Utdanningsdirektoratet

Eksamen

22.11.2018

REA3022 Matematikk R1

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn etter 5 timar.
Hjelpemiddel på del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 8 oppgåver. Del 2 har 4 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du — viser rekneferdigheiter og matematisk forståing — gjennomfører logiske resonnement — ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar — kan bruke formålstenlege hjelpemiddel — forklarer framgangsmåtar og grunngir svar — skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar — vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar:	Kjelder for bilete, teikningar osv.: — Alle grafar og figurar: Utdanningsdirektoratet

Del 1

Oppgåve 1 (5 poeng)

Deriver funksjonane

a) $f(x) = x^2 + 2x + e^x$

b) $g(x) = x^2 \cdot \ln x$

c) $h(x) = \dfrac{x-1}{e^{2x+1}}$

Oppgåve 2 (4 poeng)

Løys likningane

a) $e^{2x} + 7e^x - 8 = 0$

b) $\ln(x^2 - 5x - 1) - \ln(3 - 2x) = 0$

Oppgåve 3 (5 poeng)

Gitt vektorane $\vec{a} = [2,\ 3]$ og $\vec{b} = [-5,\ 3]$

a) Bestem vektorsummen $2\vec{b} - 3\vec{a}$

b) Avgjer om $|\vec{a}| > 4$

c) Avgjer ved hjelp av vektorrekning om vinkelen mellom $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er spiss, rett eller stump.

Oppgåve 4 (5 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x)=x^3+6x^2-x-30$$

a) Vis at divisjonen $f(x):(x-2)$ går opp.

b) Faktoriser $f(x)$ i lineære faktorar.

c) Løys ulikskapen $-2\cdot f(x)\geq 0$

Oppgåve 5 (4 poeng)

Andersen sel juletre. Han sel edelgran og vanleg gran. Av erfaring veit han at 70 % av dei som kjøper juletre, er menn. Han veit også at 60 % av mennene og 40 % av kvinnene kjøper edelgran.

a) Kva er sannsynet for at det første treet han sel ein dag, er edelgran?

Alle som kjøper edelgran, får eit lodd i eit lotteri. På julaftan blir vinnaren av lotteriet trekt.

b) Kva er sannsynet for at vinnaren av lotteriet blir ei kvinne?

Oppgåve 6 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x)=\begin{cases}2x^2-3x-2\,, & x\leq a\\ x^2+x+3\,, & x>a\end{cases}$$

For kva verdiar av a blir f ein kontinuerleg funksjon?

Oppgåve 7 (6 poeng)

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = x - 2\ln(x^2 + 3) \quad , \quad x \in \mathbb{R}$$

a) Vis at $g'(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 3}$

b) Bestem x-koordinaten til eventuelle toppunkt og x-koordinaten til eventuelle botnpunkt på grafen til g.

c) Bestem x-koordinaten til eventuelle vendepunkt på grafen til g.

Oppgåve 8 (5 poeng)

I trekanten ABC er $AB = 8$ cm, $AC = 5$ cm og $BC = 7$ cm.

a) Konstruer trekanten.

b) Konstruer den innskrivne sirkelen til trekanten ABC.

Trekanten ABC er del av firkanten $ABCD$ der $AD = 6$ cm, $AD < CD$ og $\angle ADC = 30°$.

c) Konstruer firkanten. (Hint: Du kan få bruk for periferivinklar.)

Del 2

Oppgåve 1 (6 poeng)

Eit gartneri produserer og sel ein plante som får enten raude eller gule blomar. Sannsynet er $p = 0{,}4$ for at ein tilfeldig vald plante får gule blomar.

Astrid kjøper ti tilfeldige plantar av denne typen.

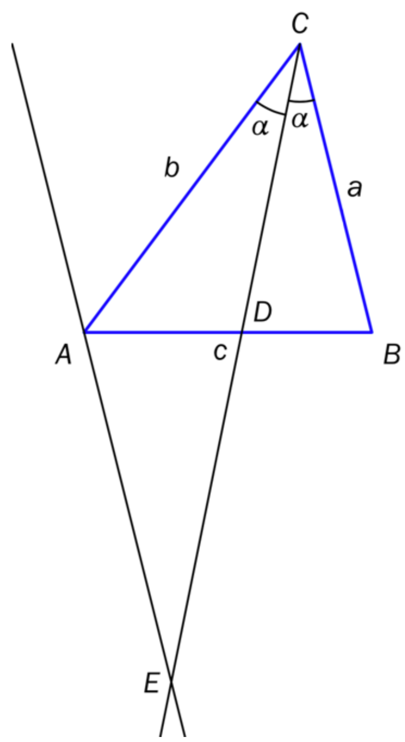
a) Bestem sannsynet for at halvparten av plantane til Astrid får gule blomar.

b) Bestem sannsynet for at fleire enn fem av plantane til Astrid får gule blomar.

Stian har fire like plantar med gule blomar og seks like plantar med raude blomar. Desse plantane skal han plante på éi rekkje i ein blomsterkasse.

c) På kor mange ulike måtar kan han plassere plantane i kassen?

Oppgåve 2 (6 poeng)



Trekanten *ABC* har sidelengder *a*, *b* og *c*. Vinkelhalveringslinja til $\angle ACB$ skjer linjestykket *AB* i punktet *D.*

Ei linje gjennom A er parallell med linjestykket *BC*. Linja skjer halveringslinja i punktet *E*. Sjå skissa til høgre.

a) Grunngi at $\angle DEA = \angle DCB$.

b) Grunngi at trekantane AED og BCD er formlike.

c) Grunngi at trekant AEC er likebeint.

d) Forklar at $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{b}{a}$

Set $a = 6$, $b = 7$ og $c = 10$.

e) Bestem den eksakte verdien til lengda *AD* i dette tilfellet.

Oppgåve 3 (6 poeng)

Gitt punkta $A(3, 0)$ og $B(5, 5)$.

a) Bestem ei parameterframstilling for den rette linja ℓ gjennom punkta A og B.

Vektorfunksjonen $\vec{r}$ er gitt ved

$$\vec{r}(t) = \left[t+1,\, t^2+2\right]$$

b) Teikn grafen til $\vec{r}$ for $-3 \le t \le 3$. Teikn linja ℓ i same koordinatsystem.

La P vere det punktet på grafen til $\vec{r}$ som ligg nærmast linja ℓ.

Eit resultat frå geometrien seier at tangenten til grafen til $\vec{r}$ i punktet P er parallell med ℓ.

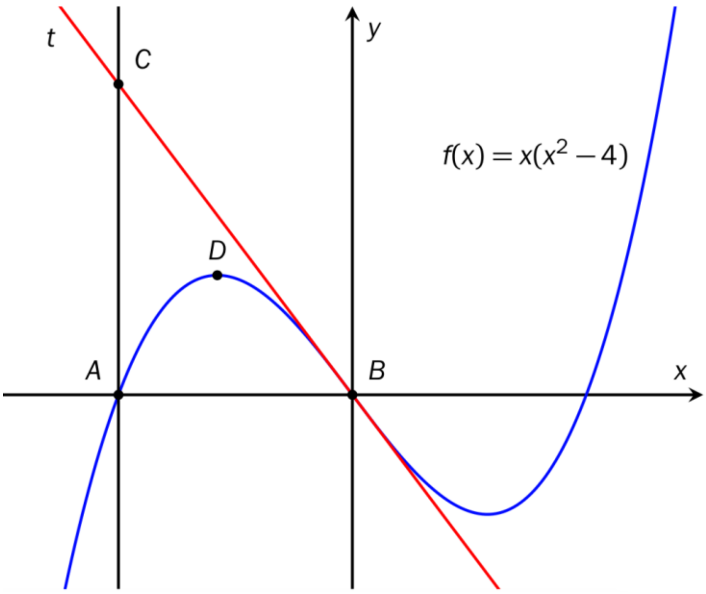
c) Bruk dette resultatet til å bestemme den eksakte verdien for den minste avstanden mellom linja ℓ og grafen til $\vec{r}$.

Oppgåve 4 (6 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x(x^2 - 4)$$

Skissa under viser grafen til f saman med vendetangenten t i punktet $B(0,\ 0)$. Punktet A har koordinatane $(-2,\ 0)$. Punktet C er skjeringspunktet mellom linja t og linja $x = -2$. Punktet D er toppunktet på grafen til f.



a) Bruk grafteiknar til å teikne grafen til f saman med vendetangenten og punkta A, B, C og D.

b) Bestem forholdet mellom areala av trekantane ABC og ABD.

Vi ser no på det generelle uttrykket

$$g(x) = x \cdot (x^2 - r^2)\ ,\quad r > 0$$

Punkta E, F, G og H er definert ved at

- E er venstre nullpunkt
- F er origo
- G er skjeringspunktet mellom vendetangenten og den vertikale linja gjennom E
- H er toppunktet på grafen til g

c) Bruk CAS til å vise at forholdet mellom areala av trekantane EFG og EFH er uavhengig av r.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn etter 5 timer.
Hjelpemidler på del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 8 oppgaver. Del 2 har 4 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du — viser regneferdigheter og matematisk forståelse — gjennomfører logiske resonnementer — ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner — kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler — forklarer framgangsmåter og begrunner svar — skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger — vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv.: — Alle grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet

Del 1

Oppgave 1 (5 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x) = x^2 + 2x + e^x$

b) $g(x) = x^2 \cdot \ln x$

c) $h(x) = \dfrac{x-1}{e^{2x+1}}$

Oppgave 2 (4 poeng)

Løs likningene

a) $e^{2x} + 7e^x - 8 = 0$

b) $\ln(x^2 - 5x - 1) - \ln(3 - 2x) = 0$

Oppgave 3 (5 poeng)

Gitt vektorene $\vec{a} = [2, 3]$ og $\vec{b} = [-5, 3]$

a) Bestem vektorsummen $2\vec{b} - 3\vec{a}$

b) Avgjør om $|\vec{a}| > 4$

c) Avgjør ved hjelp av vektorregning om vinkelen mellom $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er spiss, rett eller stump.

Oppgave 4 (5 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + 6x^2 - x - 30$$

a) Vis at divisjonen $f(x):(x-2)$ går opp.

b) Faktoriser $f(x)$ i lineære faktorer.

c) Løs ulikheten $-2 \cdot f(x) \geq 0$

Oppgave 5 (4 poeng)

Andersen selger juletrær. Han selger edelgran og vanlig gran. Av erfaring vet han at 70 % av dem som kjøper juletrær, er menn. Han vet også at 60 % av mennene og 40 % av kvinnene kjøper edelgran.

a) Hva er sannsynligheten for at det første treet han selger en dag, er edelgran?

Alle som kjøper edelgran, får et lodd i et lotteri. På julaften trekkes vinneren av lotteriet.

b) Hva er sannsynligheten for at vinneren av lotteriet blir en kvinne?

Oppgave 6 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x - 2\,, & x \leq a \\ x^2 + x + 3\,, & x > a \end{cases}$$

For hvilke verdier av a blir f en kontinuerlig funksjon?

Oppgave 7 (6 poeng)

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = x - 2\ln(x^2 + 3) \quad , \quad x \in \mathbb{R}$$

a) Vis at $g'(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 3}$

b) Bestem x-koordinaten til eventuelle toppunkt og x-koordinaten til eventuelle bunnpunkt på grafen til g.

c) Bestem x-koordinaten til eventuelle vendepunkt på grafen til g.

Oppgave 8 (5 poeng)

I trekanten ABC er $AB = 8$ cm, $AC = 5$ cm og $BC = 7$ cm.

a) Konstruer trekanten.

b) Konstruer den innskrevne sirkelen til trekanten ABC.

Trekanten ABC er del av firkanten $ABCD$ der $AD = 6$ cm, $AD < CD$ og $\angle ADC = 30^\circ$.

c) Konstruer firkanten. (Hint: Du kan få bruk for periferivinkler.)

Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

Et gartneri produserer og selger en plante som får enten røde eller gule blomster.
Sannsynligheten er $p = 0,4$ for at en tilfeldig valgt plante får gule blomster.

Astrid kjøper ti tilfeldige planter av denne typen.

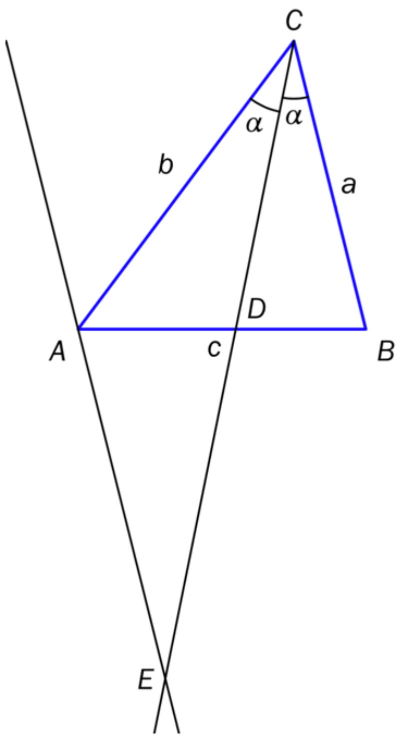
a) Bestem sannsynligheten for at halvparten av plantene til Astrid får gule blomster.

b) Bestem sannsynligheten for at flere enn fem av plantene til Astrid får gule blomster.

Stian har fire like planter med gule blomster og seks like planter med røde blomster.
Disse skal han plante på én rekke i en blomsterkasse.

c) På hvor mange ulike måter kan han plassere plantene i kassen?

Oppgave 2 (6 poeng)



Trekanten ABC har sidelengder a, b og c. Vinkelhalveringslinjen til $\angle ACB$ skjærer linjestykket AB i punktet D.

En linje gjennom A er parallell med linjestykket BC. Linjen skjærer halveringslinjen i punktet E. Se skissen til høyre.

a) Begrunn at $\angle DEA = \angle DCB$.

b) Begrunn at trekantene AED og BCD er formlike.

c) Begrunn at trekant AEC er likebeint.

d) Forklar at $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{b}{a}$

Sett $a = 6$, $b = 7$ og $c = 10$.

e) Bestem den eksakte verdien til lengden AD i dette tilfellet.

Oppgave 3 (6 poeng)

Gitt punktene $A(3, 0)$ og $B(5, 5)$.

a) Bestem en parameterframstilling for den rette linjen ℓ gjennom punktene A og B.

Vektorfunksjonen $\vec{r}$ er gitt ved

$$\vec{r}(t) = \left[t+1,\ t^2+2\right]$$

b) Tegn grafen til $\vec{r}$ for $-3 \le t \le 3$. Tegn linjen ℓ i samme koordinatsystem.

La P være det punktet på grafen til $\vec{r}$ som ligger nærmest linjen ℓ.

Et resultat fra geometrien sier at tangenten til grafen til $\vec{r}$ i punktet P er parallell med ℓ.

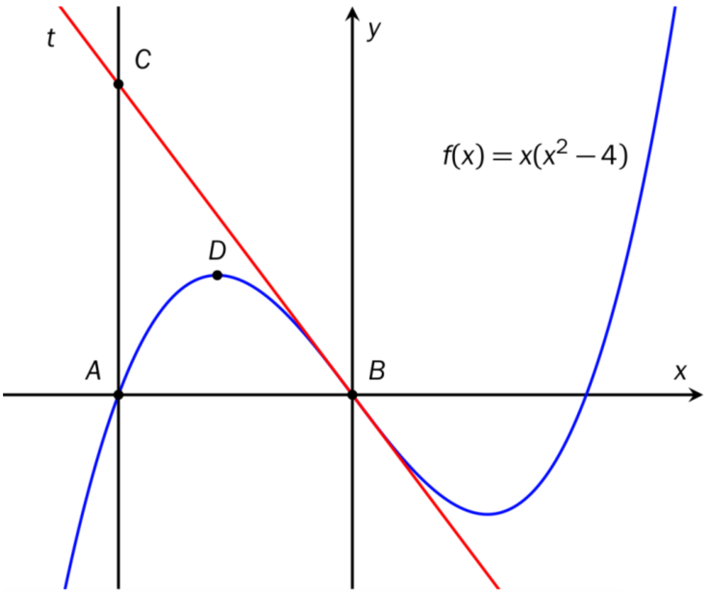
c) Bruk dette resultatet til å bestemme den eksakte verdien for den minste avstanden mellom linjen ℓ og grafen til $\vec{r}$.

Oppgave 4 (6 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x(x^2 - 4)$$

Skissen nedenfor viser grafen til f sammen med vendetangenten t i punktet $B(0, 0)$. Punktet A har koordinatene $(-2, 0)$. Punktet C er skjæringspunktet mellom linjen t og linjen $x = -2$. Punktet D er toppunktet på grafen til f.



a) Bruk graftegner til å tegne grafen til f sammen med vendetangenten og punktene A, B, C og D.

b) Bestem forholdet mellom arealene av trekantene ABC og ABD.

Vi ser nå på det generelle uttrykket

$$g(x) = x \cdot (x^2 - r^2), \quad r > 0$$

Punktene E, F, G og H er definert ved at

- E er venstre nullpunkt
- F er origo
- G er skjæringspunktet mellom vendetangenten og den vertikale linjen gjennom E
- H er toppunktet på grafen til g

c) Bruk CAS til å vise at forholdet mellom arealene av trekantene EFG og EFH er uavhengig av r.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet