

Eksamen

22.05.2018

MAT1005 Matematikk 2P-Y

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 6 oppgåver. Del 2 har 6 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og rekneark skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar– vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar:	Kjelder for bilete, teikningar osv. <ul style="list-style-type: none">• CO₂-utslepp: http://www.ofvas.no/co2-utslippet-b-i-l/category635.html (06.01.2018)• Havis: https://www.sciencenews.org/blog/science-ticker/antarctic-sea-ice-shrinks-record-low (08.12.2017)• Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (3 poeng)

Markus og vennene hans speler kort. Nedanfor ser du kor mange poeng Markus fekk i kvar av dei siste åtte rundane.

Runde	Poengsum Markus
1	20
2	-15
3	5
4	15
5	-8
6	-3
7	-24
8	30

Bestem variasjonsbreidda og gjennomsnittet for poengsummane.

Oppgåve 2 (1 poeng)

I klassen til Mats er det 25 elevar. 20 % av elevane har budd i Noreg i mindre enn fire år. Kor mange av elevane har budd i Noreg i mindre enn fire år?

Oppgåve 3 (1 poeng)

Rekn ut

$$\frac{5 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^{-8}}$$

Oppgåve 4 (5 poeng)

BMI (Body Mass Index) er ein internasjonal standard fr  Verdas helseorganisasjon. Standarden indikerer om vaksne over 19 år er undervektige, har normal vekt eller er overvektige. Sj  tabellen nedanfor.

BMI	Kategori
$\langle \leftarrow, 18,5 \rangle$	Undervektig
$[18,5, 25 \rangle$	Normal vekt
$[25, 30 \rangle$	Overvektig
$[30, \rightarrow \rangle$	Fedme

Eit år deltok 1000 personar i ei undersøking av BMI. Resultata ser du i tabellen nedanfor.

BMI	Frekvens	Kumulativ frekvens	Relativ frekvens	Kumulativ relativ frekvens
$[17, 18,5 \rangle$	20			
$[18,5, 25 \rangle$		520		
$[25, 30 \rangle$			0,4	0,92
$[30, 32 \rangle$	80			

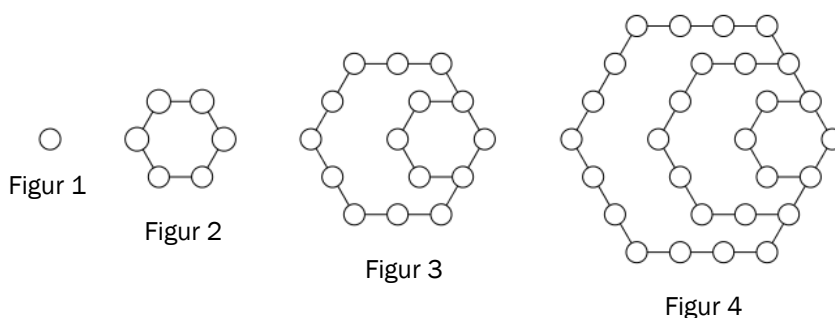
a) Teikn av tabellen, og fyll inn tala som manglar.

Fire av cellene i tabellen er grå.

b) Forklar kva kvart av tala i desse grå cellene fortel om personane som deltok i undersøkinga.

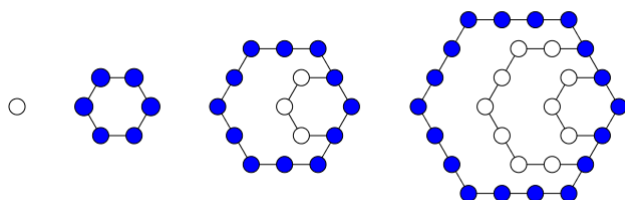
c) Forklar korleis vi kan sjå at medianen ligg i kategorien «Normal vekt».

Oppgåve 5 (8 poeng)



Ovanfor ser du fire figurar. Figurane er sette saman av små sirkclar. Hans og Grete vil fortsetje å lage figurar etter same mønster. Dei vil også sj   på ulike samanhengar mellom tal på sirkclar i figurane.

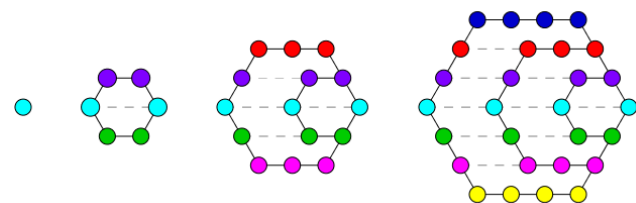
Hans startar med figur nummer 2 og ser på sirkclane i dei ytste sekskantane. Han fargelegg desse sirkclane blå og set opp tabellen til h  gre nedanfor.



Figur-nummer	Tal på sekskantar	Tal på sirkclar i den ytste sekskanten
2	1	6
3	2	12
4		
5		
n		

- Skriv av tabellen, og fyll ut det som manglar.
- Ein figur har 246 sirkclar i den ytste sekskanten.
Kor mange sekskantar er det i denne figuren?

Grete ser at sirkclane ligg på rader. Ho stiplar linjer og fargelegg slik at alle sirkclane på   i rad har same farge. Etterpå set ho opp tabellen til h  gre nedanfor.



Figur-nummer	Tal på rader	Tal på sirkclar i kvar rad	Tal på sirkclar i figuren
1	1	1	1
2	3	2	6
3	5	3	15
4			
n			

- Skriv av tabellen, og fyll ut det som manglar.
- Kor mange sirkclar vil det vere i figur nummer 100?

Oppgåve 6 (6 poeng)

Ein dyrebestand består i dag av 12 000 dyr. Ei gruppe forskarar går ut frå at bestanden vil avta lineært, og at det vil vere 6000 dyr igjen om 10 år.

- a) Set opp ein modell som viser kor mange dyr det vil vere i bestanden om x år dersom antakinga er riktig.

Ei anna gruppe forskarar går ut frå at bestanden vil avta eksponentielt, og at det vil vere 11 400 dyr igjen om eitt år.

- b) Set opp ein modell som viser kor mange dyr det vil vere i bestanden om x år dersom denne antakinga er riktig.
- c) Ifølgje kva for ein av dei to modellane ovanfor vil det vere f rrast dyr igjen i bestanden om 10 år?

DEL 2

Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (8 poeng)



Funksjonen A gitt ved

$$A(x) = -0,08x^3 + 1,29x^2 - 3,9x + 6,2 \quad , \quad 0 \leq x \leq 12$$

viser kor mange millionar kvadratkilometer $A(x)$ rundt Antarktis som var dekte av havis x månader etter 1. januar 2017.

- Bruk grafteiknar til å teikne grafen til A .
- Kor lenge var meir enn 10 millionar kvadratkilometer dekte av havis?
- Kor mange kvadratkilometer auka området som var dekt av havis, i gjennomsnitt med per månad frå 1. mars til 1. september?
- Bestem den momentane vekstfarten til funksjonen A når $x = 5$.
Gi ei praktisk tolking av dette svaret.

Oppgåve 2 (2 poeng)

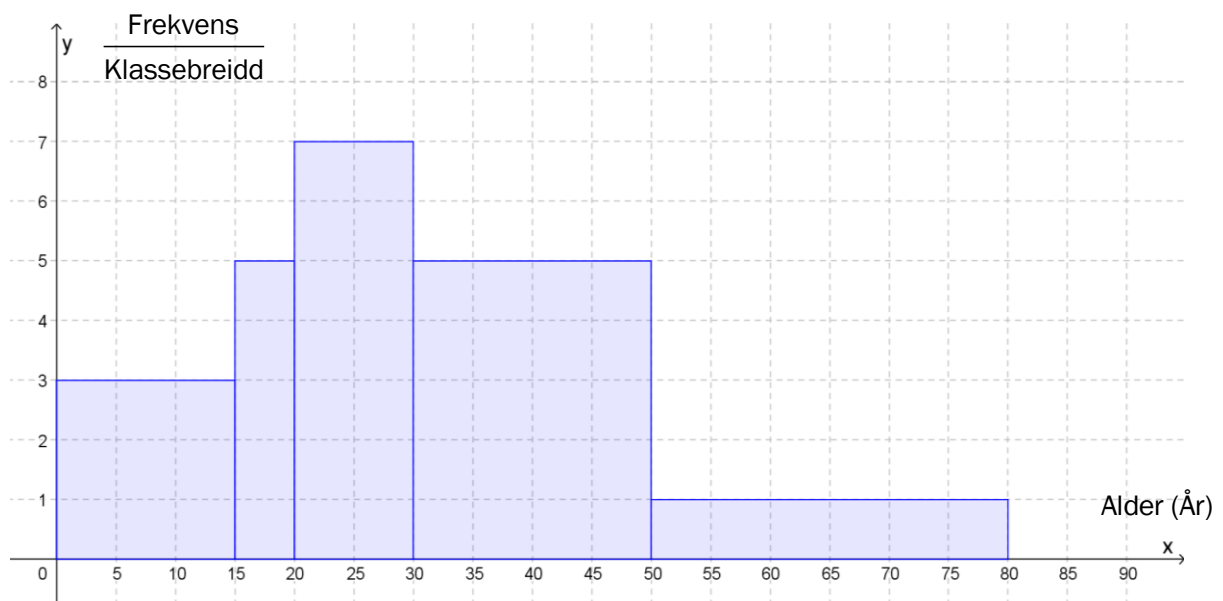
Verdien av ein bil har gått ned med 12 % kvart år sidan han var ny. Vi går ut frå at verdien vil fortsetje å gå ned med 12 % kvart år framover. I dag er bilen verd 300 000 kroner.

- a) Kor mykje vil bilen vere verd om fem år?
- b) Kor mykje var bilen verd for fem år sidan?

Oppgåve 3 (6 poeng)

Per og Kari vil lage eit diagram som viser aldersfordelinga til innbyggjarane i eit bustadområde. Dei diskuterer om dei skal bruke eit histogram eller eit søylediagram.

Ut frå opplysningane dei har fått, lagar Per histogrammet nedanfor. Innbyggjarane er delte inn i fem aldersgrupper.



- a) Kor mange personar bur i bustadområdet?
- b) Lag eit søylediagram som viser kor mange personar det er i kvar aldersgruppe.
- c) Meiner du eit søylediagram eller eit histogram er best eigna til å illustrere dette datamaterialet?

Oppgåve 4 (7 poeng)

�rstal	1920	1940	1960	1980	2000	2010	2017
Folketal i millionar	1902	2285	2991	4401	6088	6889	7474

Tabellen  vanfor viser folketalet i verda nokre utvalde år i perioden fr  1920 til 2017.

- a) La x vere talet på år etter 1. januar 1920, og bruk regresjon til å vise at funksjonen f gitt ved

$$f(x) = 1775,6 \cdot 1,015^x$$

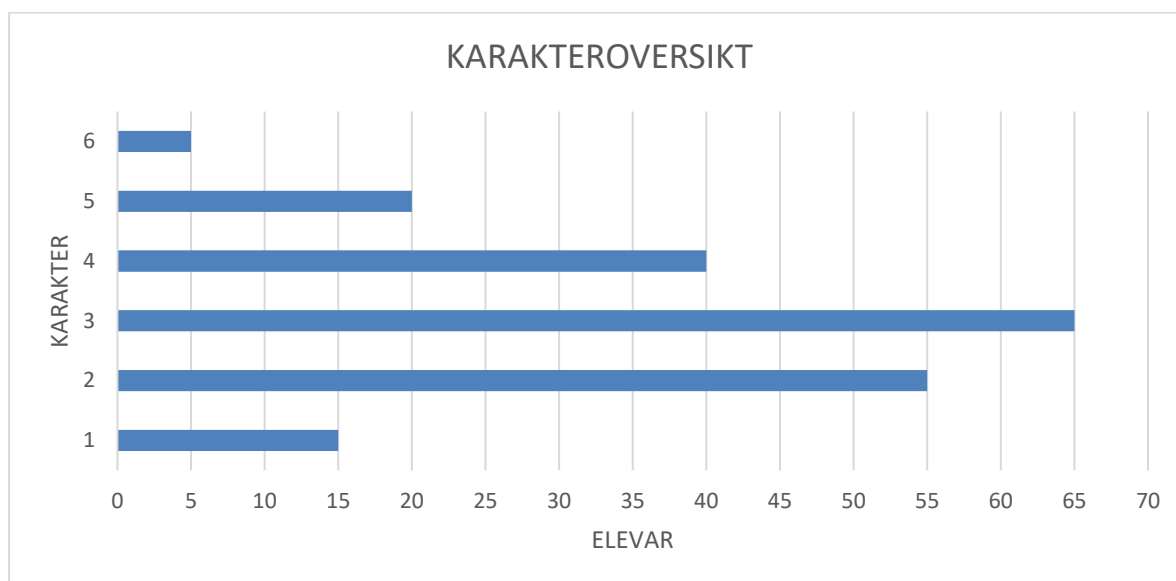
er ein modell som passar godt med tala i tabellen.

- b) Kor mange prosent har folketalet auka med per år ifølgje modellen i oppgåve a)?
- c) Bestem den gjennomsnittlege vekstfarten til f fr  $x = 70$ til $x = 95$.
Gi ei praktisk tolking av dette svaret.

FN har utarbeidd prognosar som viser at folketalet i verda vil vere 9,8 milliardar i år 2050 og 11,2 milliardar i år 2100.

- d) Vurder om modellen i oppgåve a) samsvarer med desse prognosane.

Oppgave 5 (8 poeng)



Diagrammet ovanfor viser karakterfordelinga ved ein matematikkeksamen eit år.

- a) Kor mange prosent av elevane fekk karakteren 4 eller betre?
- b) Lag eit rekneark som vist nedanfor. Legg inn verdier i dei kvite cellene og formlar i dei blå cellene. Bruk reknearket til å bestemme gjennomsnittskarakteren og standardavviket til karakterfordelinga.

	A	B	C	D
1	Karakter	Frekvens		
2	x	f	$x \cdot f$	$(x - \bar{x})^2 \cdot f$
3	1			
4	2			
5	3			
6	4			
7	5			
8	6			
9	Sum			
10				
11	Gjennomsnitt (\bar{x})			
12				
13	Standardavvik			

Året etter var det 180 elevar som hadde eksamen. Gjennomsnittskarakteren dette året var 3,25.

- c) Kva var gjennomsnittskarakteren dersom vi ser desse to åra under eitt?

Oppgave 6 (5 poeng)

Maria vil leggje to raude og to blå kuler i ein kopp.

- Ho vil trekkje to kuler frå koppen tilfeldig.
- Ho vil ikkje leggje tilbake den første kula før ho trekkjer den neste.

a) Teikn eit valtre, gjer berekningar, og avgjer kva for ein av påstandane nedanfor som er riktig.

Påstand 1: Det er mest sannsynleg at ho kjem til å trekkje to kuler med same farge.

Påstand 2: Det er mest sannsynleg at ho kjem til å trekkje to kuler med ulik farge.

Påstand 3: Sannsynet for at ho kjem til å trekkje to kuler med same farge, er like stort som sannsynet for at ho kjem til å trekkje to kuler med ulik farge.

b) Gjer berekningar, og avgjer kva for ein av påstandane ovanfor som er riktig dersom Maria i staden legg tre raude og éi blå kule i koppen og trekkjer to kuler på same måte som beskrive ovanfor.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	<p>Del 1 har 6 oppgaver. Del 2 har 6 oppgaver.</p> <p>Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling.</p> <p>Bruk av digitale verktøy som graftegner og regneark skal dokumenteres.</p>
Veiledning om vurderingen:	<p>Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du</p> <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevnninger, tabeller og grafiske framstillinger– vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	<p>Kilder for bilder, tegninger osv.</p> <ul style="list-style-type: none">• CO₂-utslipp: http://www.ofvas.no/co2-utslippet-b-i-l/category635.html (06.01.2018)• Havis: https://www.sciencenews.org/blog/science-ticker/antarctic-sea-ice-shrinks-record-low (08.12.2017)• Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (3 poeng)

Markus og vennene hans spiller kort. Nedenfor ser du hvor mange poeng Markus fikk i hver av de siste åtte rundene.

Runde	Poengsum Markus
1	20
2	-15
3	5
4	15
5	-8
6	-3
7	-24
8	30

Bestem variasjonsbredden og gjennomsnittet for poengsummene.

Oppgave 2 (1 poeng)

I klassen til Mats er det 25 elever. 20 % av elevene har bodd i Norge i mindre enn fire år. Hvor mange av elevene har bodd i Norge i mindre enn fire år?

Oppgave 3 (1 poeng)

Regn ut

$$\frac{5 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^{-8}}$$

Oppgave 4 (5 poeng)

BMI (Body Mass Index) er en internasjonal standard fra Verdens helseorganisasjon. Standarden indikerer om voksne over 19 år er undervektige, har normal vekt eller er overvektige. Se tabellen nedenfor.

BMI	Kategori
$\langle \leftarrow, 18,5 \rangle$	Undervektig
$[18,5, 25 \rangle$	Normal vekt
$[25, 30 \rangle$	Overvektig
$[30, \rightarrow \rangle$	Fedme

Et år deltok 1000 personer i en undersøkelse av BMI. Resultatene ser du i tabellen nedenfor.

BMI	Frekvens	Kumulativ frekvens	Relativ frekvens	Kumulativ relativ frekvens
$[17, 18,5 \rangle$	20			
$[18,5, 25 \rangle$		520		
$[25, 30 \rangle$			0,4	0,92
$[30, 32 \rangle$	80			

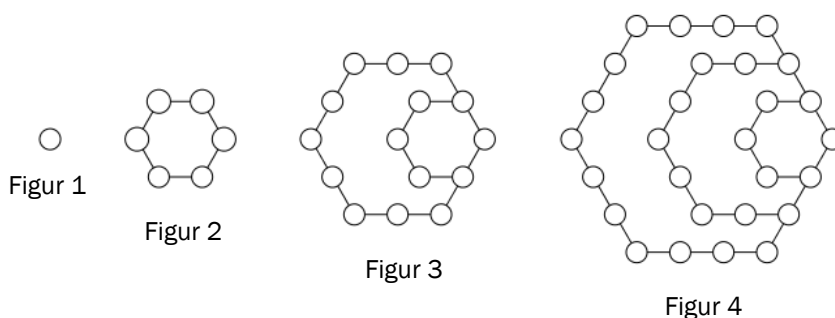
a) Tegn av tabellen, og fyll inn tallene som mangler.

Fire av cellene i tabellen er grå.

b) Forklar hva hvert av tallene i disse grå cellene forteller om personene som deltok i undersøkelsen.

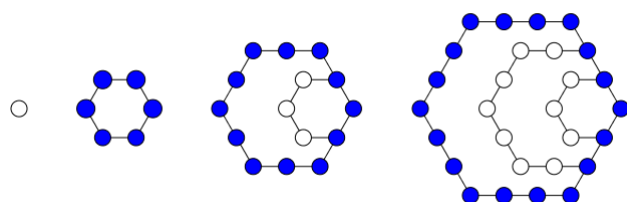
c) Forklar hvordan vi kan se at medianen ligger i kategorien «Normal vekt».

Oppgave 5 (8 poeng)



Ovenfor ser du fire figurer. Figurene er satt sammen av små sirkler. Hans og Grete vil fortsette å lage figurer etter samme mønster. De vil også se på ulike sammenhenger mellom antall sirkler i figurene.

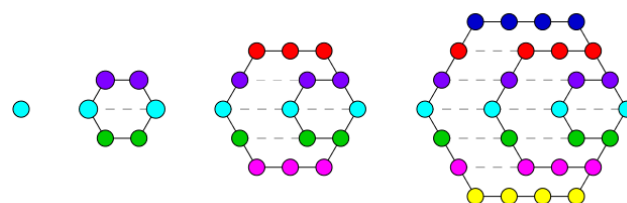
Hans starter med figur nummer 2 og ser på sirklene i de ytterste sekskantene. Han fargelegger disse sirklene blå og setter opp tabellen til høyre nedenfor.



Figur-nummer	Antall sekskanter	Antall sirkler i ytterste sekskant
2	1	6
3	2	12
4		
5		
n		

- Skriv av tabellen, og fyll ut det som mangler.
- En figur har 246 sirkler i den ytterste sekskanten.
Hvor mange sekskanter er det i denne figuren?

Grete ser at sirklene ligger på rader. Hun stipler linjer og fargelegger slik at alle sirklene på én rad har samme farge. Etterpå setter hun opp tabellen til høyre nedenfor.



Figur-nummer	Antall rader	Antall sirkler i hver rad	Antall sirkler i figuren
1	1	1	1
2	3	2	6
3	5	3	15
4			
n			

- Skriv av tabellen, og fyll ut det som mangler.
- Hvor mange sirkler vil det være i figur nummer 100?

Oppgave 6 (6 poeng)

En dyrebestand består i dag av 12 000 dyr. En gruppe forskere antar at bestanden vil avta lineært, og at det vil være 6000 dyr igjen om 10 år.

- a) Sett opp en modell som viser hvor mange dyr det vil være i bestanden om x år dersom antakelsen er riktig.

En annen gruppe forskere antar at bestanden vil avta eksponentielt, og at det vil være 11 400 dyr igjen om ett år.

- b) Sett opp en modell som viser hvor mange dyr det vil være i bestanden om x år dersom denne antakelsen er riktig.
- c) Ifølge hvilken av de to modellene ovenfor vil det være færrest dyr igjen i bestanden om 10 år?

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1 (8 poeng)



Funksjonen A gitt ved

$$A(x) = -0,08x^3 + 1,29x^2 - 3,9x + 6,2 \quad , \quad 0 \leq x \leq 12$$

viser hvor mange millioner kvadratkilometer $A(x)$ rundt Antarktis som var dekket av havis x måneder etter 1. januar 2017.

- Bruk graftegner til å tegne grafen til A .
- Hvor lenge var mer enn 10 millioner kvadratkilometer dekket av havis?
- Hvor mange kvadratkilometer økte området som var dekket av havis, i gjennomsnitt med per måned fra 1. mars til 1. september?
- Bestem den momentane vekstfarten til funksjonen A når $x = 5$.
Gi en praktisk tolkning av dette svaret.

Oppgave 2 (2 poeng)

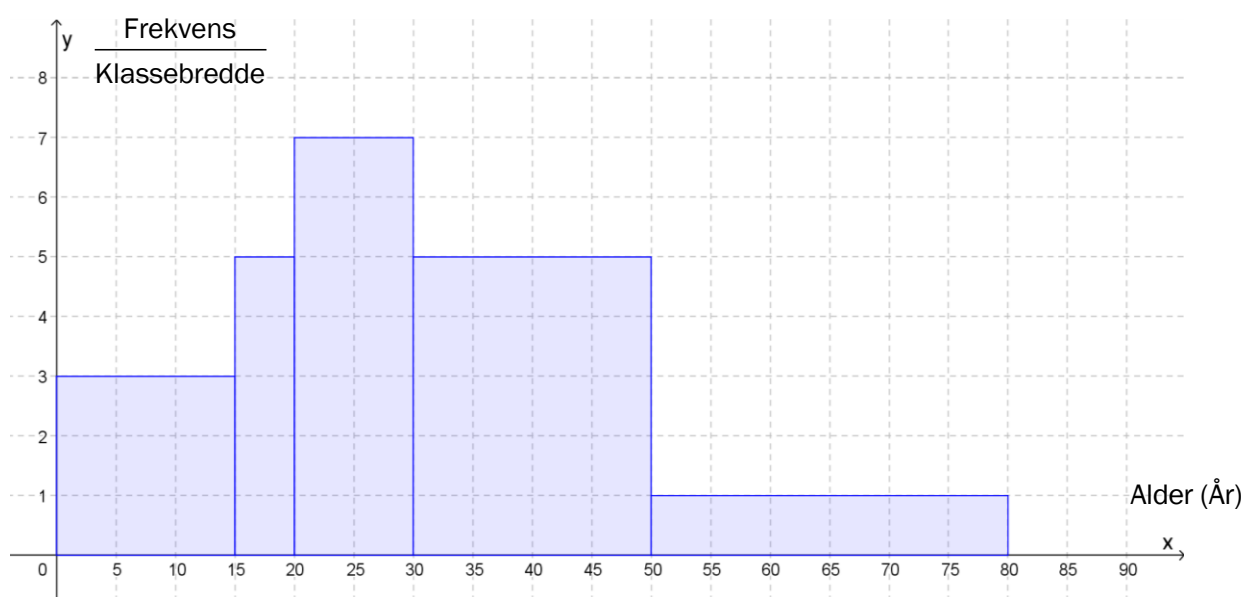
Verdien av en bil har avtatt med 12 % hvert år siden den var ny. Vi antar at verdien vil fortsette å avta med 12 % hvert år framover. I dag er bilen verd 300 000 kroner.

- a) Hvor mye vil bilen være verd om fem år?
- b) Hvor mye var bilen verd for fem år siden?

Oppgave 3 (6 poeng)

Per og Kari vil lage et diagram som viser aldersfordelingen til innbyggerne i et boligområde. De diskuterer om de skal bruke et histogram eller et søylediagram.

Ut fra opplysningene de har fått, lager Per histogrammet nedenfor. Innbyggerne er delt inn i fem aldersgrupper.



- a) Hvor mange personer bor i boligområdet?
- b) Lag et søylediagram som viser hvor mange personer det er i hver aldersgruppe.
- c) Mener du et søylediagram eller et histogram er best egnet til å illustrere dette datamaterialet?

Oppgave 4 (7 poeng)

Årstall	1920	1940	1960	1980	2000	2010	2017
Folketall i millioner	1902	2285	2991	4401	6088	6889	7474

Tabellen ovenfor viser folketallet i verden noen utvalgte år i perioden fra 1920 til 2017.

- a) La x være antall år etter 1. januar 1920, og bruk regresjon til å vise at funksjonen f gitt ved

$$f(x) = 1775,6 \cdot 1,015^x$$

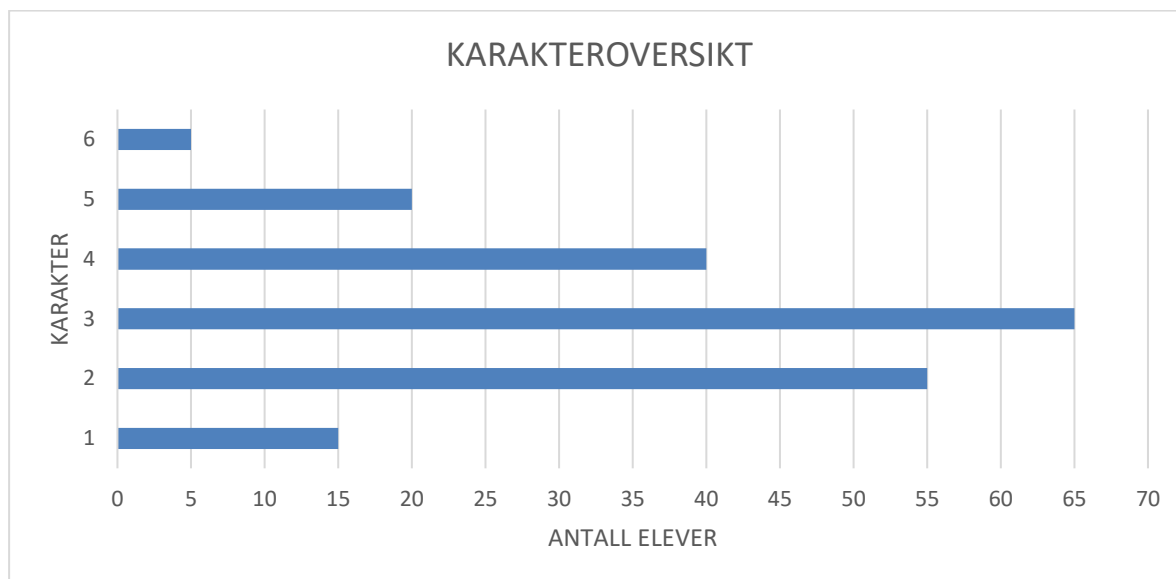
er en modell som passer godt med tallene i tabellen.

- b) Hvor mange prosent har folketallet økt med per år ifølge modellen i oppgave a)?
- c) Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten til f fra $x = 70$ til $x = 95$.
Gi en praktisk tolkning av dette svaret.

FN har utarbeidet prognoser som viser at folketallet i verden vil være 9,8 milliarder i år 2050 og 11,2 milliarder i år 2100.

- d) Vurder om modellen i oppgave a) samsvarer med disse prognosene.

Oppgave 5 (8 poeng)



Diagrammet ovenfor viser karakterfordelingen ved en matematikkeksamen et år.

- a) Hvor mange prosent av elevene fikk karakteren 4 eller bedre?
- b) Lag et regneark som vist nedenfor. Legg inn verdier i de hvite cellene og formler i de blå cellene. Bruk regnearket til å bestemme gjennomsnittskarakteren og standardavviket til karakterfordelingen.

	A	B	C	D
1	Karakter	Frekvens		
2	x	f	$x \cdot f$	$(x - \bar{x})^2 \cdot f$
3	1			
4	2			
5	3			
6	4			
7	5			
8	6			
9	Sum			
10				
11	Gjennomsnitt (\bar{x})			
12				
13	Standardavvik			

Året etter var det 180 elever som hadde eksamen. Gjennomsnittskarakteren dette året var 3,25.

- c) Hva var gjennomsnittskarakteren dersom vi ser disse to årene under ett?

Oppgave 6 (5 poeng)

Maria vil legge to røde og to blå kuler i en kopp.

- Hun vil trekke to kuler fra koppen tilfeldig.
- Hun vil ikke legge tilbake den første kula før hun trekker den neste.

a) Tegn et valgtre, gjør beregninger, og avgjør hvilken av påstandene nedenfor som er riktig.

Påstand 1: Det er mest sannsynlig at hun kommer til å trekke to kuler med samme farge.

Påstand 2: Det er mest sannsynlig at hun kommer til å trekke to kuler med ulik farge.

Påstand 3: Sannsynligheten for at hun kommer til å trekke to kuler med samme farge, er like stor som sannsynligheten for at hun kommer til å trekke to kuler med ulik farge.

b) Gjør beregninger, og avgjør hvilken av påstandene ovenfor som er riktig dersom Maria i stedet legger tre røde og én blå kule i koppen og trekker to kuler på samme måte som beskrevet ovenfor.

Blank side.

Blank side.



Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no