Eksamen S1 2018 - Løsningsforslag

Oppgave 1

a) $2x^2 - 5x + 1 = x - 3$

$$2x^2 - 6x + 4 = 0$$

Løser med abc:

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{2 \cdot 2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{4}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{4}}{4} = \frac{6 \pm 2}{4} \qquad \underline{\underline{x = 1 \vee x = 2}}$$

b)

$$\frac{\cancel{2}\lg(x+7)}{\cancel{2}} = \frac{4}{2}$$

$$\lg(x+7) = 2$$

$$x + 7 = 100$$

$$\underline{\underline{x = 93}}$$

c)

$$\frac{\cancel{3} \cdot 2^{3x+2}}{\cancel{3}} = \frac{12 \cdot 2^6}{3}$$

$$2^{3x+2} = 4 \cdot 2^6$$

$$2^{3x+2} = 2^2 \cdot 2^6$$

$$2^{3x+2} = 2^{2+6}$$

$$2^{3x+2} = 2^8$$

$$3x + 2 = 8$$

$$3x = 6$$

$$\underline{\underline{x = 2}}$$

Oppgave 2

I: $x^2 + 3y = 7$

II: $3x - y = 1$

Fra II: $y = 3x - 1$

Setter inn i I:

$$x^2 + 3(3x - 1) = 7$$

$$x^2 + 9x - 3 = 7$$

$$x^2 + 9x - 10 = 0$$

Løser med abc:

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1} = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 40}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{121}}{2}$$

$$= \underline{\frac{-9 \pm 11}{2}}$$

$x_1 = -10$

$x_2 = 1$

Finner tilhørende y til hver x:

$x_1 = -10$ gir $y_1 = 3 \cdot (-10) - 1 = \underline{-31}$

$x_2 = 1$ gir $y_2 = 3 \cdot 1 - 1 = \underline{2}$

Løsning: $\underline{\underline{\begin{matrix} x_1 = -10 \\ y_1 = -31 \end{matrix} \quad \vee \quad \begin{matrix} x_2 = 1 \\ y_2 = 2 \end{matrix}}}$

Oppgave 3

a) $(2x-3)^2 - 2x(2x-6)$

$= 4x^2 - 2\cdot 2x \cdot 3 + 3^2 - 4x^2 + 12x$

$= 4x^2 - 12x + 9 - 4x^2 + 12x$

$= \underline{\underline{9}}$

b) $\lg(2a) + \lg(4a) + \lg(8a) - \lg(16a)$

$= \lg(2a \cdot 4a \cdot 8a) - \lg(16a)$

$= \lg(64a^3) - \lg(16a)$

$= \lg\left(\frac{64a^3}{16a}\right) = \underline{\underline{\lg(4a^2)}}$ $\left(= \lg(2a)^2 = \underline{\underline{2\lg(2a)}} \right)$

c) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{a-b}{ab}$

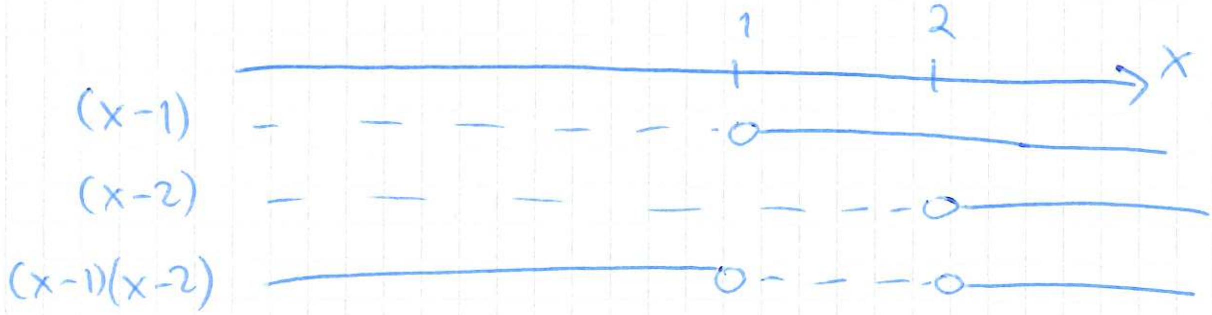
$= \frac{1}{a}\frac{\cdot b}{\cdot b} + \frac{1}{b}\frac{\cdot a}{\cdot a} - \frac{a-b}{ab} = \frac{b + a - (a-b)}{ab}$

$= \frac{b+a-a+b}{ab} = \frac{2\cancel{b}}{a\cancel{b}} = \underline{\underline{\frac{2}{a}}}$

Oppgave 4

$$x^2 - 3x + 2 \geq 0$$

$$(x-1)(x-2) \geq 0$$



Løsning: $\underline{\underline{x \in \langle \leftarrow, 1] \cup [2, \rightarrow \rangle}}$

Oppgave 5

a)

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

1 7 21 35 35 21 7 1

1 8 28 56 70 56 28 8 1

b) 3 røde

4 blå   Trekker tre kuler uten tilbakelegging.

$$P(\text{tre blå}) = P(BBB) = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \underline{\underline{\frac{4}{35}}}$$

c) $P(\text{både røde og blå}) = P(\text{én blå, to røde}) + P(\text{to blå, én rød})$.

$$P(\text{én blå, to røde}) = \frac{\binom{4}{1}\binom{3}{2}}{\binom{7}{3}} = \frac{4 \cdot 3}{35} = \underline{\frac{12}{35}}$$

$$P(\text{to blå, én rød}) = \frac{\binom{4}{2}\binom{3}{1}}{\binom{7}{3}} = \frac{6 \cdot 3}{35} = \underline{\frac{18}{35}}$$

Dermed:

$$P(\text{både røde og blå}) = \frac{12}{35} + \frac{18}{35} = \underline{\underline{\frac{30}{35}}}$$

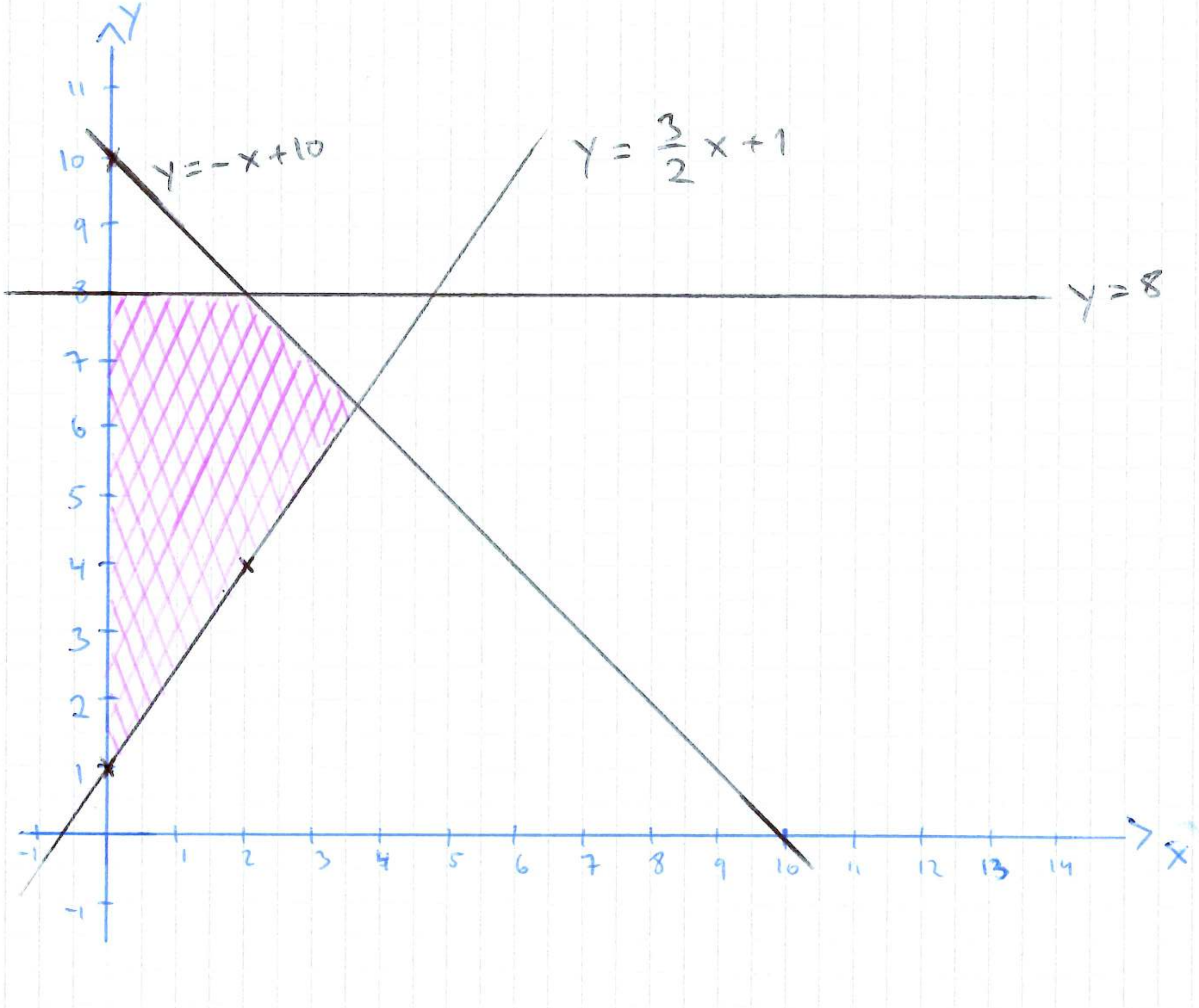
Oppgave 6

$\boxed{x \geq 0}$

$\boxed{y \leq 8}$

$x + y \leq 10 \iff \boxed{y \leq -x + 10}$

$3x - 2y \leq -2 \iff \boxed{y \geq \frac{3}{2}x + 1}$



Oppgave 7

$$f(x) = \frac{2x-1}{x+2} \quad , \quad x \neq -2$$

a) Finner først asymptotene:

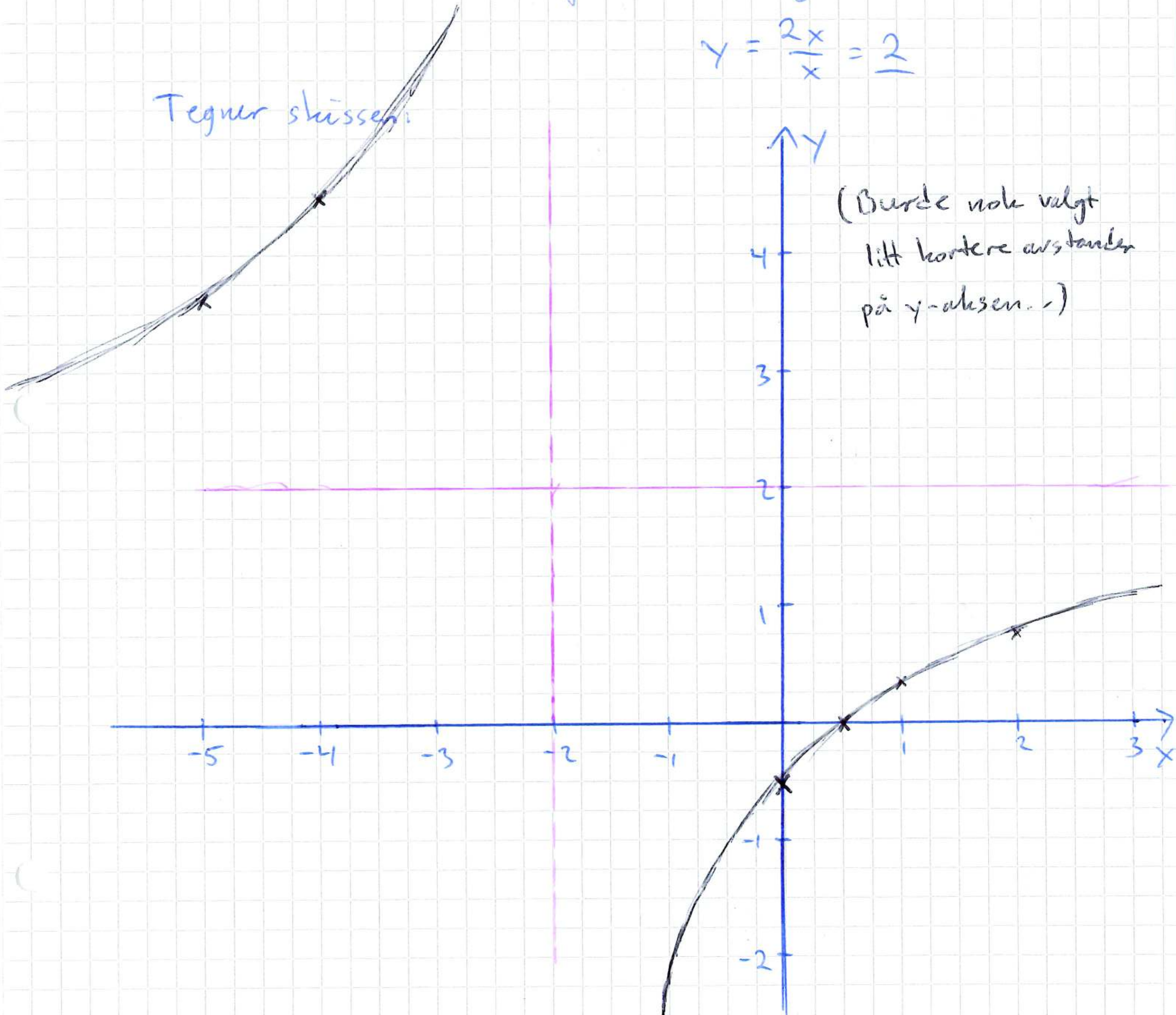
vertikal - der nevner er null: $x+2=0$

$$\underline{x=-2}$$

horisontal - verdien $f(x)$ nærmer seg når $x \to \infty$:

$$y = \frac{2x}{x} = \underline{2}$$

Tegner skissen:



(Burde nok valgt litt kortere avstander på y-aksen..)

b) $f(x) = x - 2$

$$\frac{2x-1}{x+2} = x - 2$$

$$\frac{2x-1}{\cancel{(x+2)}} \cdot \cancel{(x+2)} = (x-2)\cdot(x+2)$$

$$2x - 1 = x^2 - 4$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

abc: $x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4\cdot 1\cdot(-3)}}{2\cdot 1}$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$\underline{\underline{x = -1 \lor x = 3}}$$

Oppgave 8

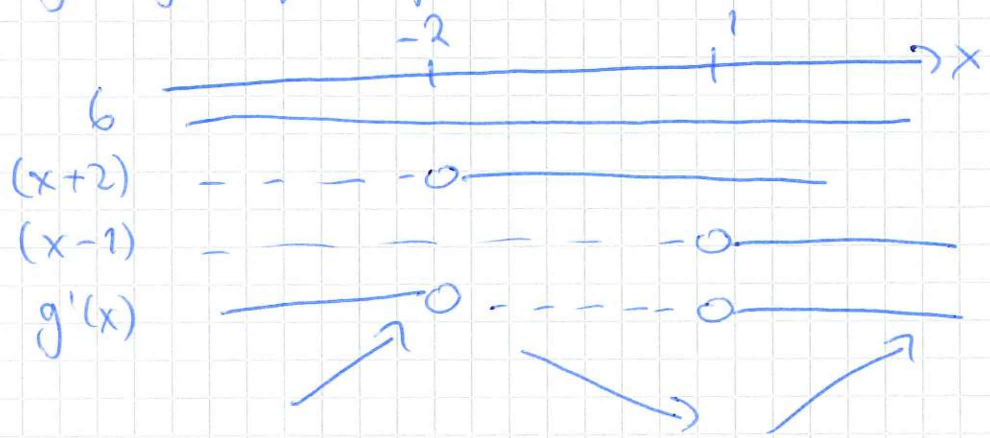
$$g(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$$

a) $g'(x) = \underline{\underline{6x^2 + 6x - 12}}$

b) Faktoriserer først $g'(x)$: $g'(x) = 6(x^2 + x - 2)$

$$= \underline{6(x+2)(x-1)}$$

Tegner fortegnsskjema:



Toppunkt ved $x = -2$

$$y = g(-2) = 2\cdot(-2)^3 + 3\cdot(-2)^2 - 12\cdot(-2)$$
$$= 2\cdot(-8) + 3\cdot 4 + 24$$
$$= -16 + 12 + 24 = \underline{20}$$

$\underline{\underline{(-2,\ 20)}}$

Bunnpunkt ved $x = 1$

$$y = g(1) = 2\cdot 1^3 + 3\cdot 1^2 - 12\cdot 1$$
$$= 2 + 3 - 12 = \underline{-7}$$

$\underline{\underline{(1,\ -7)}}$

c) Gjennomsnittlig vekst: $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{g(2) - g(0)}{2 - 0}$

$$g(2) = 2\cdot 2^3 + 3\cdot 2^2 - 12\cdot 2$$
$$= 2\cdot 8 + 3\cdot 4 - 24 = 16 + 12 - 24 = \underline{4}$$

$g(0) = \underline{0}$

Dermed er gj. snittlig vekst: $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{4}{2} = \underline{\underline{2}}$

d) Den momentane vekstfarten er 24 der

$$g'(x) = 24$$

Det gir

$$6x^2 + 6x - 12 = 24$$

$$6x^2 + 6x - 36 = 0 \quad | :6$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

Løser:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \underline{\frac{-1 \pm 5}{2}}$$

$$\underline{x = -3 \vee x = 2}$$

Punktene blir da:

$$x = -3 \text{ gir } y = g(-3) = 2 \cdot (-3)^3 + 3 \cdot (-3)^2 - 12 \cdot (-3)$$

$$= 2 \cdot (-27) + 3 \cdot 9 + 36$$

$$= -54 + 27 + 36 = \underline{9}$$

$\underline{\underline{(-3, 9)}}$

$$x = 2 \text{ gir } y = g(2) = \underline{4}$$

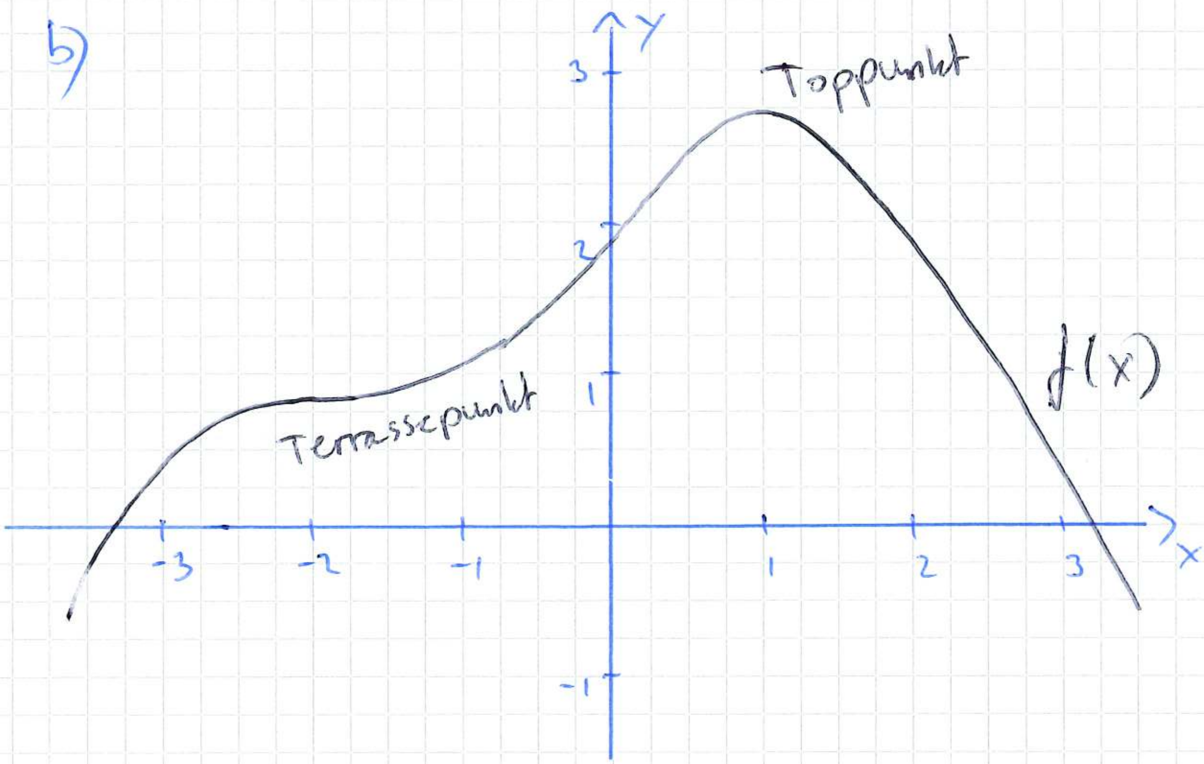
$\underline{\underline{(2, 4)}}$

Oppgave 9

a) Grafen til f stiger ved $\underline{\underline{x \in \langle \leftarrow, -2 \rangle \cup \langle -2, 1 \rangle}}$

Grafen til f synker ved $\underline{\underline{x \in \langle 1, \rightarrow \rangle}}$

b)



Eksamen S1 Vår 2018 – Løsningsforslag Del 2

Oppgave 1

Definerer følgende variable:

x: Kilopris for torsk
y: Kilopris for sei

Opplysningene i teksten gir da likningsettet

$I: 110x + 200y = 6795$
$II: 150x + 230y = 8390$

Løser i CAS:

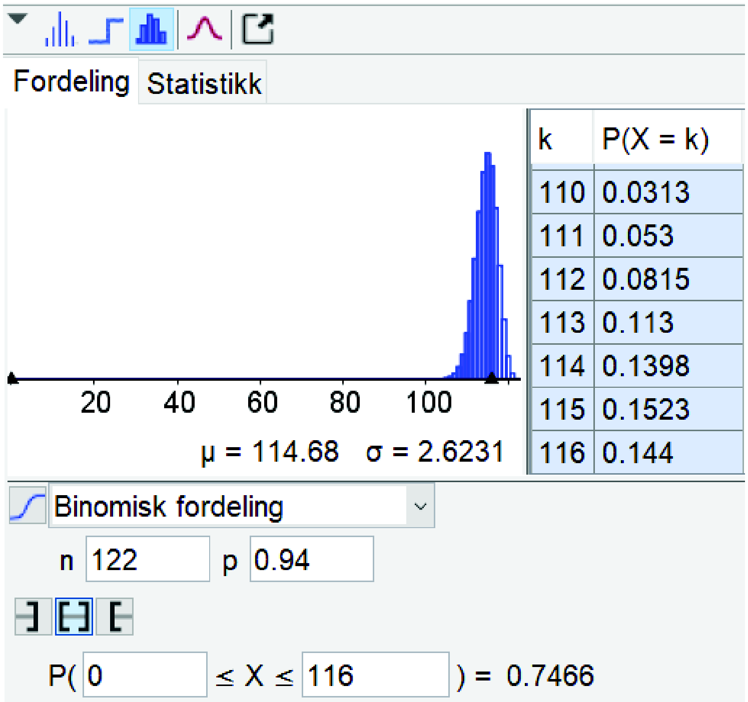
CAS	
1	110x + 200y = 6795 $\rightarrow\ 110\,x + 200\,y = 6795$
2	150x + 230y = 8390 $\rightarrow\ 150\,x + 230\,y = 8390$
3	{$1, $2} Løs: $\left\{\left\{x = \frac{49}{2}, y = \frac{41}{2}\right\}\right\}$
4	{{x = 49 / 2, y = 41 / 2}} $\approx\ \{\{x = 24.5, y = 20.5\}\}$

Ser at torsken ble solgt for 24,50 kr per kg, og seien ble solgt for 20,50 kr per kg.

Oppgave 2

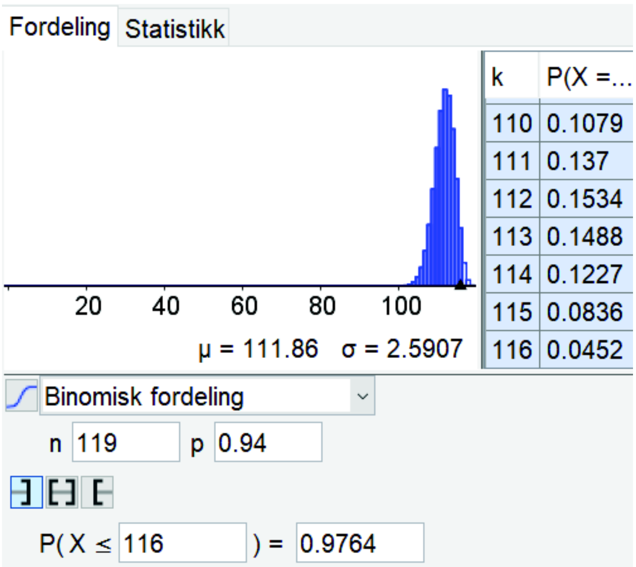
a) For å kunne bruke binomisk sannsynlighetsmodell må vi anta at sannsynligheten for at en passasjer møter er uavhengig av de andre passasjerene, og at denne sannsynligheten er lik for alle passasjerer.

b) Hvis alle som møter skal få plass på flyet, betyr det at maksimalt 116 av de 122 med billett kan møte opp. Bruker binomisk sannsynlighetskalkulator i GeoGebra og finner sannsynligheten for at maksimalt 116 møter. Sannsynligheten for at en passasjer møter er 94 %



Sannsynligheten for at alle som møter, får plass er da 74,66 %.

c) Må her justere antall billetter som er solgt. Justerer n, antall solgte billetter, til sannsynligheten kommer over 95 %:



Ser at de kan selge maksimalt 119 billetter om de ønsker at det skal være minst 95 % sannsynlig at alle som møter opp får plass på flyet.

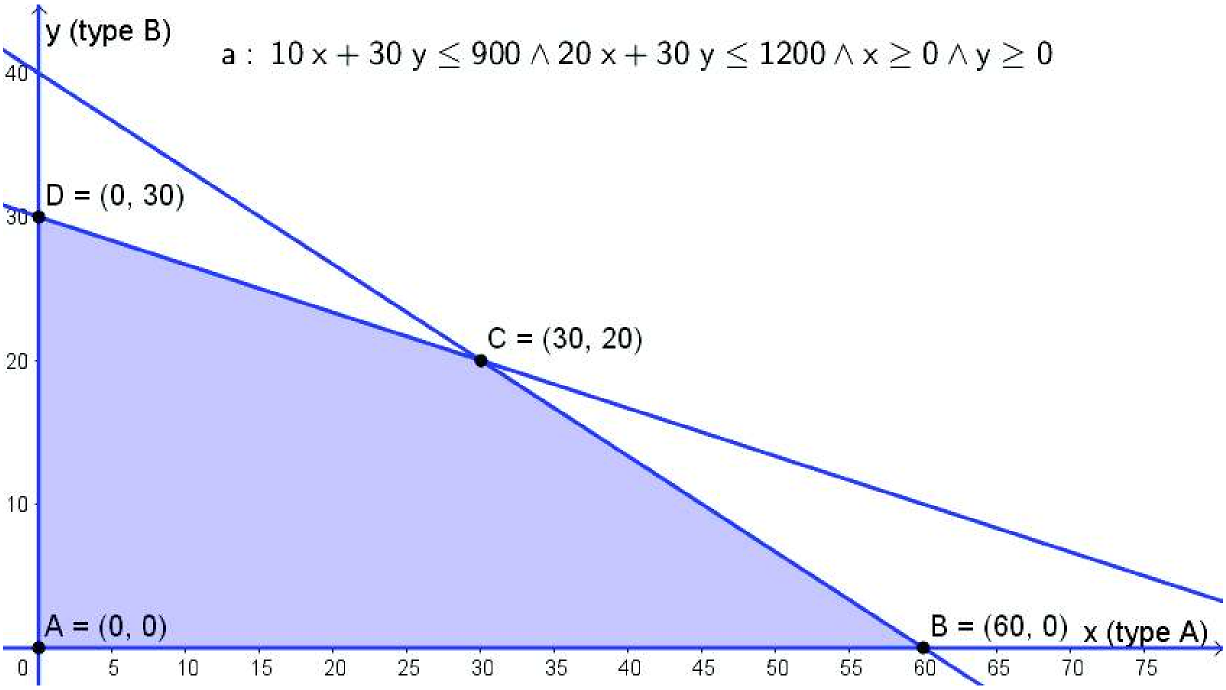
Oppgave 3

a) Forklarer ulikhetene ved hjelp av en tabell:

Type begrensning	**Fuglekasse A (x)**	**Fuglekasse B (y)**	**Krav**	**Ulikhet**
Jobb Frode (minutter)	$10x$	$30y$	≤ 900	$10x + 30y \leq 900$
Jobb Peter (minutter)	$20x$	$30y$	≤ 1200	$20x + 30y \leq 1200$
Antall kasse A	x		≥ 0	$x \geq 0$
Antall kasse B		y	≥ 0	$y \geq 0$

De siste ulikhetene i tabellen kommer av at vi ikke kan produsere negativt antall fuglekasser. De to øverste i tabellen omgjøres til det som står i oppgaven dersom man deler på 10.

b) Skraverer området i GeoGebra:



c) Vi får her fortjenestefunksjonen $F(x, y) = 60x + 150y$. Maksimal fortjeneste finnes i ett av hjørnepunktene, så jeg regner ut fortjenesten i hvert hjørnepunkt og ser hvilket som blir størst:

verdiA = 0

verdiB = 3600

verdiC = 4800

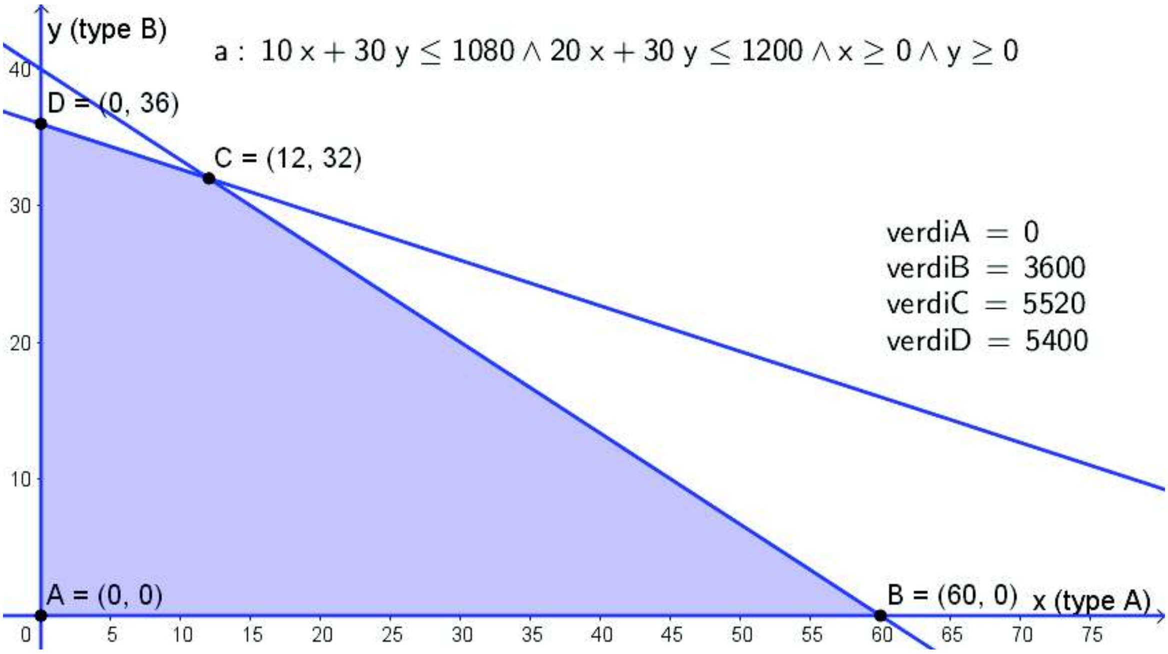
verdiD = 4500

Finner at vi får størst fortjeneste i punkt C, altså ved produksjon av 30 fuglekasser type A og 20 fuglekasser type B. Da er fortjenesten 4800 kr.

d) Om Frode kan jobbe 3 timer ekstra blir ulikheten for Frode omgjort til

$$10x + 30y \leq 1080$$

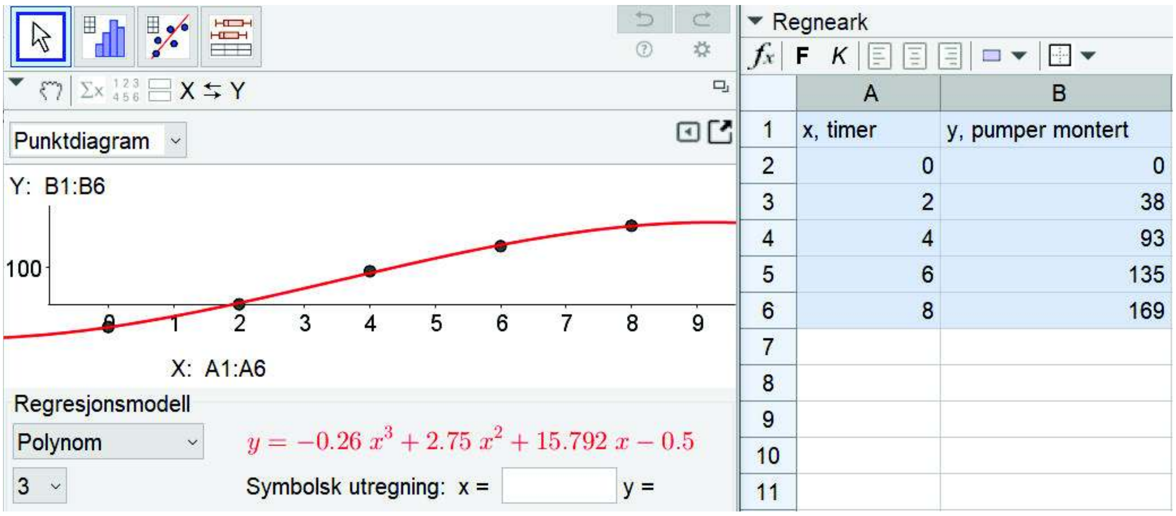
Endrer vi denne ulikheten blir området nå:



<u>Det optimale punktet for maksimal fortjeneste er nå (12, 32). Altså bør de nå produsere 12 fuglekasser av type A og 32 fuglekasser av type B.</u>

Oppgave 4

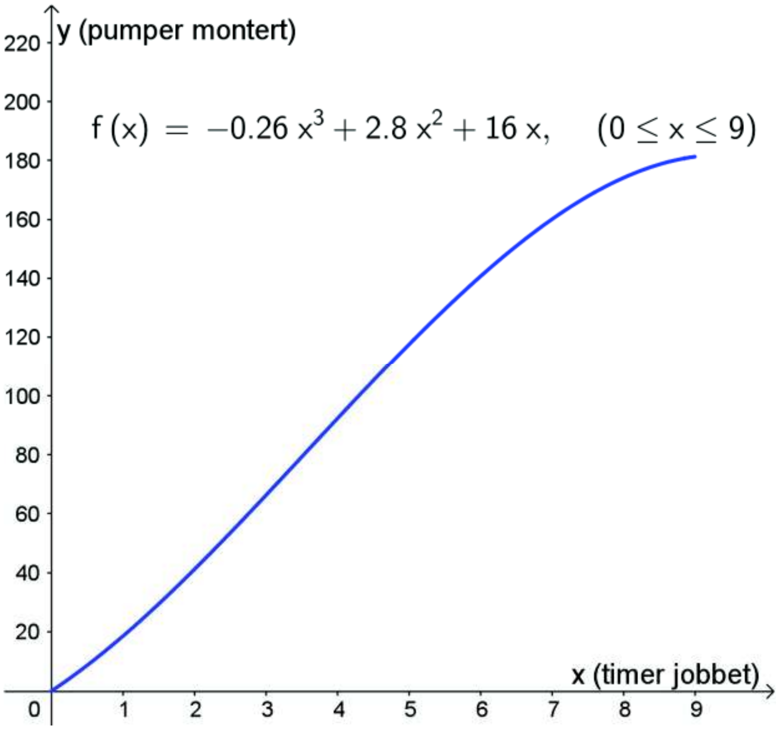
a) Bruker Regneark og Regresjonsanalyse i GeoGebra:



Ser at det tredjegradspolynomet som passer best med tallene i tabellen er

$$g(x) = \underline{\underline{-0{,}26x^3 + 2{,}75x^2 + 15{,}792x - 0{,}5}}$$

b) Tegner grafen til $f(x)$ i GeoGebra:

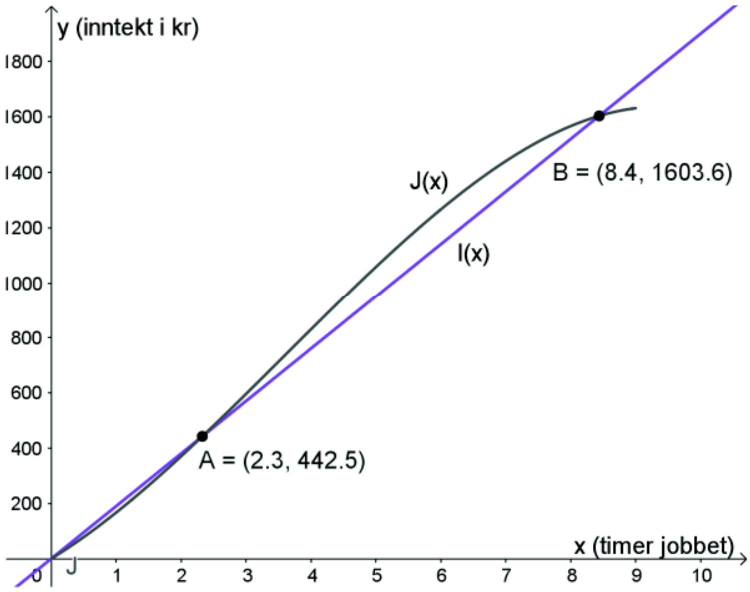


c) Arne får her to ulike inntektsfunksjoner:

$I(x) = 190x$ (timebetaling)

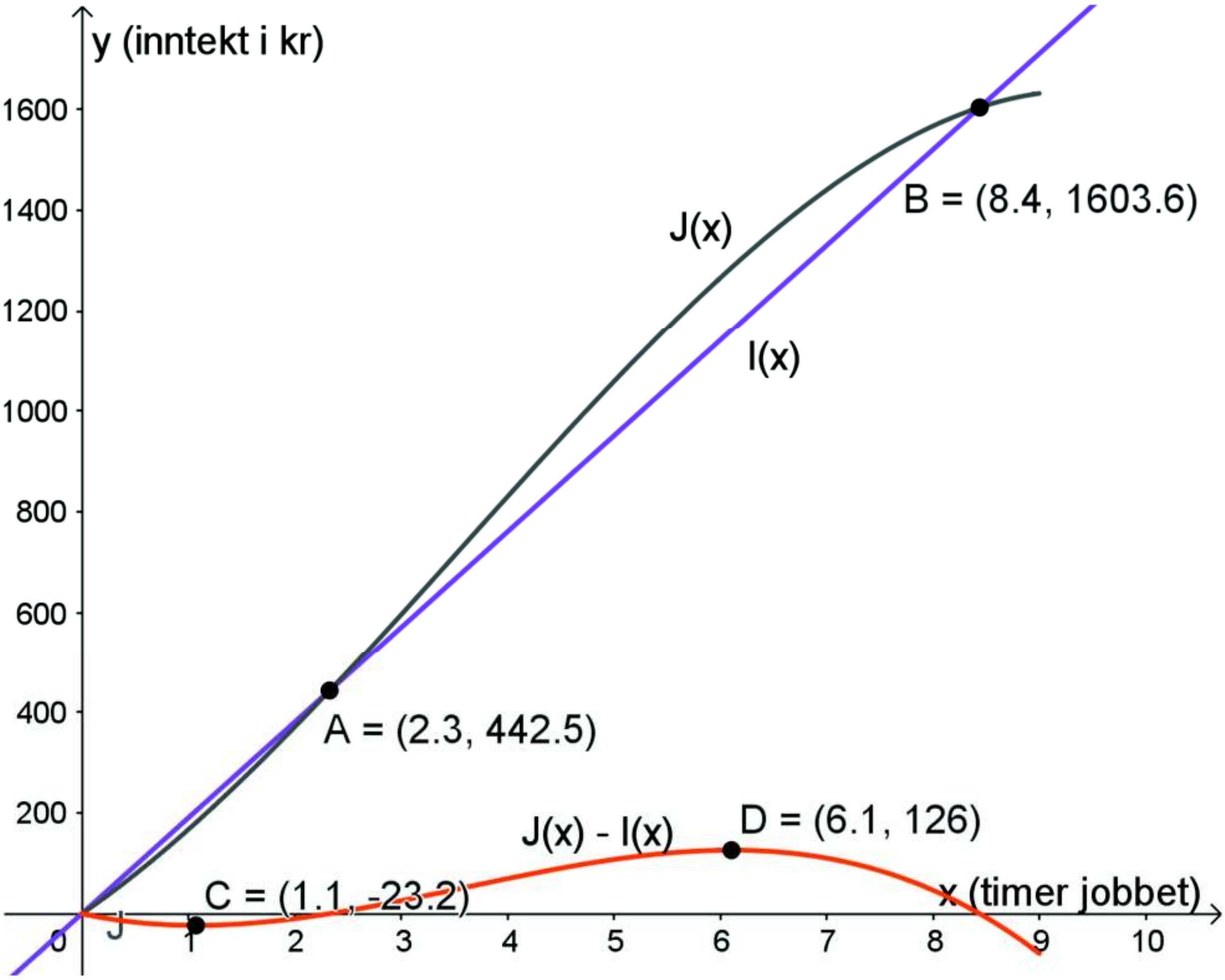
$J(x) = 9 \cdot f(x)$ (betaling per montert pumpe)

Tegner begge i GeoGebra og finner skjæringspunktene med Skjæring mellom to objekt:



<u>Ser at for at det skal lønne seg å velge betaling per muntert pumpe må han jobbe mellom 2,3 og 8,4 timer på én dag.</u>

d) Tegner $J(x) - I(x)$ og finner den maksimale verdien med kommandoen Ekstremalpunkt. Se punkt D på grafen under:



<u>Han må altså jobbe litt over 6 timer på én dag for at forskjellen mellom lønn per pumpe og lønn per time skal bli størst mulig.</u>