Utdanningsdirektoratet

Eksamen

19.11.2018

MAT1013 Matematikk 1T

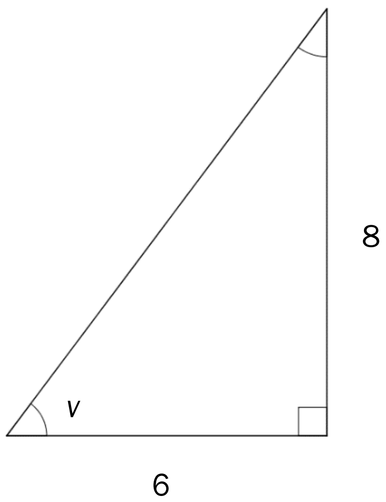
Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 11 oppgåver. Del 2 har 5 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar – vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar:	Kjelder for bilete, teikningar osv. • Volleyball: https://no.wikipedia.org/wiki/Volleyball (04.02.2018) • Smågodt: http://www.ikea.com/aa/en/catalog/products/90273557/ (28.01.2018) • Popcorn: http://onsdagspihlsen.no/tag/james-bond/ (28.01.2018) • Heron: https://en.wikipedia.org/wiki/Hero_of_Alexandria (04.02.2018) • Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (2 poeng)



Bruk trekanten ovanfor til å bestemme $\sin v$.

Oppgåve 2 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{4x^2-4}{x^2-2x+1}$$

Oppgåve 3 (2 poeng)

Løys ulikskapen

$$x^2-4x-12<0$$

Oppgåve 4 (4 poeng)

Løys likningssystemet

$$\begin{bmatrix} y = -x^2 + 4 \\ y = x + 2 \end{bmatrix}$$

- grafisk
- ved rekning

Oppgåve 5 (2 poeng)

Rekn ut

$$\sqrt{12} \; - \sqrt[6]{3^3} - \sqrt[4]{9}$$

Oppgåve 6 (2 poeng)

Løys likninga

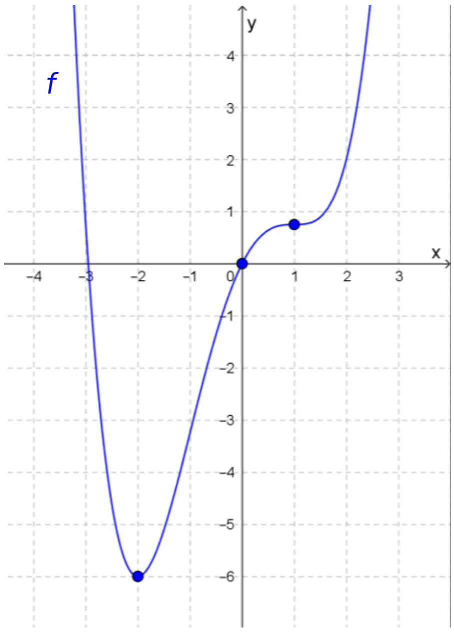
$$2^x \cdot 2^{\frac{x}{2}} = \frac{1}{8}$$

Oppgåve 7 (2 poeng)

Ein sirkel S_1 har omkrets 5π.
Ein annan sirkel S_2 har eit areal som er fire gonger så stort som arealet av S_1.

Bestem radius i sirkelen S_2.

Oppgåve 8 (4 poeng)



I koordinatsystemet ovanfor ser du grafen til ein funksjon f.

Du får vite dette om funksjonen:

- Grafen går gjennom dei tre punkta $(-2,-6)$, $(0,0)$ og $\left(1,\dfrac{3}{4}\right)$
- $f'(x) = (x-1)(x-1)(x+2)$

a) Bestem $f'(0)$

b) Bestem likninga for tangenten til grafen til f i punktet $(0,0)$.

c) Vis ved rekning at punktet $(-2,-6)$ er eit botnpunkt, og at punktet $\left(1,\dfrac{3}{4}\right)$ er eit terrassepunkt på grafen til f.

Oppgåve 9 (4 poeng)

Tenk deg at du skal kaste to terningar éin gong.

a) Bestem sannsynet for at du vil få nøyaktig éin toar.

Gå ut frå at summen av auga blir åtte når du kastar terningane.

b) Bestem sannsynet for at ingen av terningane da viser ein toar.

Oppgåve 10 (6 poeng)

Du får vite dette om ein trekant ABC:

- $\angle A = 30^\circ$
- $AC = 10$

a) Kva er den minste lengda BC kan ha?
Lag ei skisse som viser korleis trekanten ser ut dersom BC har denne lengda.

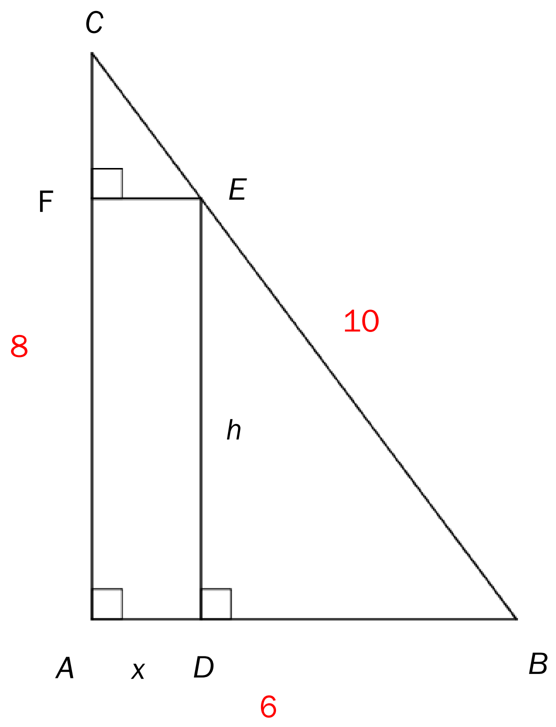
Tenk deg at vi flyttar punktet B slik at vi får ein trekant ABC der $\angle A = 30^\circ$, $AC = 10$ og $BC = 8$.

b) Bruk sinussetninga til å bestemme sinus til $\angle B$ ($\sin B$).

Sinussetninga gir oss to løysingar. Den eine er $\angle B = 38{,}7^\circ$.

c) Bestem den andre løysinga, og lag skisser som viser korleis trekanten ABC kan sjå ut dersom $BC = 8$.

Oppgåve 11 (6 poeng)



Gitt ein rettvinkla trekant ABC med sider $AB = 6$, $AC = 8$ og $BC = 10$.
Eit rektangel $ADEF$ med sider x og h er innskrive i trekanten. Sjå figuren ovanfor.

a) Forklar at $\triangle DBE$ og $\triangle FEC$ er formlike.

b) Vis at $h = -\dfrac{4}{3}x + 8$

c) Forklar at $x \in \langle 0, 6 \rangle$, og vis at arealet av rektangelet $ADEF$ er gitt ved

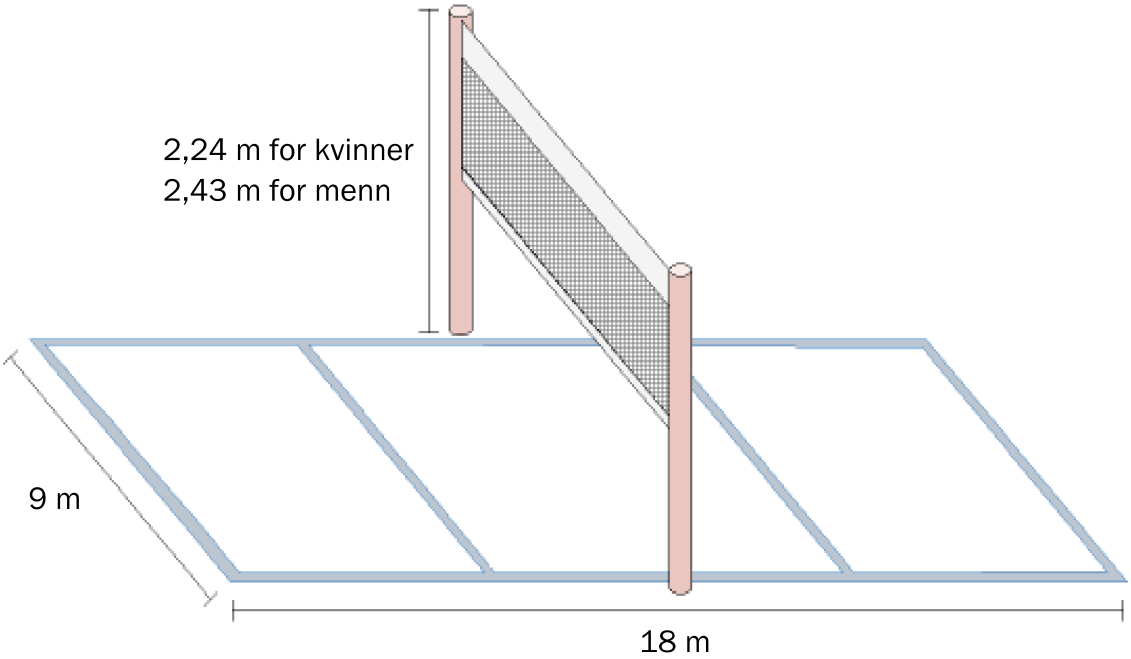
$$g(x) = -\frac{4}{3}x^2 + 8x$$

d) Bestem x slik at arealet av rektangelet blir størst mogleg.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (4 poeng)

Skissa nedanfor viser ein volleyballbane. Nettet står midt på banen. Når kvinner speler kampar, skal høgda på nettet vere 2,24 m, og når menn speler kampar, skal høgda på nettet vere 2,43 m.



Ein spelar slår ein ball frå enden av sin banehalvdel og rett over mot den andre sida. Vi går ut frå at ballen beveger seg parallelt med langsidene på volleyballbanen. Funksjonen h gitt ved

$$h(x) = -0{,}07x^2 + 0{,}67x + 2{,}04 \quad , \quad 0 \leq x \leq 12$$

viser kor mange meter $h(x)$ ballen vil vere over bakken når han har bevegd seg x meter horisontalt, dersom han ikkje treffer på nokon hindringar.

a) Bruk grafteiknar til å teikne grafen til h for $x \in [0{,}12]$

b) Vil ballen gå over nettet?
Grunngi svaret ditt.

Oppgåve 2 (8 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = -x^3 + k \cdot x^2 \quad , \quad k \geq 1$$

a) Bestem nullpunkta til f.

b) Bruk CAS til å vise at grafen til f har eit botnpunkt i $(0,0)$ og eit toppunkt i $\left(\frac{2}{3}k, \frac{4}{27}k^3\right)$.

c) Bruk CAS til å bestemme likninga for tangenten til grafen til f i punktet $(1, f(1))$. Skriv likninga på forma $y = ax + b$

d) Bruk CAS og vis at den momentane vekstfarten til f når $x = 1$, alltid er større enn den gjennomsnittlege vekstfarten til f frå $x = 0$ til $x = 2$.

Oppgåve 3 (4 poeng)

Ein kveld var 450 kundar innom Kinokiosken. 280 kjøpte popcorn, og 220 kjøpte smågodt. 30 kjøpte verken popcorn eller smågodt.

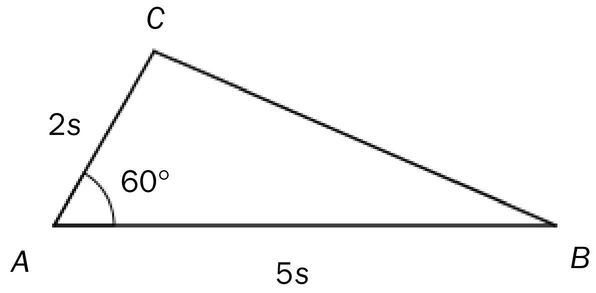
a) Systematiser opplysningane ovanfor i ein krysstabell eller i eit venndiagram.

b) Bestem sannsynet for at ein tilfeldig vald kunde kjøpte både popcorn og smågodt.

Ein kunde kjøpte smågodt.

c) Bestem sannsynet for at kunden ikkje kjøpte popcorn.

Oppgåve 4 (5 poeng)



Gitt $\triangle ABC$ ovanfor.

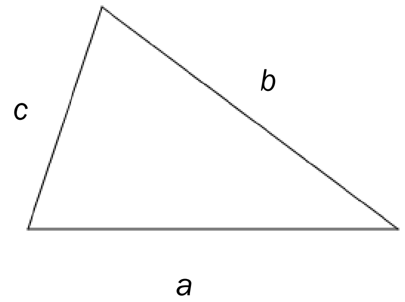
a) Bestem eit eksakt uttrykk for arealet av trekanten uttrykt ved s.

b) Bestem eit eksakt uttrykk for lengda BC uttrykt ved s.

c) Vis at trekanten ikkje er rettvinkla for nokon verdi av s.

Oppgåve 5 (3 poeng)

Heron frå Alexandria levde i det første hundreåret av vår tidsrekning.
Han har fått ein formel oppkalla etter seg.



Vi kan bruke Herons formel til å rekne ut arealet T av ein trekant med sider a, b og c.

Arealet er $T=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ der $s=\dfrac{a+b+c}{2}$

Du får vite dette om ein trekant:

- Omkretsen av trekanten er 18.
- Arealet av trekanten er 12.
- To av sidene i trekanten er like lange.

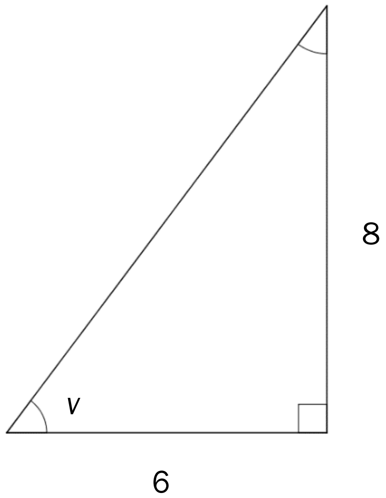
Bruk CAS til å vise at det finst to ulike trekantar som tilfredsstiller krava ovanfor.
Bestem lengda av sidene i trekantane eksakt.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 11 oppgaver. Del 2 har 5 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. • Volleyball: https://no.wikipedia.org/wiki/Volleyball (04.02.2018) • Smågodt: http://www.ikea.com/aa/en/catalog/products/90273557/ (28.01.2018) • Popcorn: http://onsdagspihlsen.no/tag/james-bond/ (28.01.2018) • Heron: https://en.wikipedia.org/wiki/Hero_of_Alexandria (04.02.2018) • Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)



Bruk trekanten ovenfor til å bestemme $\sin v$.

Oppgave 2 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{4x^2-4}{x^2-2x+1}$$

Oppgave 3 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$x^2-4x-12<0$$

Oppgave 4 (4 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{bmatrix} y = -x^2 + 4 \\ y = x + 2 \end{bmatrix}$$

- grafisk
- ved regning

Oppgave 5 (2 poeng)

Regn ut

$$\sqrt{12} \;\; - \sqrt[6]{3^3} - \sqrt[4]{9}$$

Oppgave 6 (2 poeng)

Løs likningen

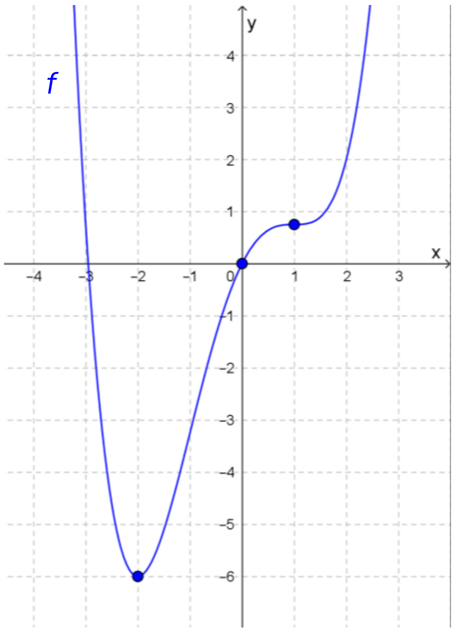
$$2^x \cdot 2^{\frac{x}{2}} = \frac{1}{8}$$

Oppgave 7 (2 poeng)

En sirkel S_1 har omkrets 5π.
En annen sirkel S_2 har et areal som er fire ganger så stort som arealet av S_1.

Bestem radius i sirkelen S_2.

Oppgave 8 (4 poeng)



I koordinatsystemet ovenfor ser du grafen til en funksjon f .

Du får vite dette om funksjonen:

- Grafen går gjennom de tre punktene $(-2,-6)$, $(0,0)$ og $\left(1,\dfrac{3}{4}\right)$

- $f'(x)=(x-1)(x-1)(x+2)$

a) Bestem $f'(0)$

b) Bestem likningen for tangenten til grafen til f i punktet $(0,0)$.

c) Vis ved regning at punktet $(-2,-6)$ er et bunnpunkt, og at punktet $\left(1,\dfrac{3}{4}\right)$ er et terrassepunkt på grafen til f .

Oppgave 9 (4 poeng)

Tenk deg at du skal kaste to terninger én gang.

a) Bestem sannsynligheten for at du vil få nøyaktig én toer.

Anta at summen av antall øyne blir åtte når du kaster terningene.

b) Bestem sannsynligheten for at ingen av terningene da viser en toer.

Oppgave 10 (6 poeng)

Du får vite dette om en trekant ABC:

- $\angle A = 30^\circ$
- $AC = 10$

a) Hva er den minste lengden BC kan ha?
Lag en skisse som viser hvordan trekanten ser ut dersom BC har denne lengden.

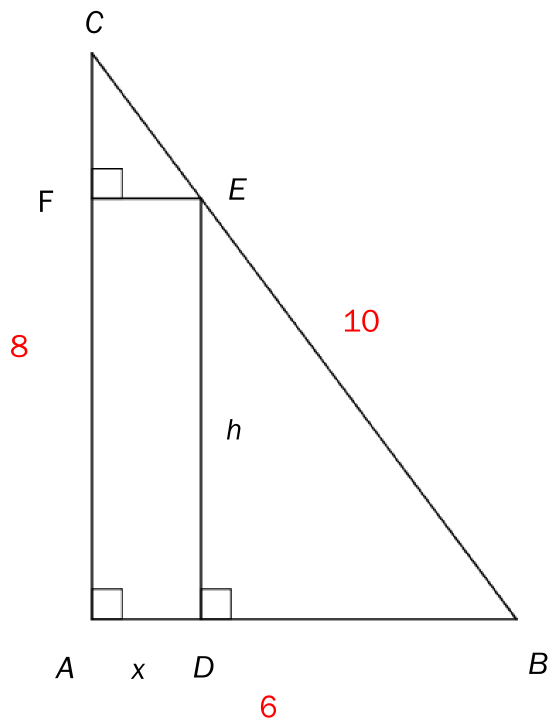
Tenk deg at vi flytter punktet B slik at vi får en trekant ABC der $\angle A = 30^\circ$, $AC = 10$ og $BC = 8$.

b) Bruk sinussetningen til å bestemme sinus til $\angle B$ ($\sin B$).

Sinussetningen gir oss to løsninger. Den ene er $\angle B = 38{,}7^\circ$.

c) Bestem den andre løsningen, og lag skisser som viser hvordan trekanten ABC kan se ut dersom $BC = 8$.

Oppgave 11 (6 poeng)



Gitt en rettvinklet trekant ABC med sider $AB = 6$, $AC = 8$ og $BC = 10$.
Et rektangel $ADEF$ med sider x og h er innskrevet i trekanten. Se figuren ovenfor.

a) Forklar at $\triangle DBE$ og $\triangle FEC$ er formlike.

b) Vis at $h = -\frac{4}{3}x + 8$

c) Forklar at $x \in \langle 0,6 \rangle$, og vis at arealet av rektangelet $ADEF$ er gitt ved

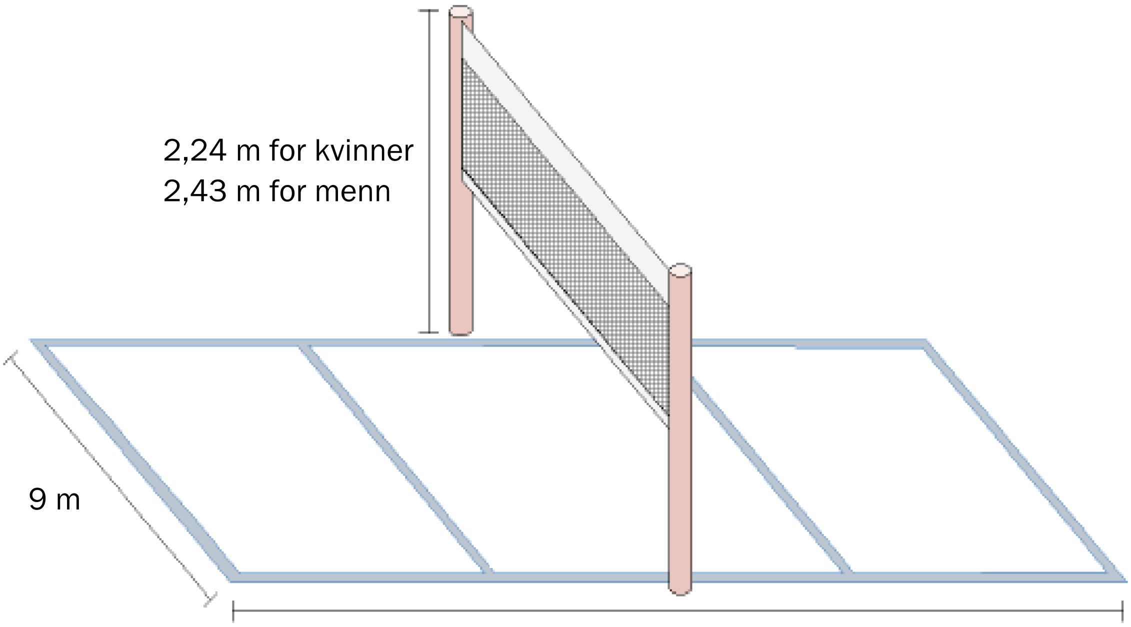
$$g(x) = -\frac{4}{3}x^2 + 8x$$

d) Bestem x slik at arealet av rektangelet blir størst mulig.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng)

Skissen nedenfor viser en volleyballbane. Nettet står midt på banen. Når kvinner spiller kamper, skal høyden på nettet være 2,24 m, og når menn spiller kamper, skal høyden på nettet være 2,43 m.



En spiller slår en ball fra enden av sin banehalvdel og rett over mot den andre siden. Vi antar at ballen beveger seg parallelt med langsidene på volleyballbanen. Funksjonen h gitt ved

$$h(x) = -0{,}07x^2 + 0{,}67x + 2{,}04 \quad , \quad 0 \le x \le 12$$

viser hvor mange meter $h(x)$ ballen vil være over bakken når den har beveget seg x meter horisontalt, dersom den ikke treffer på noen hindringer.

a) Bruk graftegner til å tegne grafen til h for $x \in [0,12]$

b) Vil ballen gå over nettet?
Begrunn svaret ditt.

Oppgave 2 (8 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = -x^3 + k \cdot x^2 \quad , \quad k \geq 1$$

a) Bestem nullpunktene til f.

b) Bruk CAS til å vise at grafen til f har et bunnpunkt i $(0,0)$ og et toppunkt i $\left(\frac{2}{3}k, \frac{4}{27}k^3\right)$.

c) Bruk CAS til å bestemme likningen for tangenten til grafen til f i punktet $(1, f(1))$. Skriv likningen på formen $y = ax + b$

d) Bruk CAS og vis at den momentane vekstfarten til f når $x = 1$, alltid er større enn den gjennomsnittlige vekstfarten til f fra $x = 0$ til $x = 2$.

Oppgave 3 (4 poeng)

En kveld var 450 kunder innom Kinokiosken. 280 kjøpte popcorn, og 220 kjøpte smågodt. 30 kjøpte verken popcorn eller smågodt.

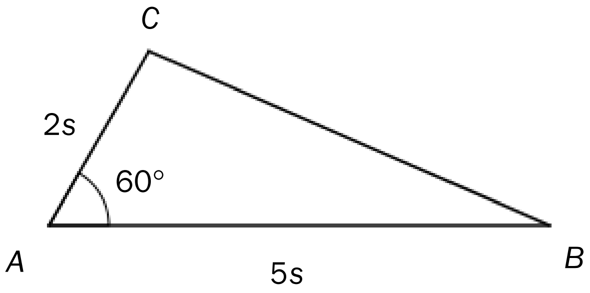
a) Systematiser opplysningene ovenfor i en krysstabell eller i et venndiagram.

b) Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig valgt kunde kjøpte både popcorn og smågodt.

En kunde kjøpte smågodt.

c) Bestem sannsynligheten for at kunden ikke kjøpte popcorn.

Oppgave 4 (5 poeng)



Gitt $\triangle ABC$ ovenfor.

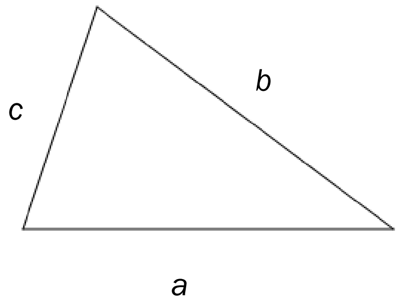
a) Bestem et eksakt uttrykk for arealet av trekanten uttrykt ved s.

b) Bestem et eksakt uttrykk for lengden BC uttrykt ved s.

c) Vis at trekanten ikke er rettvinklet for noen verdi av s.

Oppgave 5 (3 poeng)

Heron fra Alexandria levde i det første århundret av vår tidsregning.
Han har fått en formel oppkalt etter seg.



Vi kan bruke Herons formel til å regne ut arealet T av en trekant med sider a, b og c.

Arealet er $T=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ der $s=\dfrac{a+b+c}{2}$

Du får vite dette om en trekant:

- Omkretsen av trekanten er 18.
- Arealet av trekanten er 12.
- To av sidene i trekanten er like lange.

Bruk CAS til å vise at det finnes to ulike trekanter som tilfredsstiller kravene ovenfor.
Bestem lengden av sidene i trekantene eksakt.

Blank side.

Blank side.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet