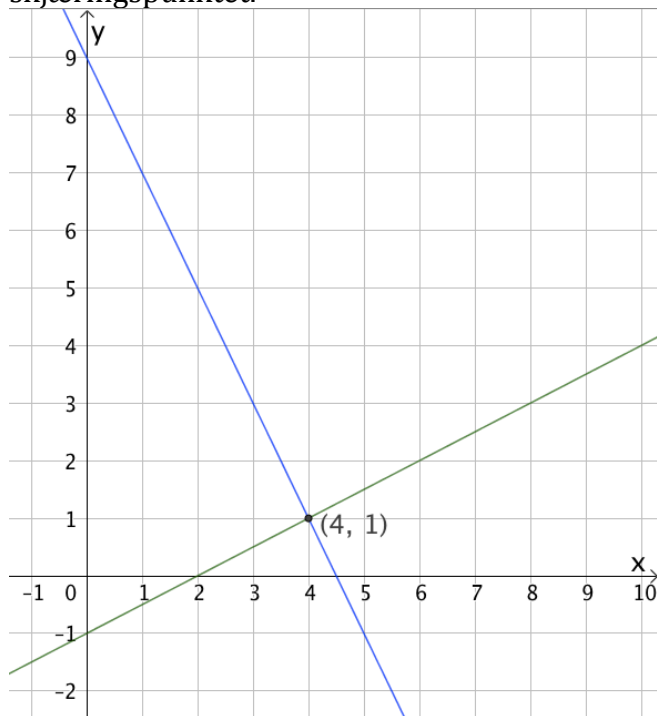
## Del 1

### Oppgave 1

$$\frac{120 \cdot 25000}{0,15} = \frac{12 \cdot 10 \cdot 2,5 \cdot 10^4}{15 \cdot 10^{-2}} = \frac{12 \cdot 2,5}{15} \cdot 10^{1+4-(-2)} = \underline{\underline{2,0 \cdot 10^7}}$$

### Oppgave 2

Tegner linjene  $y = \frac{1}{2}x - 1$  og  $y = 9 - 2x$  i samme koordinatsystem og finner skjæringspunktet.



Likningen har løsningen  $x = 4$

### Oppgave 3

$$x^2 - x - 12 = 0$$

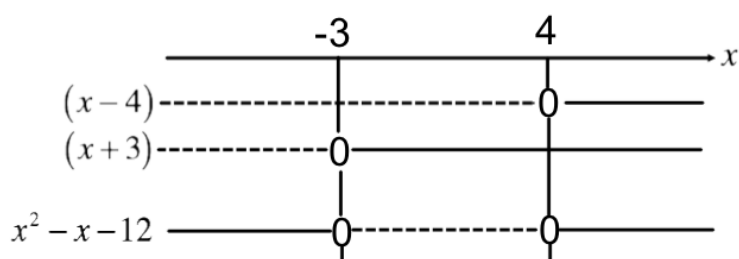
gir

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2} \Rightarrow x_1 = 4 \wedge x_2 = -3$$

så

$$x^2 - x - 12 = (x - 4)(x + 3)$$

Tegner fortegnslinjer



$$\underline{\underline{x^2 - x - 12 \leq 0 \text{ når } -3 \leq x \leq 4}}$$

#### Oppgave 4

$$0 < \sin 73^\circ < 1$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

$$\lg 1 = 0$$

$$\lg\left(10^{-\frac{1}{4}}\right) = -\frac{1}{4}$$

I stigende rekkefølge:

$$\underline{\underline{\lg\left(10^{-\frac{1}{4}}\right) \quad \lg 1 \quad \sin 73^\circ \quad \tan 45^\circ}}$$

#### Oppgave 5

$$\lg\left(x + \frac{1}{25}\right) = -2$$

$$10^{\lg\left(x + \frac{1}{25}\right)} = 10^{-2}$$

$$x + \frac{1}{25} = \frac{1}{100}$$

$$x = \frac{1}{100} - \frac{4}{100}$$

$$\underline{\underline{x = -\frac{3}{100} = -0,03}}$$

#### Oppgave 6

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{3\sqrt{x}}{(\sqrt{x})^3} = \frac{3}{(\sqrt{x})^2} = \underline{\underline{\frac{3}{x}}}$$

#### Oppgave 7

$$\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{30}} \cdot 5^{-1} \cdot 10^{\frac{1}{2}} + 8^{\frac{1}{3}} = \frac{3\sqrt{25}}{3\sqrt{10}} \cdot \frac{1}{5} \cdot \sqrt{10} + \sqrt[3]{8} = \frac{3\sqrt{10}}{3\sqrt{10}} \cdot \frac{5}{5} + 2 = 1 + 2 = \underline{\underline{3}}$$

### Oppgave 8

Siden  $f$  er en lineær funksjon, vil stigningstallet være likt i alle punkter på grafen.

Når vi da får vite at  $f'(2) = 3$ , vet vi at stigningstallet er 3.

Vi vet også at punktet  $(2,4)$  ligger på grafen til  $f$ .

Vi kan finne konstantleddet ved å løse følgende likning:

$$3 \cdot 2 + b = 4$$

$$b = 4 - 6$$

$$b = -2$$

$$\underline{\underline{f(x) = 3x - 2}}$$

### Oppgave 9

a)  $3x^2 - 9x = \underline{\underline{3x(x-3)}}$

b)

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-2} + \frac{2x}{x-3} - \frac{2x}{x^2-5x+6} &= \frac{x}{x-2} + \frac{2x}{x-3} - \frac{2x}{(x-3)(x-2)} \\ &= \frac{x(x-3)}{(x-3)(x-2)} + \frac{2x(x-2)}{(x-3)(x-2)} - \frac{2x}{(x-3)(x-2)} \\ &= \frac{x^2 - 3x + 2x^2 - 4x - 2x}{(x-3)(x-2)} \\ &= \frac{3x^2 - 9x}{(x-3)(x-2)} \\ &= \frac{3x(x-3)}{(x-3)(x-2)} \\ &= \frac{3x}{x-2} \end{aligned}$$

### Oppgave 10

Definerer hendelsene

$A$ : Eleven går i A-klassen,  $\bar{A}$ : Eleven går i B-klassen

$B$ : Eleven har valgt biologi,  $\bar{B}$ : Eleven har ikke valgt biologi

a)  $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 75\%$

Sannsynligheten for at en tilfeldig valgt VG2-elev har valgt biologi, er 75 %

NB! Siden vi får vite at det er like mange elever i de to klassene, ville det her vært tilstrekkelig å regne ut  $P(B|A) + P(B|\bar{A})$

b) Informasjonen i oppgaveteksten forteller oss at  $\frac{2}{3}$  av elevene i biologiklassen

kommer fra A-kassen, mens  $\frac{1}{3}$  av elevene i biologiklassen kommer fra B-klassen.

Sannsynligheten for at en tilfeldig biologielever i VG2 går i A-klassen er  $\frac{1}{3} \approx 33,3\%$

---

---

### Oppgave 11

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2$$

a)

$$\frac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)} = \frac{1^4 - 2 \cdot 1^3 + 2 - ((-1)^4 - 2 \cdot (-1)^3 + 2)}{2} = \frac{1 - 2 + 2 - 1 - 2 - 2}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Den gjennomsnittlige vekstfarten til  $f$  i intervallet  $[-1, 1]$  er  $-2$

b)  $f'(x) = 4x^3 - 6x^2 = 2x^2(2x - 3),$

så den deriverte har nullpunkter  $x = 0$  og  $x = \frac{3}{2}$

$$f'(-1) = 4(-1)^3 - 6(-1)^2 = -4 - 6 = -10$$

og

$$f(1) = 4 \cdot 1^3 - 6 \cdot 1^2 = 4 - 6 = -2$$

Vi ser at den deriverte ikke skifter fortegn i nullpunktet  $x = 0$ , så  $(0, f(0))$  må være et terrassepunkt på grafen til  $f$ .

Konstantleddet til funksjonsuttrykket til  $f$  forteller at  $f(0) = 2$ .

Punktet  $(0, 2)$  er et terrassepunkt på grafen til  $f$ , som skulle vises

### Oppgave 12

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

a)  $f'(x) = \underline{\underline{3x^2 - 12x + 12}}$

b)

$$f(1) = 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 12 \cdot 1 - 8 = 1 - 6 + 12 - 8 = -1$$

og

$$f'(1) = 3 \cdot 1^2 - 12 \cdot 1 + 12 = 3$$

Nå vet jeg at tangeringspunktet er  $(1, -1)$  og at stigningstallet til tangenten er 3. Tangenten har likning  $y = ax + b$  og jeg har  $a = 3$  og bruker punktet  $(1, -1)$  til å finne  $b$ .

$$3 \cdot 1 + b = -1$$

$$b = -1 - 3$$

$$b = -4$$

Likningen for tangenten til  $f$  i punktet  $(1, f(1))$  er  $y = 3x - 4$

*Kunne også brukt ettpunktsformelen her*

- c) For å finne alle mulige tangenter til  $f$  med stigningstall 3, altså som er parallelle med tangenten fra forrige deloppgave, løser jeg likningen  $f'(x) = 3$ .

$$f'(x) = 3$$

$$3x^2 - 12x + 12 = 3$$

$$3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$3(x^2 - 4x + 3) = 0$$

$$3(x - 3)(x - 1) = 0$$

Likningen  $f'(x) = 3$  har altså to løsninger,  $x = 1 \vee x = 3$ , så grafene til  $f$  har én tangent som er parallell med tangenten fra forrige deloppgave

### Oppgave 13

Informasjonen i oppgaveteksten forteller meg at  $\triangle ABC$  og  $\triangle DEF$  er formlike og at forholdet mellom lengdene i  $\triangle ABC$  og  $\triangle DEF$  er 2:1.

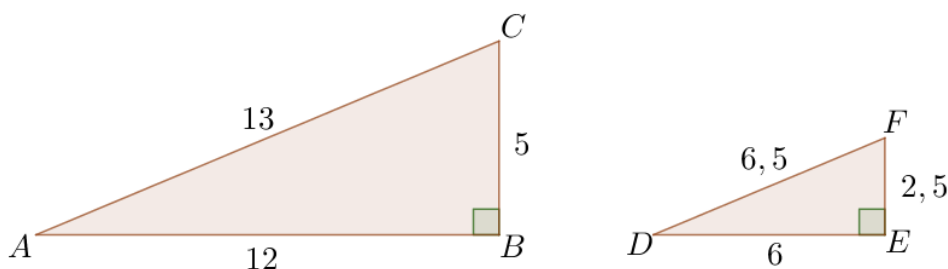
Starter med å tegne en rettvinklet  $\triangle ABC$  med  $AB = 12$ ,  $BC = 5$  og  $\angle B = 90^\circ$ .

Da vet jeg at  $\tan A = \frac{5}{12}$ .

Pythagoras' setning gir  $AC = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$ .

Tegner så  $\triangle DEF$  slik at alle sidelengdene er halvparten av de samsvarende sidelengdene i  $\triangle ABC$  og  $\angle E = 90^\circ$ .

De to trekantene oppgaveteksten beskriver, kan se slik ut:



## Oppgave 14

- a) Omkretsen av det blå området tilsvarer den samlede omkretsen av to sirkler med radius  $a$ .

$$\text{Omkretsen er da } 2 \cdot 2\pi a = \underline{\underline{4\pi a}}$$

- b) Har 6 like kvartsirkler med radius  $a$ . Arealet til resten av det blå området er differansen mellom arealet til et rektangel med sidelengder  $2a$  og  $a$  og en halvsirkel med radius  $a$ . Til sammen kan vi da regne ut at arealet er:

$$\frac{6}{4} \cdot \pi a^2 + 2a \cdot a - \frac{1}{2} \cdot \pi a^2 = \frac{3\pi a^2}{2} - \frac{\pi a^2}{2} + 2a^2 = \underline{\underline{\pi a^2 + 2a^2 = a^2(\pi + 2)}}$$

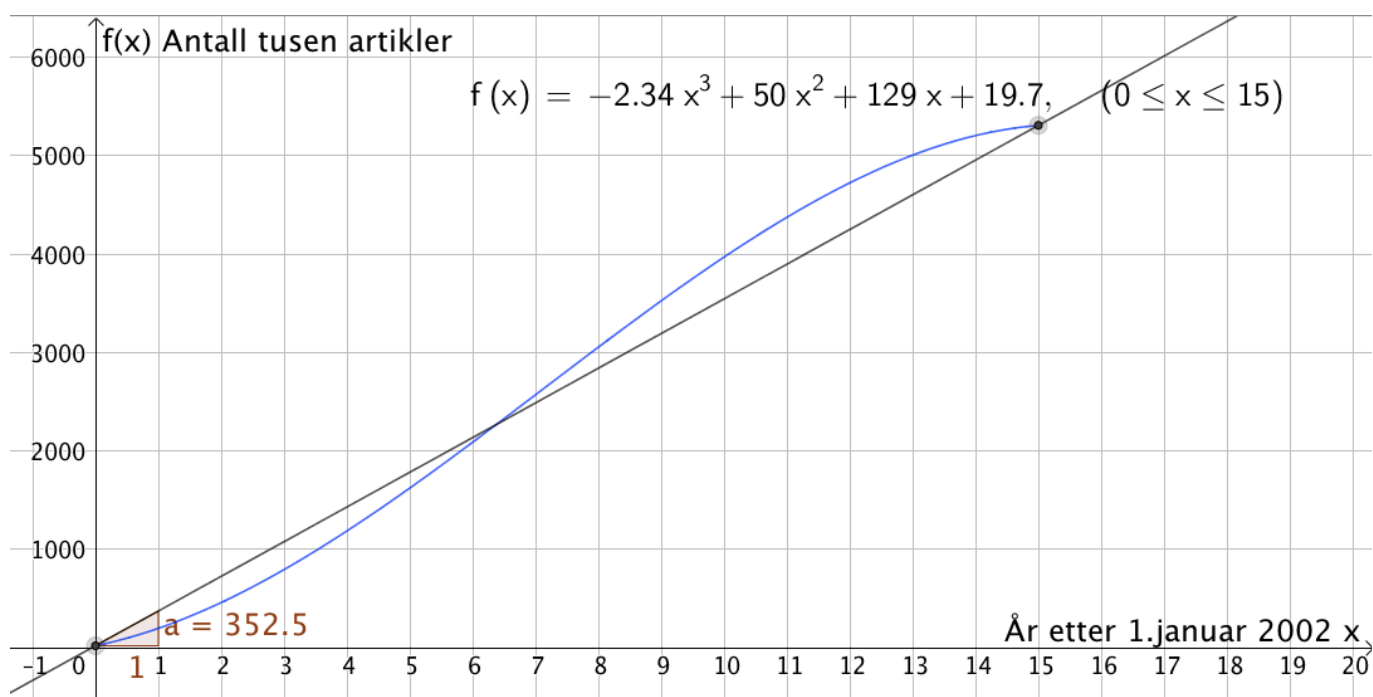
## Del 2

### Oppgave 1

$$f(x) = -2,34x^3 + 50x^2 + 129x + 19,7 \quad , \quad x \in [0,15]$$

- a) Bruker kommandoen "Funksjon( <Funksjon>, <Start>, <Slutt> )" og tegner grafen til  $f$  (se bilde under)
- b) Markerer punktene  $(0, f(0))$  og  $(15, f(15))$  på grafen, tegner linje gjennom disse og finner stigningstallet til linja ved hjelp av knappen "stigning". (se bilde under)

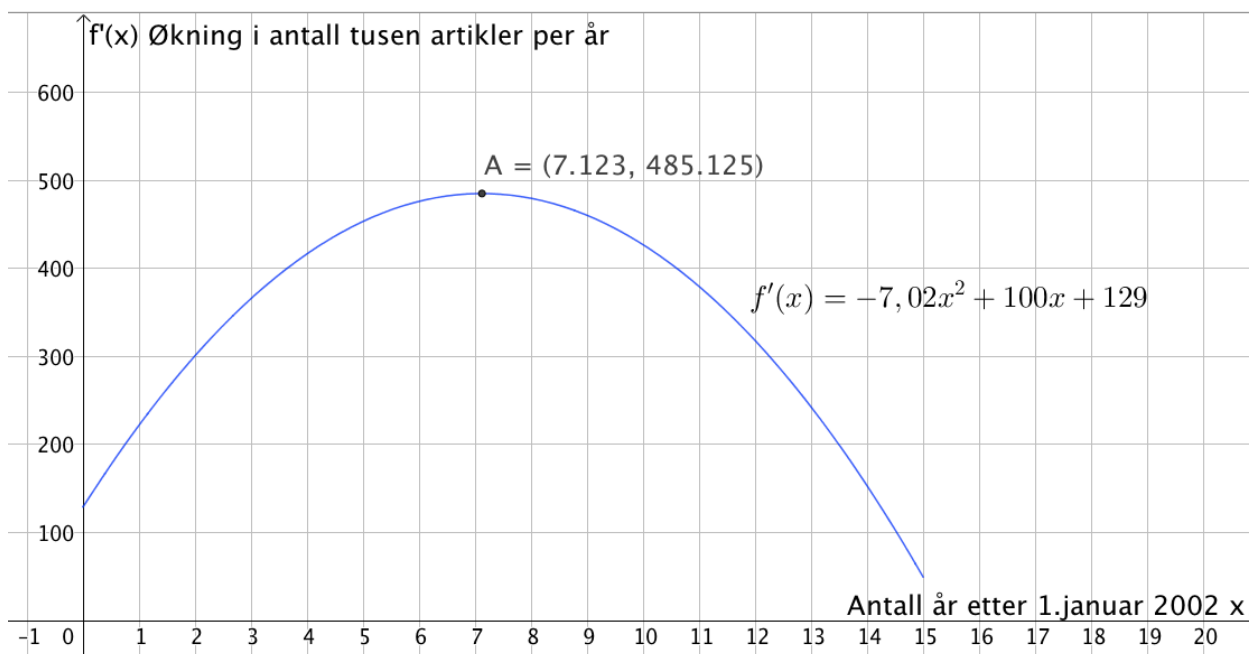
Den gjennomsnittlige vekstfarten i intervallet  $[0,15]$  er 352 500 artikler per år



c)  $f'(x) = -7,02x^2 + 100x + 129$

Bruker kommandoen "Funksjon( <Funksjon>, <Start>, <Slutt> )" og tegner grafen til den deriverte innenfor det oppgitte intervallet. (se bilde under)

d) Bruker kommandoen "Ekstremalpunkt( <Funksjon>, <Start>, <Slutt> )" og finner toppunktet A på grafen til den deriverte. (se bilde under)



Grafen til den deriverte har toppunkt (7,12,485,13)

Grafen til den deriverte forteller oss at økningen i antallet artikler i den engelske utgaven av Wikipedia vokste fra 2002 til et stykke inn i 2009, før økningen avtok igjen. Toppunktet på grafen forteller at økningen i antall artikler var størst i starten av 2009 (midt i februar). Da var økningen på 485 130 artikler per år.

## Oppgave 2

a) Det ligger totalt 12 kuler i esken. Siden 5 av disse er ødelagt, er det 7 kuler som ikke er ødelagt.

$$P(\text{Trekke to kuler som ikke er ødelagt}) = \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} = \frac{7}{22} \approx 31,8\%$$

b)  $P(\text{Trekke minst én ødelagt kule}) = 1 - \frac{7}{22} = \frac{15}{22} \approx 68,2\%$

### Oppgave 3

Setter opp et likningssett, som jeg løser i CAS

CAS	
1	$\tan(50^\circ) = h/(100+x)$ $\rightarrow \tan\left(\frac{5}{18} \pi\right) = \frac{h}{x+100}$
2	$\tan(36^\circ) = h/(140+100+x)$ $\rightarrow \sqrt{-2\sqrt{5}+5} = \frac{h}{x+240}$
3	$\{ \$1, \$2 \}, \{ h=1, x=1 \}$ NLøs: $\{ h = 260.571, x = 118.645 \}$

Fjellet er 261 meter høyt

(Avstandene i oppgaveteksten er oppgitt i hele meter, så gjør det samme i svaret mitt)

### Oppgave 4

a)

CAS	
1	Finner lengden av linjestykket BD
2	$(BD)^2 = 12^2 + (8\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 12 \cdot 8\sqrt{3} \cdot \cos(30^\circ)$ Løs: $\{ BD = -4\sqrt{3}, BD = 4\sqrt{3} \}$
3	$BD := \text{HøyreSide}(\$2, 2)$ $\rightarrow BD := 4\sqrt{3}$
4	Videre finner jeg lengden av AD
5	$(BD)^2 = 8^2 + (AD)^2 - 2 \cdot 8 \cdot AD \cdot \cos(60^\circ)$ Løs: $\{ AD = 4 \}$
6	Legger sammen lengdene av de fire sidene i firkant ABCD
7	$8 + 12 + 8\sqrt{3} + 4$ $\rightarrow \sqrt{3} \cdot 8 + 24$

Den eksakte omkretsen av firkant ABCD er  $24 + 8\sqrt{3}$

b)

CAS	
1	Bruker arealsetningen
2	$(4 \cdot 8 \cdot \sin(60^\circ))/2 + (12 \cdot 8\sqrt{3} \cdot \sin(30^\circ))/2$ $\checkmark \frac{4 \cdot 8 \sin(60^\circ)}{2} + \frac{12 \cdot 8 \sqrt{3} \sin(30^\circ)}{2}$
3	$(4(8) \sin(60^\circ)) / 2 + (12(8) \sqrt{3} \sin(30^\circ)) / 2$ $\rightarrow \sqrt{3} \cdot 32$

Det eksakte arealet av firkant ABCD er  $32\sqrt{3}$

### Oppgave 5

$$f(x) = 2x^2 - 7x + 3$$

- a) Funksjonen  $f$  er en andregradsfunksjon med positiv andregradskoeffisient. Da vet vi at grafen til  $f$  er en parabel som vender den hule siden opp. Dette betyr at grafen til  $f$  har et bunnpunkt, som skulle forklares.

Finner bunnpunktet ved hjelp av CAS:

CAS	
1	$f(x) := 2x^2 - 7x + 3$
<input checked="" type="radio"/>	$\rightarrow f(x) := 2x^2 - 7x + 3$
2	Ekstremalpunkt(f)
<input type="radio"/>	$\rightarrow \left\{ \left( \frac{7}{4}, -\frac{25}{8} \right) \right\}$

Bunnpunktet på grafen til  $f$  har koordinatene  $\left( \frac{7}{4}, -\frac{25}{8} \right)$

---

b)

CAS	
1	$g(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ $\rightarrow g(x) := a x^2 + b x + c$
2	Finner x-koordinaten til bunnpunktet
3	Løs( $g'(x)=0$ ) $\rightarrow \left\{ x = -\frac{b}{2a} \right\}$
4	Setter inn i funksjonsuttrykket til $g$
5	$g(\text{HøyreSide}(\$3))$ $\rightarrow \left\{ \frac{4ac - b^2}{4a} \right\}$

Bunnpunktet på grafen til  $g$  har koordinater  $\left( -\frac{b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right)$ , som skulle vises

c)

CAS	
1	$g(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ $\rightarrow g(x) := a x^2 + b x + c$
2	$S := (s, g(s))$ $\rightarrow S := (s, a s^2 + b s + c)$
3	$T := (t, g(t))$ $\rightarrow T := (t, a t^2 + b t + c)$
4	$\text{Tangent}(S, g)$ $\rightarrow y = -a s^2 + 2 a s x + b x + c$
5	$\text{Tangent}(T, g)$ $\rightarrow y = -a t^2 + 2 a t x + b x + c$
6	$\text{Løs}(\text{HøyreSide}(\$4) = \text{HøyreSide}(\$5))$ $\rightarrow \left\{ x = \frac{1}{2} s + \frac{1}{2} t \right\}$

For ordens skyld kan jeg vise at denne  $x$ -koordinaten ligger midt mellom  $s$  og  $t$

7	$\text{HøyreSide}(\$6)$ $\rightarrow \left\{ \frac{1}{2} s + \frac{1}{2} t \right\}$
8	$\{1 / 2 s + 1 / 2 t\}$ Faktoriser: $\left\{ \frac{s + t}{2} \right\}$

$x$ -koordinaten til punktet  $P$  ligger midt mellom  $s$  og  $t$ , som skulle vises