Matematikk 2P-Y
Løsningsforslag til eksamen våren 2019
Utarbeidet av Ståle Gjelsten, Bardufoss VGS

1 Del 1

Oppgave 1.1. Petter har spurt 20 personer om hvor mange ganger de brukte telefonen til å ringe med i løpet av sist helg. Resultatene ser du nedenfor.

0 4 2 6 3 2 1 1 3 5 3 8 1 9 5 2 0 2 2 1

Løsning. Jeg stiller opp tallene i stigende rekkefølge. Siden det er 20 observasjoner må medianen være snittet av observasjon observasjon nr. 10 og 11 ($\frac{20+1}{2} = 10{,}5$). Både observasjon 10 og 11 har verdien 2.

$\underline{\underline{\text{Medianen er 2 samtaler.}}}$

Gjennomsnittet er:

$$\frac{\text{Summen av observasjonsverdier}}{\text{Antall observasjoner}} = \frac{60}{20} = 3 \tag{1}$$

$\underline{\underline{\text{Gjennomsnittet er 3 samtaler.}}}$

$\underline{\underline{\text{Variasjonsbredden er } 9 - 0 = 9.}}$

■

Oppgave 1.2. Prisen for en vare ble satt ned med 20 %. Nå koster varen 640 kroner.

Hvor mye kostet varen før prisen ble satt ned.

Løsning. Vi kaller den tidligere prisen for x. Vi vet at x multiplisert med en vekstfaktoren til 20 % nedgang må bli lik 640 kr. Skrevet som en likning blir det:

$$x \cdot (1 - 20\,\%) = 640 \Leftrightarrow x \cdot (1 - 0{,}2) = 640 \Leftrightarrow x \cdot 0{,}8 = 640 \Leftrightarrow x = \frac{640}{0{,}8} \Leftrightarrow x = 800 \tag{2}$$

$\underline{\underline{\text{Varen kostet 800 kr tidligere.}}}$ ■

Oppgave 1.3. Regn ut og skriv svaret på standardform:

$$7{,}03 \cdot 10^7 - 7000000$$

Løsning. Jeg gjør om leddene fra standardform til vanlige tall og regner ut.

$$7{,}03 \cdot 10^7 - 7000000 = 70300000 - 7000000 = 63300000 = \underline{\underline{6{,}33 \cdot 10^7}} \tag{3}$$

■

Oppgave 1.4. Regn ut og skriv så enkelt som mulig

$$\frac{2^0 + 2^3 \cdot 2^2 + (2^3)^2 - 2}{2 \cdot 2^2} + 2^{-3}$$

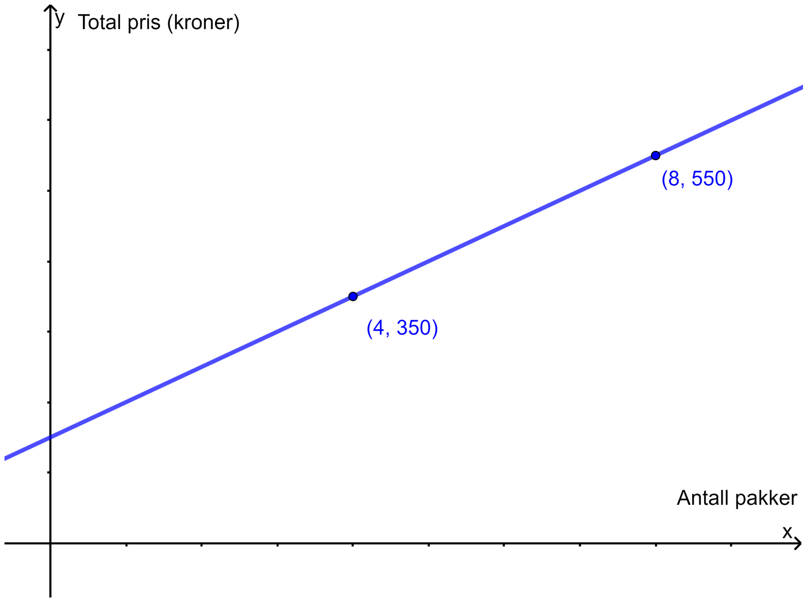
Løsning. Jeg bruker potensreglene og får:

$$\frac{2^0 + 2^3 \cdot 2^2 + (2^3)^2 - 2}{2 \cdot 2^2} + 2^{-3} \tag{4}$$
$$\frac{1 + 2^{3+2} + 2^{3 \cdot 2} - 2}{2^{1+2}} + 2^{-3} \tag{5}$$
$$\frac{1 + 2^5 + 2^6 - 2}{2^3} + 2^{-3} \tag{6}$$
$$\frac{1 + 32 + 64 - 2}{8} + \frac{1}{8} \tag{7}$$
$$\frac{95}{8} + \frac{1}{8} = \frac{96}{8} = \underline{\underline{12}} \tag{8}$$

■

Oppgave 1.5. Et budfirma henter små pakker hos forretninger. Pakkene kjøres ut til kunder.

Den totale prisen en forretning må betale for å få kjørt ut x pakker, er gitt ved en lineær sammenheng $y = ax + b$. Grafen (figur 1) illustrerer denne sammenhengen.



Figur 1: Oppgave 1.4

(a) Bestem tallene a og b.

(b) Gi en praktisk tolkning av tallene a og b i denne oppgaven.

Løsning. a er stigningstallet til funksjonen, og b er konstantleddet. Jeg finner først stigningstallet ved å finne stigningen mellom de to punktene:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{550 - 350}{8 - 4} = \frac{200}{4} = 50 \tag{9}$$

For å bestemme b ser jeg på punktene mine. Siden funksjonen stiger med 200 mellom $x = 4$ og $x = 8$ så må funksjonen også stige med 200 mellom $x = 0$ og $x = 4$. Det vil si at konstantleddet er:

$$b = 350 - 200 = 150 \tag{10}$$

(a) $\underline{\underline{a = 50 \text{ og } b = 150}}$

(b) y gir prisen for å kjøre ut et gitt antall pakker. a er prisen per pakke, mens b er en fast oppstartskostnad som er uavhengig av antallet pakker.

■

Oppgave 1.6. Ved en skole ble 200 elever spurt om hvor lang reisetid de hadde fra bosted til skole. Se tabellen nedenfor.

Tabell 1: Oppgave 1.6. Reisetid fra bosted til skole

Reisetid i minutter	Frekvens
$[0\,, 10\rangle$	60
$[10\,, 20\rangle$	80
$[20\,, 40\rangle$	50
$[40\,, 80\rangle$	10
Totalt	200

(a) Bestem gjennomsnittet for datamaterialet.

(b) Stine påstår at medianen for datamaterialet er ca. 15 minutter. Hvordan kan hun argumentere for denne påstanden, og hvilken antakelse har hun gjort?

(c) Lag et histogram som viser fordelingen av reisetider

Løsning.

Tabell 2: Oppgave 1.6 løsningsforslag

a	b	f	$\sum f$	x_m	$f \cdot x_m$	$b-a$	$f/(b-a)$
0	10	60	60	5	300	10	6
10	20	80	140	15	1200	10	8
20	40	50	190	30	1500	20	2,5
40	80	10	200	60	600	40	0,25
Totalt		200			3600		

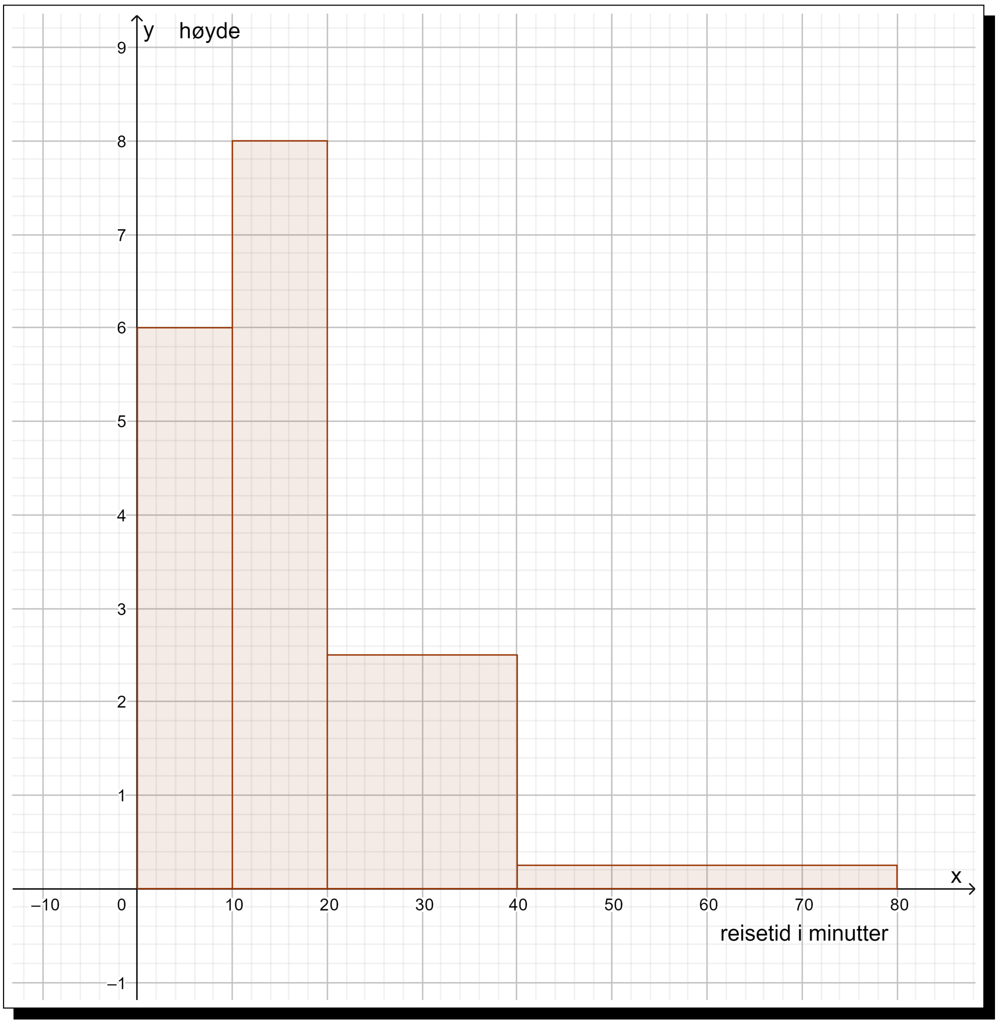
(a) Gjennomsnittet er summen av produktene av midtpunktene i intervallene multiplisert med frekvensen, dividert med antall elever. $\bar{x} = \frac{3600}{200} = \underline{\underline{18}}$

(b) Medianen må være gjennomsnittet av elev nr 100 og 101 ($\frac{200+1}{2} = 100{,}5$). Hvis vi sjekker de kumulative frekvensene så ser vi at disse elevene må befinne seg i gruppen $[10\,, 20\rangle$. Det er rimelig å anta at elevene som befinner seg i midten av intervallet har en reisetid midt i intervallet, altså 15 minutter. Elevene som befinner seg midt i intervallet er elev nr. $60 + \frac{80}{2} = 100$. Altså er medianen sannsynligvis omtrent 15 minutter.

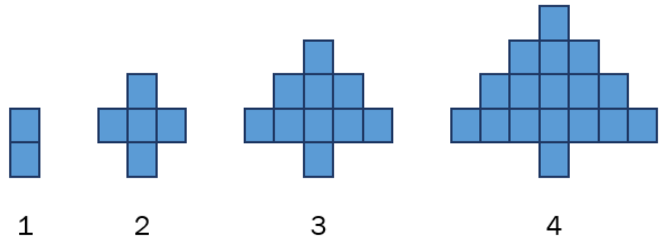
Vi har her antatt at reisetidene til skolen er jevnt fordelt utover gruppene. Det kan jo tenke seg at alle elevene tar buss til skolen, og at en buss bruker 11 minutter og den andre 19 minutter. Da vil det ikke være riktig å si at medianen er 15 minutter.

(c) Se histogrammet i figur 2.

■



Figur 2: Oppgave 1.6 histogram løsningsforslag



Figur 3: Oppgave 1.7a

Oppgave 1.7. I figur 3 ser du fire figurer. Figurene er satt sammen av små, blå kvadrater. Rikke vil fortsette å lage figurer etter samme mønster. Hun har sett på differansen mellom antall små, blå kvadrater i to etterfølgende figurer og begynt å fylle ut tabellen nedenfor.

Tabell 3: Oppgave 1.7 figurtabell

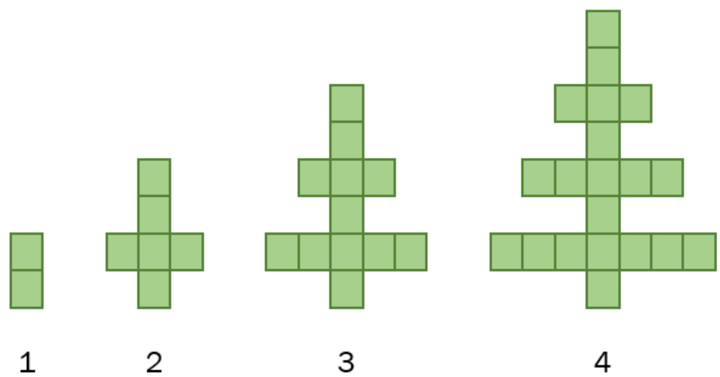
Figur nummer	1		2		3		4	5	6	7	8
Antall kvadrater	2		5		10						
Differanse		3		5		7					

(a) Skriv av tabellen ovenfor og fyll inn tallene som mangler.

(b) Rikke påstår at antall små, blå kvadrater i figur n er $n^2 + 1$.

Vis at påstanden stemmer for figur 2, figur 3 og figur 4 ved å lage nye tegninger, en for hver figur, hvor du plasserer de små blå kvadratene på en annen måte.

(c) Olav arbeider med figurene nedenfor. De er satt sammen av små, grønne kvadrater. Han vil fortsette å lage figurer etter dette mønsteret.



Figur 4: Oppgave 1.7c

Bestem et uttrykk for antall små, grønne kvadrater i fiur n uttrykt ved n.

Løsning.

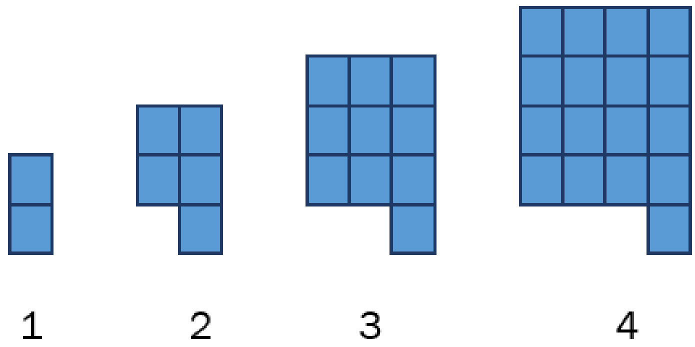
(a) Se tabell 4. Differansen øker med 2 per figur. Dermed kan jeg regne ut antall kvadrater ut fra differansene.

(b) Jeg ser at jeg kan lage kvadrater ved å rotere den ene delen av figuren. Da får jeg figurer slik som vist i figur 5. Her ser vi at vi har et enkelt kvadrat i bunnen av figur pluss et større kvadrat bestående av $n \cdot n = n^2$ små kvadrater. Altså blir antall små kvadrater $n^2 + 1$.

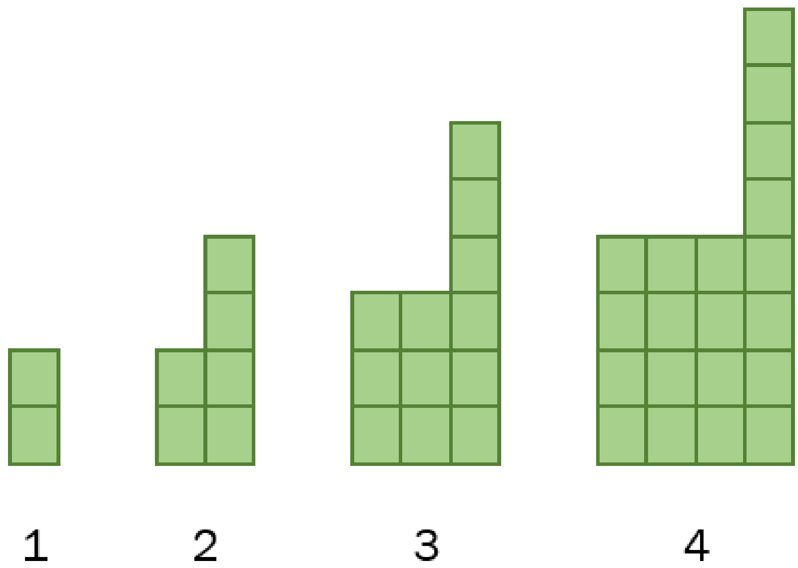
(c) Det finnes selvsagt mange ulike måter å løse denne oppgaven, men det enkleste er kanskje å se at man kan legge kvadratene på en annen måte, tilsvarende hva vi gjorde i oppgave b.

Tabell 4: Oppgave 1.7 figurtabell løsningsforslag

Figur nummer	1		2		3		4		5		6		7		8
Antall kvadrater	2		5		10		17		26		37		50		65
Differanse		3		5		7		9		11		13		15	



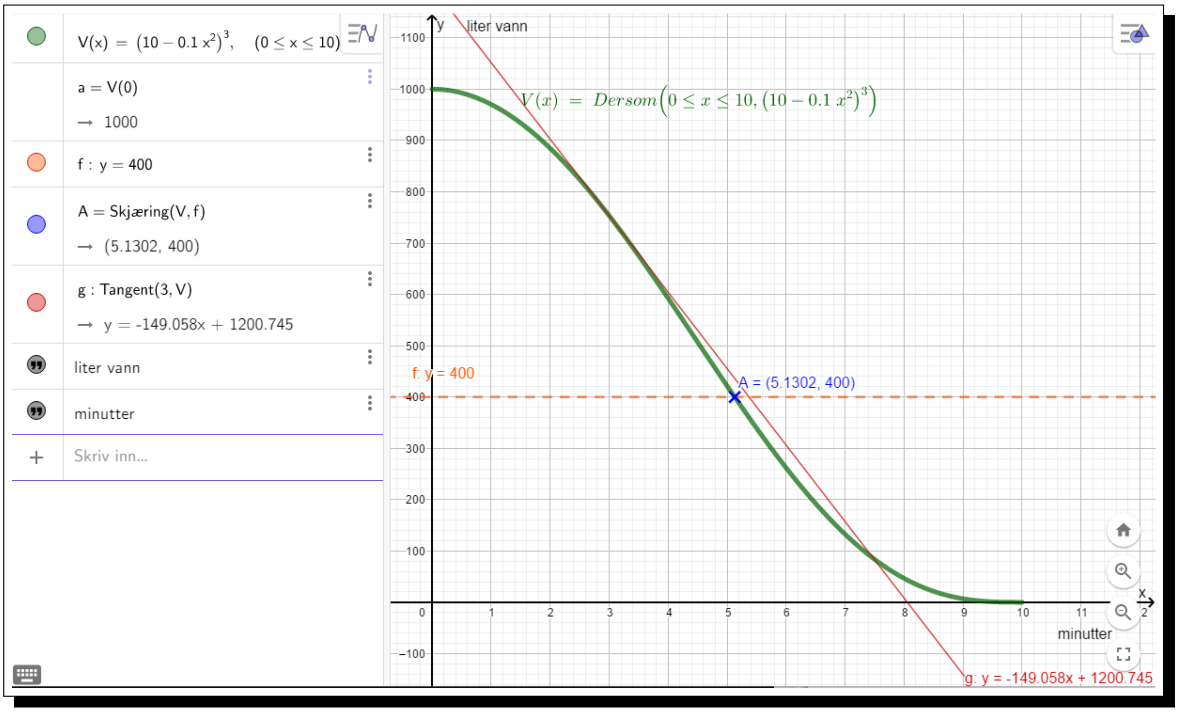
Figur 5: Oppgave 1.7b løsningsforslag



Figur 6: Oppgave 1.7c løsningsforslag

Når jeg tegner figurene som i figur 6 så blir det svært tydelig av uttrykket blir $n^2 + n$ siden vi har et stort kvadrat med sidekanter lik n pluss en rekke med lengde n.

■



Figur 7: Oppgave 2.1. Grafen til $V(x)$

2 Del 2

Oppgave 2.1. Et firma produserer vanntanker. Carl har undersøkt en av tankene og funnet ut at dersom tanken er full og kranen åpnes vil det etter x minutter være $V(x)$ liter vann igjen i tanken, der

$$V(x) = (10 - 0{,}1x^2)^3 \ , \ \ 0 \le x \le 10$$

(a) Bestem $V(0)$, og gi en praktisk tolkning av svaret du får.

(b) Bruk graftegner til å tegne grafen til V

(c) Hvor lang tid går det fra kranen åpnes, til det er 400 L vann igjen i tanken?

(d) Hvor mye vann renner i gjennomsnitt ut av tanken per minutt mens den tømmes?

(e) Bestem den momentane vekstfarten i til funksjonen V når $x = 3$. Gi en praktisk tolkning av svaret du får

Løsning.

(a) Jeg skrev inn funksjonen i GeoGebra og skrev deretter inn `V(0)` og fikk svaret $\underline{\underline{1000}}$. Det betyr at det var 1000 liter vann på tanken før kranen ble åpnet.

(b) Se figur 7.

(c) Se punkt A i figuren. Det går $\underline{\underline{5{,}13 \text{ minutter}}}$, eller 5 minutter og 8 sekunder til det er 400 L vann igjen i tanken.

(d) Det er 1000 liter i tanken, og jeg ser fra grafen at den tømmes i løpet av 10 minutter. Altså må det i gjennomsnitt renne

$$\frac{1000\,\text{L}}{10\,\text{min}} = \underline{\underline{100\,\text{L}\,\text{min}^{-1}}}$$

(e) Se tangenten g i figuren. Stigningstallet til denne er det samme som den momentane vekstfarten i $x = 3$, altså $\underline{\underline{-149}}$. Dette tallet sier oss at vannet renner ut med en hastighet på 149 liter per minutt 3 minutter etter at vi har åpnet krana.

■

Oppgave 2.2. Det er 5,3 millioner innbyggere i Norge. I gjennomsnitt kaster hver innbygger 180 plastposer hvert år. Normal tykkelse på plasten i posene er 0,035 mm.

Tenk deg at vi legger alle disse plastposene oppå hverandre i en stabel.

(a) Omtrent hvor høy ville stabelen blitt?

(b) Eiffeltårnet i Paris er 324 m høyt.

Hvor mange timer ville det går før stabelen var like høy som Eiffeltårnet, dersom vi regner med at det kastes like mange poser hver time?

Løsning. *Her finnes det to ulike tolkninger av oppgaven. Vi kan tenke oss at plasten i plastposen er 0,035 mm tykk, og at plastposen består av to lag med plast. Jeg har løst oppgaven som at hele plastposen er 0,035 mm tykk.*

(a)

$$180 \cdot 5{,}3 \cdot 10^6 \cdot 0{,}035\,\text{mm} = 180 \cdot 5{,}3 \cdot 10^6 \cdot 0{,}035 \cdot 10^{-3}\,\text{m} = 3{,}339 \cdot 10^4\,\text{m} \tag{11}$$

$\underline{\underline{\text{Stabelen ville blitt omtrent 33,4 km høy.}}}$

(b) Det kastes $(180 \cdot 5{,}3 \cdot 10^6)/(365 \cdot 24) = 108\,904$ plastposer hver time. Jeg setter opp en likning hvor x er antall timer det tar før stabelen blir 324 m høy.

$$108904 \cdot x \cdot 0{,}035 \cdot 10^{-3}\,\text{m} = 324\,\text{m} \Leftrightarrow x = \frac{324\,\text{m}}{108904 \cdot 0{,}035 \cdot 10^{-3}\,\text{m}} = 85 \tag{12}$$

$\underline{\underline{\text{Det tar 85 timer før stabelen er like høy som Eiffeltårnet.}}}$

■

Oppgave 2.3. Forskere har målt og veid laks i et område. Tabellen nedenfor viser sammenhørende verdier av lengde og vekt.

Tabell 5: Lakselengder og vekt

Laksens lengde (cm)	50	60	70	80	90	100	105
Laksens vekt (gram)	1290	2190	3470	5110	7450	10260	11950

Anta at sammenhengen mellom laksens lengde x cm og laksens vekt V gram kan beskrives med en modell av typen:

$$V(x) = a \cdot x^b$$

(a) Bruk datamaterialet i tabellen til å bestemme a og b.

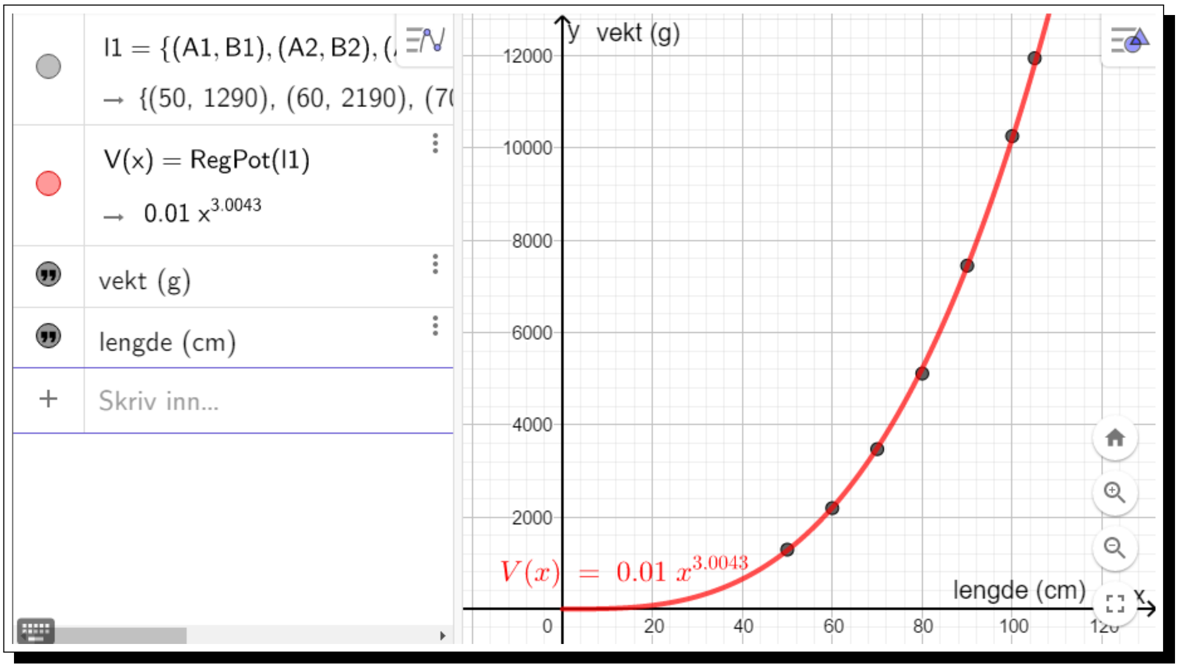
(b) Bruk modellen du har funnet, til å bestemme hvor mange prosent vekten på laksen øker med når lengden øker med 25 %.

Løsning.

(a) Se figur 8. Vekten til en laks kan beskrives med modellen $V(x) = 0{,}01x^{3{,}0043}$. Altså er $\underline{\underline{a = 0{,}01}}$ og $\underline{\underline{b = 3{,}00}}$.

(b) Vi antar at en laks har en gitt vekt V ved lengde x. Hvis x øker med 25 % så må dette kunne beskrives med:

$$V(x \cdot 1{,}25) = 0{,}01 \cdot (x \cdot 1{,}25)^3 = 0{,}01 \cdot x^3 \cdot 1{,}25^3 \tag{13}$$



Figur 8: Oppgave 2.3. Potensregresjon for laksevekt

Vi ser her at når vi legger til 25 % på lengden så vil vekten multipliseres med $1{,}25^3 = 1{,}95$. Denne vekstfaktoren tilsvarer $\underline{\underline{95\,\%\text{ økning}}}$, eller nesten en dobling dersom lengden øker med 25 %.

■

Oppgave 2.4. Emil og Ida selger poser med brente mandler for å samle inn penger i forbindelse med Operasjon Dagsverk. Begge har fylt 20 poser med mandler.

Nedenfor ser du hvor mange mandler det er i hver av posene Emil har fylt.

42, 45, 39, 46, 47, 41, 38, 44, 43, 40, 45, 46, 49, 39, 40, 41, 42, 40, 45, 48

(a) Bestem gjennomsnittet og standardavviket for antallet mandler i Emils poser.

(b) Ida har regnet ut gjennomsnitt og standardavvik for antall mandler i sine poser. Gjennomsnittet hennes er lavere enn Emils, men standardavviket er høyere. Nedenfor ser du tre påstander. Avgjør om hver enkelt påstand *kan* være riktig. Begrunn svarene dine.

1) Ida har til sammen flere mandler enn Emil i posene sine.
2) Ida har like mange mandler i hver av posene sine.
3) Ida har like mange mandler i halvparten av posene sine

Løsning.

(a) Jeg la inn tallene i GeoGebras regneark og valgte analyse av en variabel og fikk gjennomsnittet $\underline{\underline{43}}$ og standardavvik $\underline{\underline{3{,}178}}$.

(b) 1) kan ikke være riktig siden Ida har et lavere gjennomsnitt og de begge har 20 poser hver.
2) kan ikke være riktig siden Emil ikke har null i standardavvik, og Ida har et enda høyere standardavvik. Dermed må hun ha større variasjon i antallet mandler enn Emil.
3) Dette kan stemme. Så lenge vi ikke vet noe om den andre halvparten kan dette være riktig.

■

Oppgave 2.5. Nedenfor er fire ulike situasjoner beskrevet. Det også tegnet åtte grafer.

Situasjon 1
Jeg fant en butikk hvor de solgte ulike små sjokoladebiter. Jeg betalte 9 kroner for en kurv jeg kunne ha sjokoladebitene i, og 15 kroner per hektogram sjokolade jeg puttet i kurven.

Situasjon 2
Jeg har arvet penger etter bestemor. Pengene har jeg satt på en sparekonto der jeg får en fast rente på 3,5 % per år.

Situasjon 3
Jeg leste en gang om en dyrebestand som levde på en øy. Dyrene formerte seg raskt, og bestanden ble større og større helt til det ble så mange dyr på øya at det ble vanskelig for alle å finne nok mat. Da ble det ikke født så mange dyr lenger, og antall fødte dyr per år var tilnærmet lik antall dyr som døde per år.

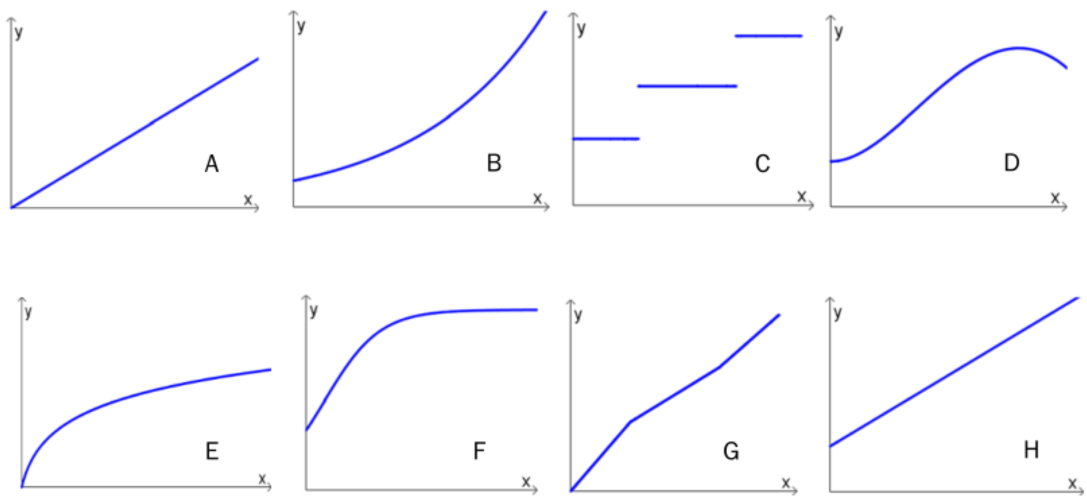
Situasjon 4
Jeg skulle sende en pakke med Posten i går og lurte på hvor mye jeg måtte betale i porto.

Jeg fant denne oversikten på posten.no:

Vekt:	Betal på posten.no:
0-10 kg	145,-
10-25 kg	260,-
25-35 kg	370,-

Hvilken graf beskriver situasjon 1?
Hvilken graf beskriver situasjon 2?
Hvilken graf beskriver situasjon 3?
Hvilken graf beskriver situasjon 4?

Husk å begrunne svarene dine.



Løsning. Situasjon 1 må være en lineær funksjon med konstantledd 9 kr (fast kostnad) og stigningstall 15 kroner (pris per hekto). Det er kun graf H som har et konstantledd > 0 og lineær vekst. Situasjon 1 og graf H hører sammen.

Situasjon 2 må være en eksponentialfunksjon. Her er vekstfaktoren 1,035 og beløpet vokser med rentes rente for hvert år. Graf B er den eneste eksponentialfunksjonen som vokser. Situasjon 2 og graf B hører sammen.

Situasjon 3 må stige raskt i starten og flate ut når dyrene formerer seg like raskt som de dør. Graf F passer best til denne beskrivelsen. Situasjon 3 og graf F hører sammen.

Situasjon 4 har 3 ulike prisgrupper, der man betaler 145 kr dersom en pakke veier 9,999 kg, og 260 kr dersom den veier 10,000 kg. Graf C viser også tre ulike grupper med en fast y-verdi for noen x, deretter en ny verdi for y osv. Situasjon 4 og graf C hører sammen.

■

Oppgave 2.6. I en bedrift er det 2000 ansatte. Forrige høst ble 54 % av de ansatte vaksinert mot influensa. I løpet av høsten og vinteren fikk 10 % av dem som ikke hadde fått vaksine, og 2,5 % av dem som hadde fått vaksine, influensa.

(a) Systematiser opplysningene i en krysstabell

(b) Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig valgt ansatt ved bedriften fikk influensa i løpet av denne høsten og vinteren.

(c) Per er nyansatt ved bedriften i år og vurderer om han skal ta influensavaksine til høsten. For å ha noe å ut fra bruker han tallene fra forrige år når han utfører beregninger. Han har beregnet sannsynlighetene

$$\frac{92}{119} \approx 77{,}3\,\% \tag{14}$$

$$\frac{1053}{1881} \approx 56\,\% \tag{15}$$

Forklar hva han har funnet ut når han har utført disse beregningene.

Løsning.

	A	B	C	D	E
1					
2			Vaksine	Ikke vaksine	Sum
3		Influensa	27	92	119
4		Ikke influensa	1053	828	1881
5		Sum	1080	920	2000

Figur 9: Krysstabell

	A	B	C	D	E
1					
2			Vaksine	Ikke vaksine	Sum
3		Influensa	=0,025*C5	=0,1*D5	=SUMMER(C3:D3)
4		Ikke influensa	=C5-C3	=D5-D3	=E5-E3
5		Sum	=0,54*E5	=E5-C5	2000

Figur 10: Krysstabell med formler

(a) Se figur 9 og 10.

(b) Det er 119 ansatte som fikk influensa (gunstige utfall) av 2000 ansatte (mulige utfall).

$$P(\text{influensa}) = \frac{119}{2000} = 0{,}0595 = \underline{\underline{6{,}0\,\%}}$$

(c) Per har funnet ut at hvis man trekker en tilfeldig person fra dem med influensa så er sannsynligheten 77,3 % for at personen ikke tok vaksine. Altså kan Per bruke dette til å argumentere for at vaksinen gir noe beskyttelse mot influensaen.

Per har også funnet ut at hvis man trekker en tilfeldig valgt person blant dem som ikke har influensa så er sannsynligheten 56 % for at personen tok vaksinen. Per kan også bruke denne informasjonen til å argumentere for at risikoen for influensa er lavere hvis han tar vaksinen.

■

Oppgave 2.7. Etter et arveoppgjør fikk Petter utbetalt 850 000 kroner. Den 1. januar 2008 opprettet han en sparekonto og satte inn hele beløpet på denne kontoen. Han bestemte seg for at pengene skulle stå urørt i banken i ti år.

Han fikk da to tilbud fra banken.

Tilbud 1: En fast årlig rentesats på 4 % per år disse ti årene.

Tilbud 2: En rentesats som ville endre én gang per år i tråd med svingninger i pengemarkedet. Det første året ville rentesatsen bli satt til 5,4 %.

	A	B	C	D	E
1	Sparebeløp	kr 850 000,00			
2					
3	År	Rentesats	På kontoen før renter er lagt til	Renter	På kontoen etter at renter er lagt til
4	2008	5,4 %			
5	2009	3,5 %			
6	2010	2,3 %			
7	2011	2,4 %			
8	2012	2,2 %			
9	2013	2,2 %			
10	2014	2,1 %			
11	2015	1,6 %			
12	2016	1,2 %			
13	2017	1,1 %			
14					
15			Sum renter		

Figur 11: Oppgave 2.7. Regneark

(a) Hvor mye ville Petter til sammen fått i renter i løpet av de ti årene om han hadde valgt tilbud 1?

(b) Petter valgte tilbud 2. I regnearket nedenfor ser du hvilken rentesats han fikk hvert år de ti årene.

Lag en tabell i et regneark som vist til i figur 11. Legg inn opplysningene i de hvite cellene. I de blå cellene skal du sette inn formler.

(c) Lag en ny tabell i regnearket fra oppgave b). Den nye tabellen skal vise hvor mye Petter hadde fått i renter om han hadde valgt tilbud 1.

(d) Bruk tabellen fra oppgave c) til å bestemme hva den faste rentesatsen i tilbud 1 måtte ha vært for at Petter til sammen skulle fått like mye renter ved å benytte seg av dette tilbudet som han fikk ved å benytte seg av tilbud 2.

(e) Bruk graftegner til å tegne grafen til funksjon f gitt ved

$$f(x) = 850000 \cdot x^{10}$$

Vis hvordan du kan bruke den grafiske framstillingen til å komme fram til svaret du fikk i oppgave d).

Løsning. Jeg velger å lage et regneark først, og svarer dermed på oppgave a, b og c samtidig.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Sparebeløp	kr 850 000,00			Rentesats tilbud 1	4 %		
2								
3	År	Rentesats	Tilbud 2. På konto før renter er lagt til	Tilbud 2. Renter	Tilbud 2. På kontoen etter at renter er lagt til	Tilbud 1. På konto før renter	Tilbud 1. Renter	Tilbud 1. På kontoen etter at renter er lagt til
4	2008	5,4 %	kr 850 000,00	kr 45 900,00	kr 895 900,00	kr 850 000,00	kr 34 000,00	kr 884 000,00
5	2009	3,5 %	kr 895 900,00	kr 31 356,50	kr 927 256,50	kr 884 000,00	kr 35 360,00	kr 919 360,00
6	2010	2,3 %	kr 927 256,50	kr 21 326,90	kr 948 583,40	kr 919 360,00	kr 36 774,40	kr 956 134,40
7	2011	2,4 %	kr 948 583,40	kr 22 766,00	kr 971 349,40	kr 956 134,40	kr 38 245,38	kr 994 379,78
8	2012	2,2 %	kr 971 349,40	kr 21 369,69	kr 992 719,09	kr 994 379,78	kr 39 775,19	kr 1 034 154,97
9	2013	2,2 %	kr 992 719,09	kr 21 839,82	kr 1 014 558,91	kr 1 034 154,97	kr 41 366,20	kr 1 075 521,17
10	2014	2,1 %	kr 1 014 558,91	kr 21 305,74	kr 1 035 864,64	kr 1 075 521,17	kr 43 020,85	kr 1 118 542,01
11	2015	1,6 %	kr 1 035 864,64	kr 16 573,83	kr 1 052 438,48	kr 1 118 542,01	kr 44 741,68	kr 1 163 283,69
12	2016	1,2 %	kr 1 052 438,48	kr 12 629,26	kr 1 065 067,74	kr 1 163 283,69	kr 46 531,35	kr 1 209 815,04
13	2017	1,1 %	kr 1 065 067,74	kr 11 715,75	kr 1 076 783,49	kr 1 209 815,04	kr 48 392,60	kr 1 258 207,64
14								
15			Sum renter	kr 226 783,49		Sum renter	kr 408 207,64	

Figur 12: Petters renter

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Sparebeløp	850000			Rentesats tilbud 1	0,04		
2								
3	År	Rentesats	Tilbud 2. På konto før renter er lagt til	Tilbud 2. Renter	Tilbud 2. På kontoen etter at renter er lagt til	Tilbud 1. På konto før renter	Tilbud 1. Renter	Tilbud 1. På kontoen etter at renter er lagt til
4	2008	0,054	=$B$1	=C4*B4	=C4+D4	=$B$1	=F4*$F$1	=F4+G4
5	2009	0,035	=E4	=C5*B5	=C5+D5	=H4	=F5*$F$1	=F5+G5
6	2010	0,023	=E5	=C6*B6	=C6+D6	=H5	=F6*$F$1	=F6+G6
7	2011	0,024	=E6	=C7*B7	=C7+D7	=H6	=F7*$F$1	=F7+G7
8	2012	0,022	=E7	=C8*B8	=C8+D8	=H7	=F8*$F$1	=F8+G8
9	2013	0,022	=E8	=C9*B9	=C9+D9	=H8	=F9*$F$1	=F9+G9
10	2014	0,021	=E9	=C10*B10	=C10+D10	=H9	=F10*$F$1	=F10+G10
11	2015	0,016	=E10	=C11*B11	=C11+D11	=H10	=F11*$F$1	=F11+G11
12	2016	0,012	=E11	=C12*B12	=C12+D12	=H11	=F12*$F$1	=F12+G12
13	2017	0,011	=E12	=C13*B13	=C13+D13	=H12	=F13*$F$1	=F13+G13
14								
15			Sum renter	=SUMMER(D4:D13)		Sum renter	=SUMMER(G4:G13)	

Figur 13: Petters renter med formler

(a) Se figur 12. Petter får tilsammen 408 207,64 kroner i renter ved å velge tilbud 1.

(b) Se figur 12 og 13.

(c) Se figur 12 og 13.

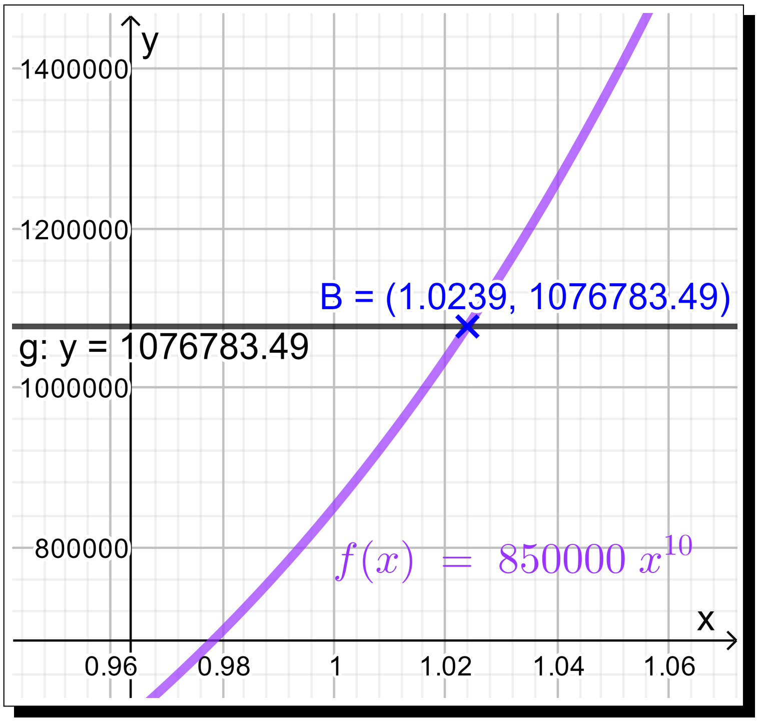
(d) Det står i oppgaveteksten at jeg skal bruke tabellen fra oppgave c til å svare på denne oppgaven. Det ville vært mulig å svare på oppgaven ved å sette opp likninga

$$1076783{,}49 = 850000 \cdot x^{10}$$

og løst denne grafisk eller numerisk i GeoGebra.

For å løse oppgaven ved å bruke tabellen i Excel ville jeg brukt verktøyet målsøking (du finner det under Data → Hva-skjer-hvis-analyse → Målsøking), og be Excel endre på rentesatsen i celle `F1` helt fram til resultatet i celle `G15` blir likt som i `D15`. Dette er en automatisert form for gjett-og-sjekk-metoden. Målsøking ga meg svaret $\underline{\underline{2{,}393\,\%}}$.

(e) Jeg har tegnet f i figur 14, og funnet skjæringspunktet med den summen som stod på konto etter 10 år dersom Petter valgte tilbud 2.



Figur 14: Oppgave 2.7e løsningsforslag. $f(x) = 850000 \cdot x^{10}$

Vi ser at skjæringspunktet B befinner seg ved $x = 1{,}0239$. Denne vekstfaktoren tilsvarer en rente på 2,39 % per år.

■