

Løsningsforslag eksamen 2P-Y våren 2018

Del 1

Oppgave 1

Den høyeste poengsummen Markus oppnådde var 30 poeng, mens den laveste poengsummen var -24.

$30 - (-24) = 30 + 24 = 54$, så variasjonsbredden er 54 poeng

$$\frac{20 - 15 + 5 + 15 - 8 - 3 - 24 + 30}{8} = \frac{20}{8} = 2,5$$

Gjennomsnittspoengsummen er 2,5 poeng

Oppgave 2

$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$, så 20% tilsvarer en femtedel.

$\frac{25}{5} = 5$, så 5 av elevene har bodd i Norge i mindre enn fire år

Oppgave 3

$$\frac{5 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^{-8}} = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 10^8}{2} = \frac{5 \cdot 10^{6+8}}{2} = \frac{5 \cdot 10^{14}}{2} = \underline{\underline{2,5 \cdot 10^{14} = 250000000000000 = 250 \text{ billioner}}}$$

Oppgave 4

a)

BMI	Frekvens	Kumulativ frekvens	Relativ frekvens	Kumulativ relativ frekvens
$[17, 18,5[$	20	20	0,02	0,02
$[18,5, 25[$	500	520	0,5	0,52
$[25, 30[$	400	920	0,4	0,92
$[30, 32[$	80	1000	0,08	1

b)

- 80 av personene i undersøkelsen hadde BMI som kvalifiserte til kategorien "Fedme"

- 520 av personene i undersøkelsen var enten "undervektige" eller hadde "normal vekt", i følge BMI-skalaen.

De hadde altså BMI innenfor intervallet $[17, 25)$

- 40 % av personene i undersøkelsen hadde BMI som kvalifiserte til kategorien "Overvektig"

- 92 % av personene hadde BMI under 30, og kvalifiserte dermed ikke til kategorien "Fedme", men var enten "undervektige", hadde "normal vekt" eller var "overvektige" i følge BMI-skalaen

c) Den kumulative relative frekvensen passerer 50 % innenfor kategorien "Normal vekt", så median-BMI for personene i undersøkelsen må ligge i det intervallet som hører til denne kategorien

Oppgave 5

a)

Figur-nummer	Antall sekskanter	Antall sirkler i ytterste sekskant
2	1	6
3	2	12
4	3	18
5	4	24
n	n-1	6(n-1)

b)

$$6(n-1) = 246$$

$$n-1 = \frac{246}{6}$$

$$n-1 = 41$$

Det er 41 sekskanter i figuren som har 246 sirkler i den ytterste sekskanten

c)

Figur-nummer	Antall rader	Antall sirkler i hver rad	Antall sirkler i figuren
1	1	1	1
2	3	2	6
3	5	3	15
4	7	4	28
n	$2n-1$	n	$n(2n-1)$

d) Setter inn 100 for n i uttrykket for antall sirkler i figur n :

$$100(2 \cdot 100 - 1) = 100 \cdot 199 = 19900$$

Det vil være 19 900 sirkler i figur nummer 100

Oppgave 6

a) Bestanden vil, i følge forskerne, avta med 6000 dyr i løpet av 10 år. Det betyr at den i gjennomsnitt må avta med 600 dyr per år.

Vi får altså en lineær modell hvor stigningstallet er -600 og konstantleddet er 12000.

$$\underline{\underline{f(x) = -600x + 12000}}$$

b) Når bestanden avtar med 600 dyr første året, og utgangspunktet er 12000 dyr,

$$\text{tilsvarer dette en reduksjon på } \frac{600}{12000} = \frac{1}{20} = \frac{5}{100} = 5\%$$

Vekstfaktoren ved 5 % nedgang er 0,95

Da vil følgende modell vise hvor mange dyr det vil være i bestanden om x år:

$$\underline{\underline{g(x) = 12000 \cdot 0,95^x}}$$

c) Dersom bestanden minker med 5 % per år, vil reduksjonen bli mindre og mindre fra år til år, etter hvert som bestanden minker.

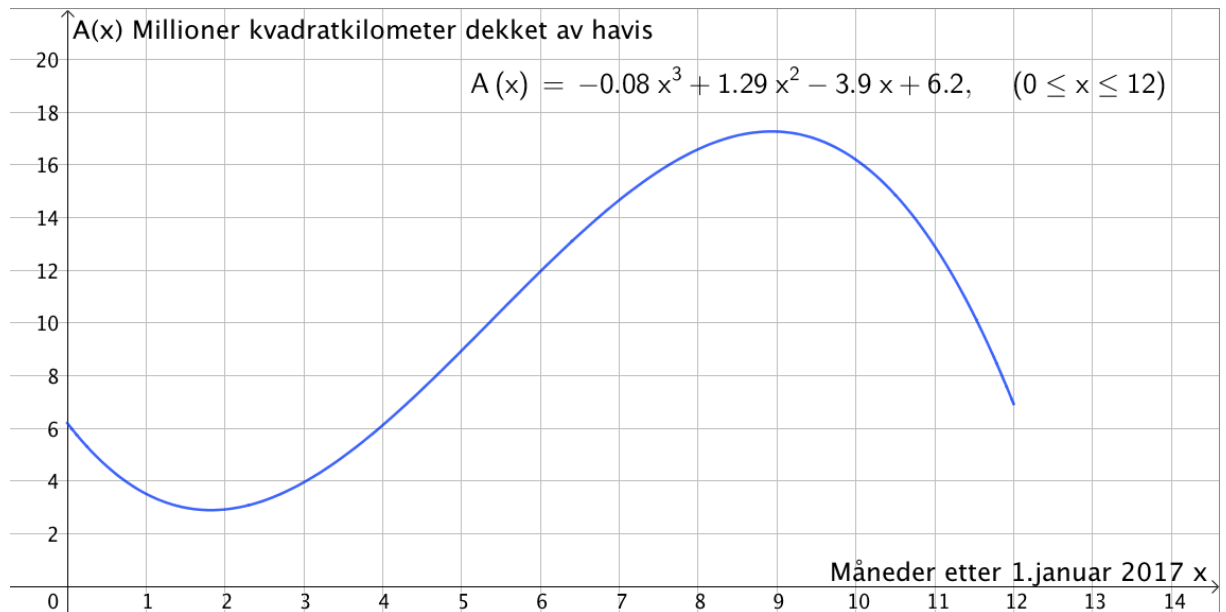
Begge modellene tar utgangspunkt i en reduksjon på 600 dyr første året, men for den lineære modellen vil denne reduksjonen være uforandret fra år til år.

Det vil være færrest dyr igjen i bestanden om 10 år i følge den lineære modellen

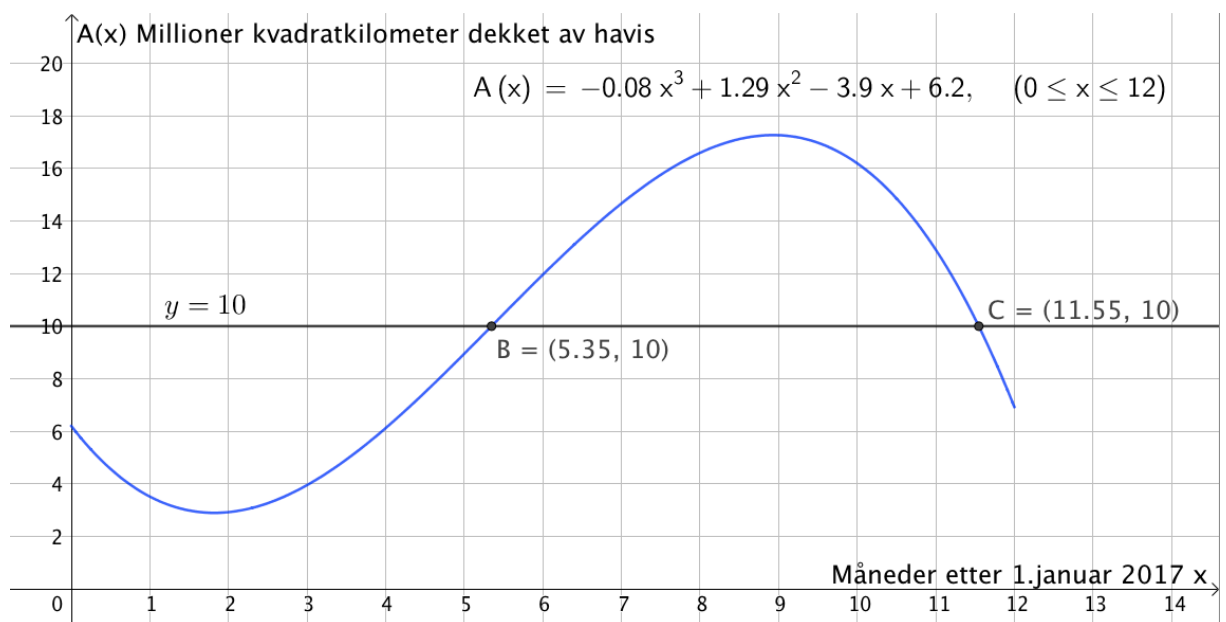
Del 2

Oppgave 1

a)



- b) Tegner linja $y = 10$ og finner skjæringspunktene mellom denne og grafen til A ved hjelp av "skjæring mellom to objekt". Får skjæringspunktene B og C

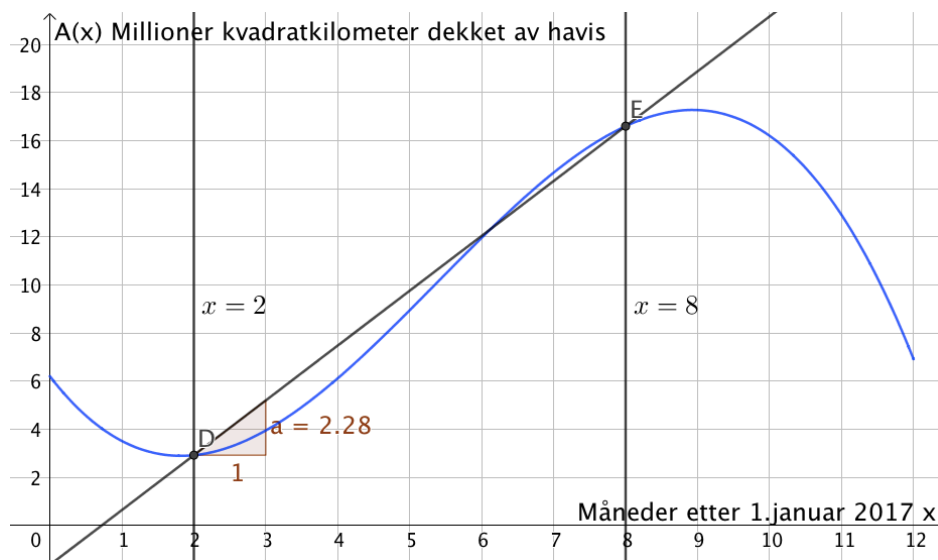


$$11,55 - 5,35 = 6,2$$

Mer enn 10 millioner km² er dekket av havis i litt over 6 måneder

- c) 1.mars er 2 måneder etter 1.januar og 1.september er 8 måneder etter 1.januar. Tegner linjene $x = 2$ og $x = 8$, og finner skjæringspunktene mellom disse og

grafen til A ved hjelp av "skjæring mellom to objekt". Får da skjæringspunktene D og E . Tegner ei linje gjennom disse punktene og finner stigningstallet ved hjelp av "stigning".



Området som var dekket av havis økte i gjennomsnitt med 2.28 km^2 per måned i tidsrommet 1.mars til 1.september

- d) Bruker kommandoen " $\text{Tangent}(\langle x\text{-verdi} \rangle, \langle \text{Funksjon} \rangle)$ " og tegner tangenten i punktet $(5, A(5))$. Finner stigningstallet til denne tangenten ved hjelp av "stigning".



Den momentane vekstfarten er 3 km^2 per måned når $x = 5$

Svaret forteller at området som er dekket av havis øker med 3 km^2 per måned fem måneder etter 1.januar, altså 1.juni.

Oppgave 2

Vekstfaktoren ved 12 % nedgang er 0,88

$$(100\% - 12\% = 88\% = 0,88)$$

a) $300000 \cdot 0,88^5 = 158319,56 \approx 158320$

Bilen vil være verdt 158 320 kroner om fem år

b) $300000 \cdot 0,88^{-5} = 568470,45 \approx 568470$

Bilen var verdt 568 470 kroner for fem år siden

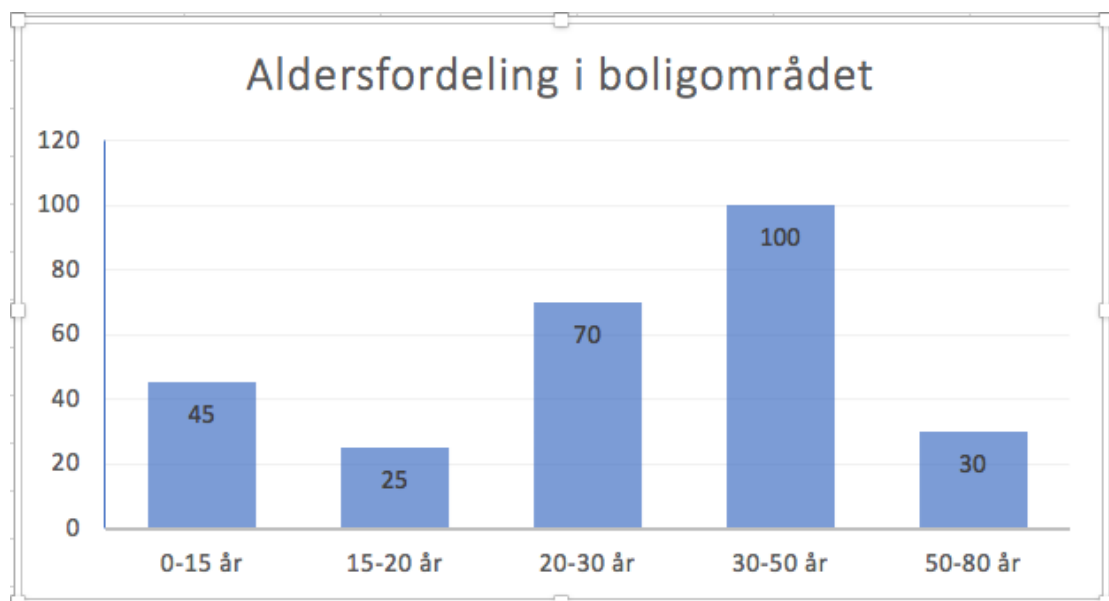
Oppgave 3

- a) Det samlede arealet av rektanglene i histogrammet utgjør antall personer som bor i boligområdet.

$$15 \cdot 3 + 5 \cdot 5 + 10 \cdot 7 + 20 \cdot 5 + 30 \cdot 1 = 45 + 25 + 70 + 100 + 30 = 270$$

Det bor 270 personer i boligområdet

- b) Tar utgangspunkt i regnestykket mitt i forrige deloppgave.
Legger inn verdiene sammen med aldersgruppene i et regneark (bruker Excel) og lager søylediagram

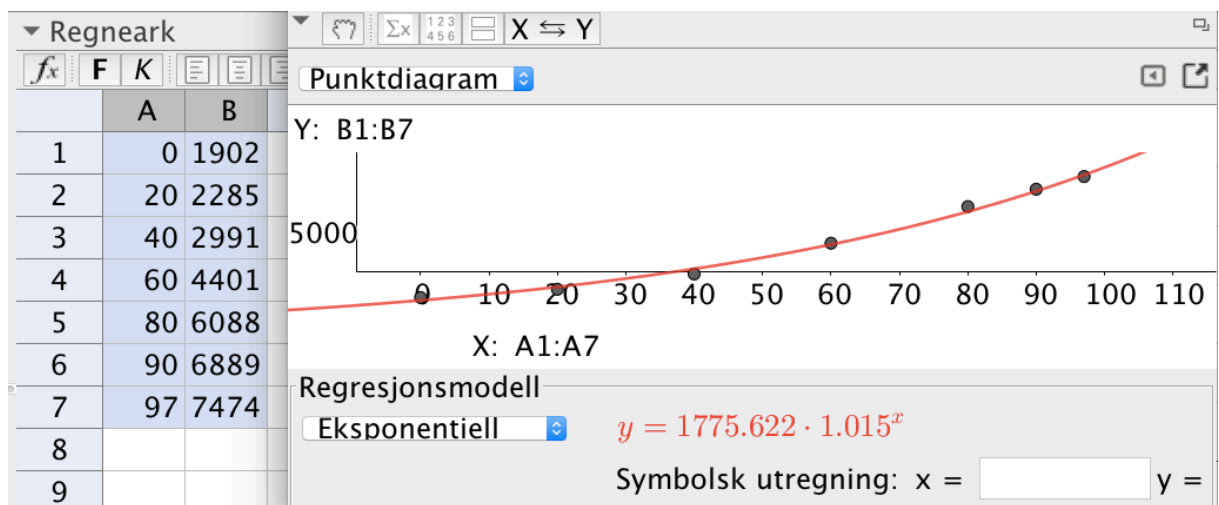


- c) Det er nok enklere å se hvor mange personer det er i hver aldersgruppe når en ser på søylediagrammet, enn det er når man ser på histogrammet. Det er imidlertid slik at alle de ulike aldersgruppene har forskjellig klassebredde, så søylediagrammet er ikke ideelt for å beskrive aldersfordelingen dersom vi skal bruke informasjonen videre til for eksempel å beregne gjennomsnitt og median.

Om det er søylediagrammet eller histogrammet som er best egnet, avhenger av hva fremstillingen skal brukes til.

Oppgave 4

- a) Legger inn de aktuelle verdiene i regnearket i GeoGebra og velger regresjonsanalyse og eksponentiell modell.



Ser at funksjonen f gitt ved $f(x) = 1775,6 \cdot 1,015^x$ er en modell som passer godt med tabellen. Som skulle vises

- b) 1,015 er vekstfaktor ved 1,5 % økning.

I følge modellen i oppgave a), har folketallet økt med 1,5 prosent per år

- c)

$$\frac{f(95) - f(70)}{95 - 70} = \frac{1775,6 \cdot 1,015^{95} - 1775,6 \cdot 1,015^{70}}{25} \approx 90,8$$

Den gjennomsnittlige vekstfarten fra $x = 70$ til $x = 95$, er 90,8 millioner per år

Dette svaret forteller at folketallet i verden steg med 90,8 millioner per år i gjennomsnitt fra 1990 til 2015

- d)

$$f(130) = 1775,6 \cdot 1,015^{130} \approx 12300,7$$

og

$$f(180) = 1775,6 \cdot 1,015^{180} \approx 25896,0$$

I følge modellen i oppgave a), vil folketallet i verden være 12,3 milliarder i 2050 og nesten 26 milliarder i 2100. Dette samsvarer svært dårlig med FN sine prognoser.

Oppgave 5

a)

$$\frac{40 + 20 + 5}{15 + 55 + 65 + 40 + 20 + 5} = \frac{65}{200} = \frac{32,5}{100} = 32,5\%$$

32,5 % av elevene fikk karakteren 4 eller bedre

b)

	A	B	C	D
1	Karakter	Frekvens		
2	x	f	$x \cdot f$	$(x - \bar{x})^2 \cdot f$
3	1	15	15	63,04
4	2	55	110	60,64
5	3	65	195	0,16
6	4	40	160	36,10
7	5	20	100	76,05
8	6	5	30	43,51
9	Sum	200	610	279,50
10				
11	Gjennomsnitt	3,05		
12				
13	Standardavvik	1,18		
14				

Formler:

	A	B	C	D
1	Karakter	Frekvens		
2	x	f	$x \cdot f$	$(x - \bar{x})^2 \cdot f$
3	1	15	=A3*B3	=(A3-\$B\$11)^2*B3
4	2	55	=A4*B4	=(A4-\$B\$11)^2*B4
5	3	65	=A5*B5	=(A5-\$B\$11)^2*B5
6	4	40	=A6*B6	=(A6-\$B\$11)^2*B6
7	5	20	=A7*B7	=(A7-\$B\$11)^2*B7
8	6	5	=A8*B8	=(A8-\$B\$11)^2*B8
9	Sum	=SUMMER(B2:B8)	=SUMMER(C3:C8)	=SUMMER(D3:D8)
10				
11	Gjennomsnitt	=C9/B9		
12				
13	Standardavvik	=(D9/B9)^0,5		
14				

Gjennomsnittskarakteren er 3,05 og standardavviket er 1,18

- c) Dersom 180 elever hadde gjennomsnittskarakter på 3,25, var summen av karakterene $180 \cdot 3,25 = 585$.

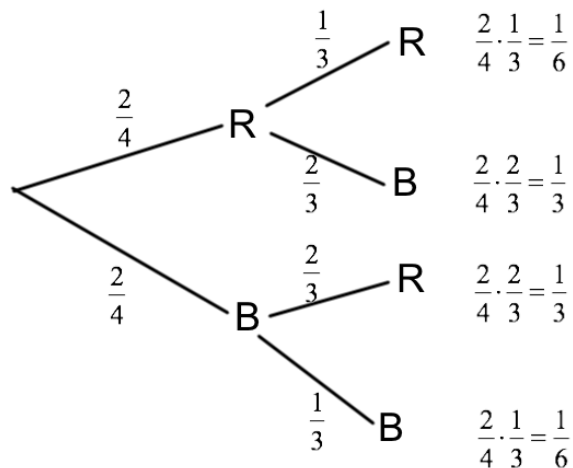
Vi legger sammen summen av karakterene for begge årene og deler på antall elever som gjennomførte eksamen i løpet av de to årene.

$$\frac{610 + 585}{200 + 180} = \frac{1195}{380} = 3,14$$

Gjennomsnittskarakteren var 3,14 dersom vi ser disse to årene under ett

Oppgave 6

a)



Sannsynligheten for å trekke to kuler med samme farge er $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, mens

sannsynligheten for å trekke to kuler med ulik farge er $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Det er påstand 2 som er riktig

- b) Den eneste måten Maia nå kan trekke to kuler med samme farge, er at hun trekker to røde.

$$P(\text{To røde kuler}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}, \text{ altså } 50\%.$$

Siden den komplementære hendelsen er "to kuler med samme farge", vet vi at sannsynligheten er 50 % også for å trekke to kuler med ulik farge.

Når Maia endrer fra to kuler i hver farge til tre røde og én blå, er det påstand 3 som er riktig