Løsningsforslag eksamen 2P våren 2019

Del 1

Oppgave 1

Sorterer tallene i stigende rekkefølge

0 0 1 1 1 1 2 2 2 2 2 3 3 3 4 5 5 6 8 9

Median:

Når vi sorterer i stigende rekkefølge, ser vi at både person nr.10 og person nr.11 brukte telefonen til å ringe med 2 ganger i løpet av helgen.

Gjennomsnitt:

$$\frac{2\cdot 0+4\cdot 1+5\cdot 2+3\cdot 3+1\cdot 4+2\cdot 5+1\cdot 6+1\cdot 8+1\cdot 9}{20}=\frac{0+4+10+9+4+10+6+8+9}{20}=\frac{60}{20}=3$$

Variasjonsbredde:

$9-0=9$

<u>Medianen er 2, gjennomsnittet er 3 og variasjonsbredden er 9</u>

Oppgave 2

Siden varen er satt ned 20%, har vi at 640 kroner utgjør 80% av den gamle prisen.

$\frac{640}{80}=8$, så 1% av gammel pris er 8kr. Da må 100% av gammel pris være 800kr.

<u>Varen kostet 800 kroner før prisen ble satt ned</u>

Oppgave 3

$$7{,}03\cdot 10^7-7000000=70300000-7000000=63300000=\underline{\underline{6{,}33\cdot 10^7}}$$

Oppgave 4

$$\begin{aligned}\frac{2^0+2^3\cdot 2^2+\left(2^3\right)^2-2}{2\cdot 2^2}+2^{-3}&=\frac{1+2^{3+2}+2^{3\cdot 2}-2}{2^{1+2}}+\frac{1}{2^3}\\&=\frac{1+2^5+2^6-2}{2^3}+\frac{1}{2^3}\\&=\frac{1+32+64-2}{8}+\frac{1}{8}\\&=\frac{95}{8}+\frac{1}{8}\\&=\frac{96}{8}\\&=\underline{\underline{12}}\end{aligned}$$

Oppgave 5

a)

$$a = \frac{550-350}{8-4} = \frac{200}{4} = 50$$

Siden y øker med 200 hver gang x øker med 4, vet jeg at y må ha økt med 200 når x har økt fra 0 til 4. Det betyr at vi må ha $y = 150$ når $x = 0$.

$$\underline{\underline{a = 50 \text{ og } b = 150}}$$

b) $a = 50$ forteller at forretningen må betale budfirmaet 50 kroner for hver pakke som kjøres ut til kundene. $b = 150$ forteller at forretningen må betale en fast sum på 150 kroner for hver tur budfirmaet gjennomfører, i tillegg til den summen de betaler per pakke.

Oppgave 6

a)

$$\begin{aligned}\frac{60\cdot 5+80\cdot 15+50\cdot 30+10\cdot 60}{200} &= \frac{6\cdot 5+8\cdot 15+5\cdot 30+1\cdot 60}{20}\\ &= \frac{3\cdot 5+4\cdot 15+5\cdot 15+1\cdot 30}{10}\\ &= \frac{15+60+75+30}{10}\\ &= \frac{180}{10}\\ &= 18\end{aligned}$$

<u>Gjennomsnittet er en reisetid på 18 minutter</u>

b) For å kunne argumentere for plasseringen av medianen i et klassedelt materiale, som vi har her, må vi anta at populasjonen er jevnt fordelt i klassene.

Stine har nok sett at både elev nummer 99 og elev nummer 100, når vi sorterer i stigende rekkefølge etter reisetid, befinner seg i intervallet $\left[10,20\right\rangle$.

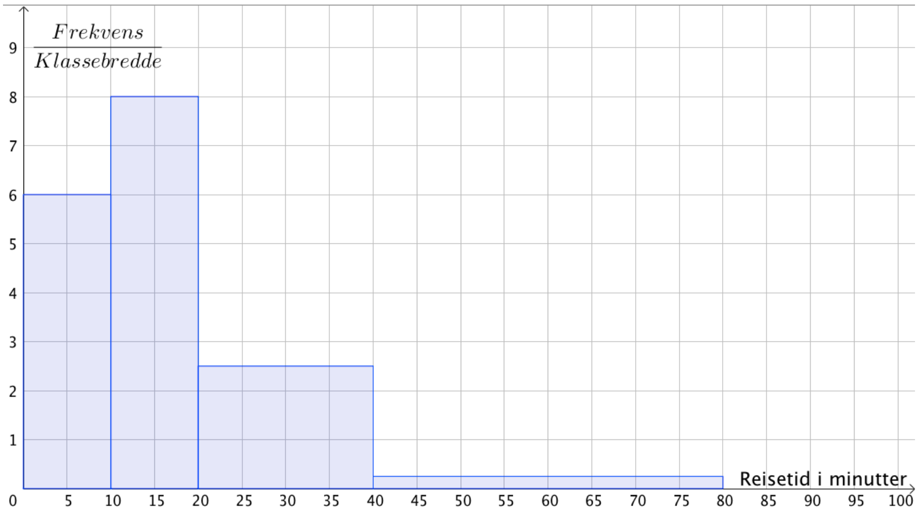
Hvis det stemmer at elevene er jevnt fordelt i klassen, vil disse elevene dessuten befinne seg midt i intervallet, altså rundt klassemidtpunktet som er 15. Det vil da være rimelig å anta at medianen er ca.15 minutters reisetid.

c)

Regner ut histogramhøydene for hver klasse ved å regne ut $\frac{\text{Frekvens}}{\text{Klassebredde}}$

$\frac{60}{10} = 6$ $\quad \frac{80}{10} = 8$ $\quad \frac{50}{20} = 2{,}5$ $\quad \frac{10}{40} = 0{,}25$

Tegner histogrammet øverst på neste side:



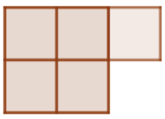
Oppgave 7

a)

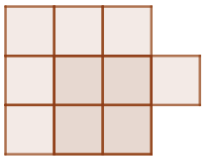
Figurnummer	1	2	3	4	5	6	7	8
Antall kvadrater	2	5	10	17	26	37	50	65
Differanse		3	5	7	9	11	13	15

b)

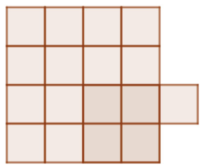
Figur 2:



Figur 3:



Figur 4:



Vi ser at alle figurene kan tegnes slik at de er satt sammen av et kvadrat som består av n^2 små kvadrater og ett lite kvadrat.

Da har vi vist at Rikke sin påstand stemmer for figur 2, figur 3 og figur 4, <u>som skulle vises.</u>

c) La oss tenke oss at figurene er trær. Da ser vi at stammen alltid består av et antall grønne kvadrater som er det dobbelte av figurnummeret. Vi ser også at det legges til "grener" på hver side av stammen. Vi legger til et antall grønne kvadrater som er figurnummeret multiplisert med forrige figurnummer.
Vi ser for eksempel at det er $2 \cdot 3 = 6$ grønne kvadrater som utgjør grenene i figur 3 og $4 \cdot 3 = 12$ grønne kvadrater som utgjør grenene i figur 4.

Når vi setter sammen stammen og grenene, får vi altså

$$2n + n(n-1) = 2n + n^2 - n = n^2 + n$$

Antall små, grønne kvadrater i figur *n* er gitt ved uttrykket $\underline{\underline{n^2 + n}}$

Del 2

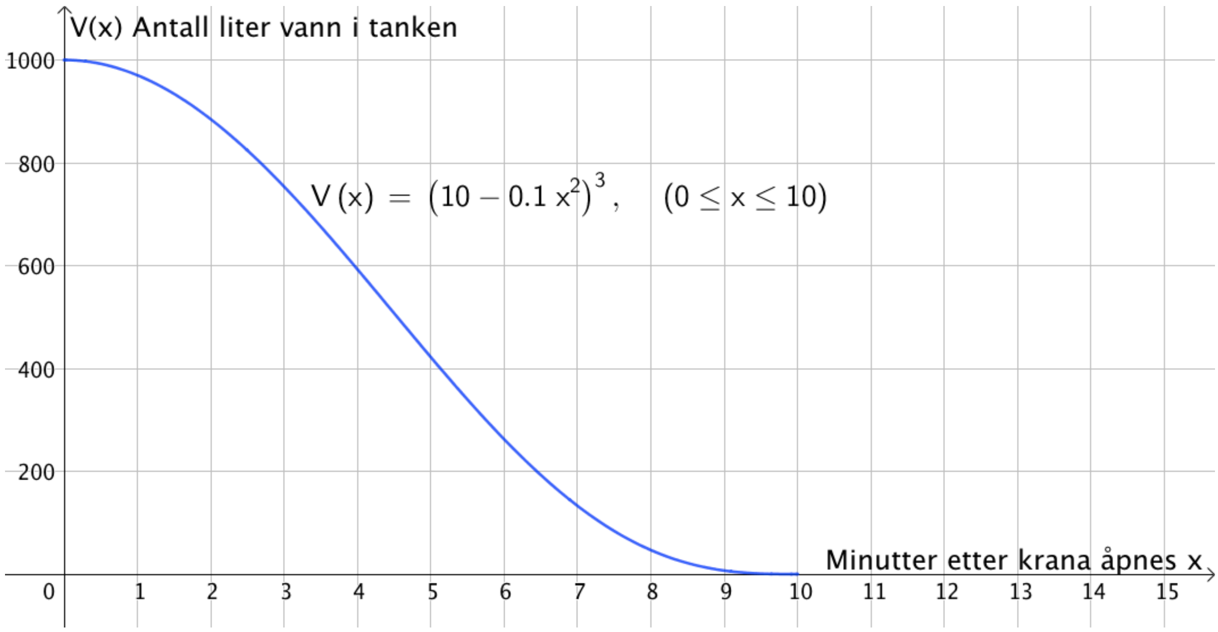
Oppgave 1

$$V(x)=\left(10-0{,}1x^2\right)^3 \quad , \quad 0\le x\le 10$$

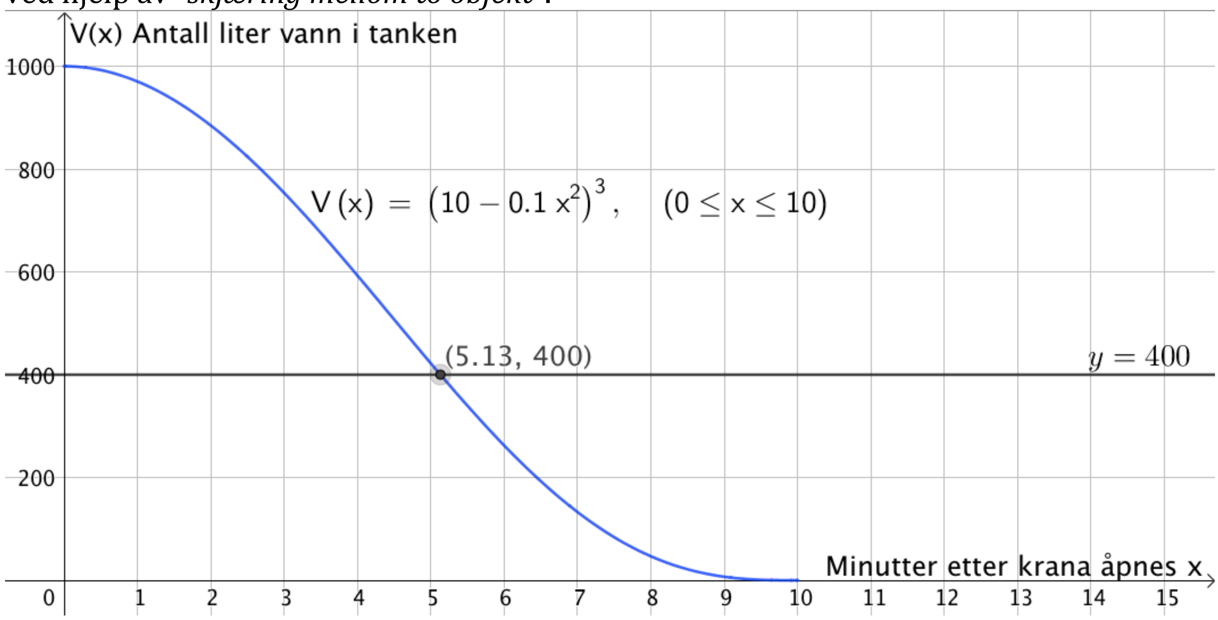
a) $V(0)=\left(10-0{,}1\cdot 0^2\right)^3=\left(10-0\right)^3=10^3=\underline{\underline{1000}}$

Svaret forteller at det er 1000 liter i en full tank før kranen åpnes, altså må tanken romme 1000 liter vann.

b)



c) Tegner linja $y=400$ og finner skjæringspunktet mellom denne og grafen til V ved hjelp av *"skjæring mellom to objekt"*.



<u>Det går 5,13 minutter, altså ca.5 minutter og 8 sekunder, fra krana åpnes til det er 400 liter igjen i tanken</u>

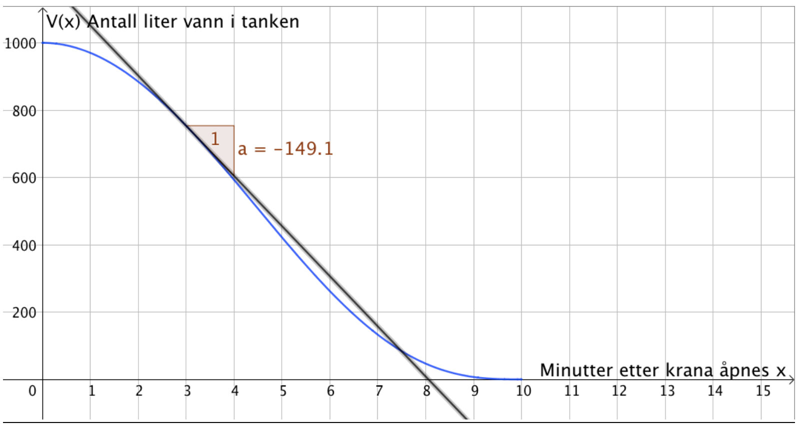
d) Når vi ser på grafen til *V*, ser det ut som at tanken er tom etter 10 minutter. For å forsikre meg om dette, kan jeg regne ut $V(10)$.

$$V(10)=\left(10-0{,}1\cdot 10^2\right)^3=\left(10-0{,}1\cdot 100\right)^3=\left(10-10\right)^3=0^3=0$$

Det renner altså 1000 liter vann ut av tanken i løpet av 10 minutter, noe som tilsvarer 100 liter per minutt i gjennomsnitt.

Det renner ut 100 liter per minutt i gjennomsnitt mens tanken tømmes

e) Bruker kommandoen *" Tangent(<x-verdi>, <Funksjon>)"* og tegner tangenten i punktet $\left(3,V(3)\right)$. Finner stigningstallet til denne tangenten ved hjelp av knappen "stigning".

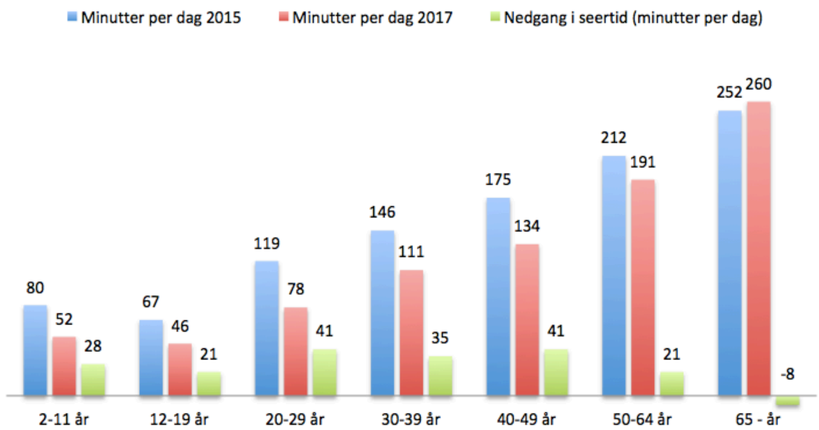


Den momentane vekstfarten til *V* er -149,1 liter per minutt når *x*=3

Svaret forteller at vannbeholdningen i tanken minker med 149,1 liter per minutt tre minutter etter at krana åpnes.

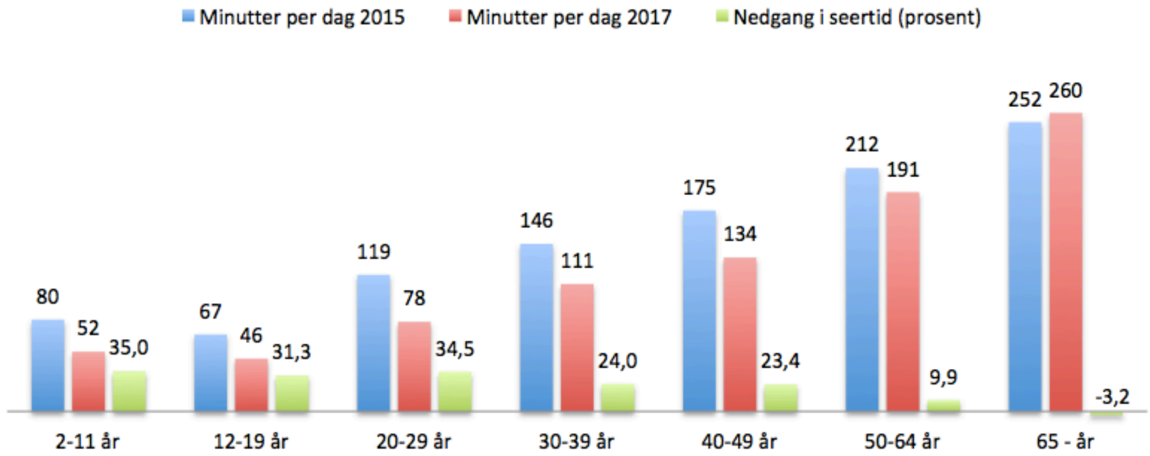
Oppgave 2

a)



Merk at jeg har skrevet <u>*nedgang*</u> *i seertall, så en økning må sees på som negativ nedgang. (gjelder for aldersgruppen fra 65 år og oppover). Samme prinsipp i b).*

b)



Utregninger i Excel:

a)

	A	B	C	D
1		Minutter per dag 2015	Minutter per dag 2017	Nedgang i seertid (minutter per dag)
2	2-11 år	80	52	=B2-C2
3	12-19 år	67	46	=B3-C3
4	20-29 år	119	78	=B4-C4
5	30-39 år	146	111	=B5-C5
6	40-49 år	175	134	=B6-C6
7	50-64 år	212	191	=B7-C7
8	65 - år	252	260	=B8-C8
9				

b)

	A	B	C	D
1		Minutter per dag 2015	Minutter per dag 2017	Nedgang i seertid (prosent)
2	2-11 år	80	52	=(B2-C2)/B2*100
3	12-19 år	67	46	=(B3-C3)/B3*100
4	20-29 år	119	78	=(B4-C4)/B4*100
5	30-39 år	146	111	=(B5-C5)/B5*100
6	40-49 år	175	134	=(B6-C6)/B6*100
7	50-64 år	212	191	=(B7-C7)/B7*100
8	65 - år	252	260	=(B8-C8)/B8*100
9				
10				

Oppgave 3

a) Hvis plasten i en pose er 0,035 mm tykk, vil en plastpose være 0,070 mm tykk, siden en pose består av to lag plast som er limt/smeltet sammen for å lage en pose.

$$5300000 \cdot 180 \cdot 0{,}070mm = 66780000mm = 66780m$$

Stabelen ville blitt omtrent 66 780 meter høy

Hvis vi regner med at selve plastposen er 0,035 mm tykk, vil vi få et svar som er halvparten så stort. Det er rimelig å tenke at dette også må godtas, da oppgaveteksten kan være litt tvetydig.

b) Antall timer i et år er $365 \cdot 24 = 8760$, så da kan vi regne ut hvor mange poser som kastes per time i gjennomsnitt og regne ut hvor mye stabelen vokser per time.

$$\frac{5300000 \cdot 180}{8760} \cdot 0{,}070mm \approx 7623mm$$

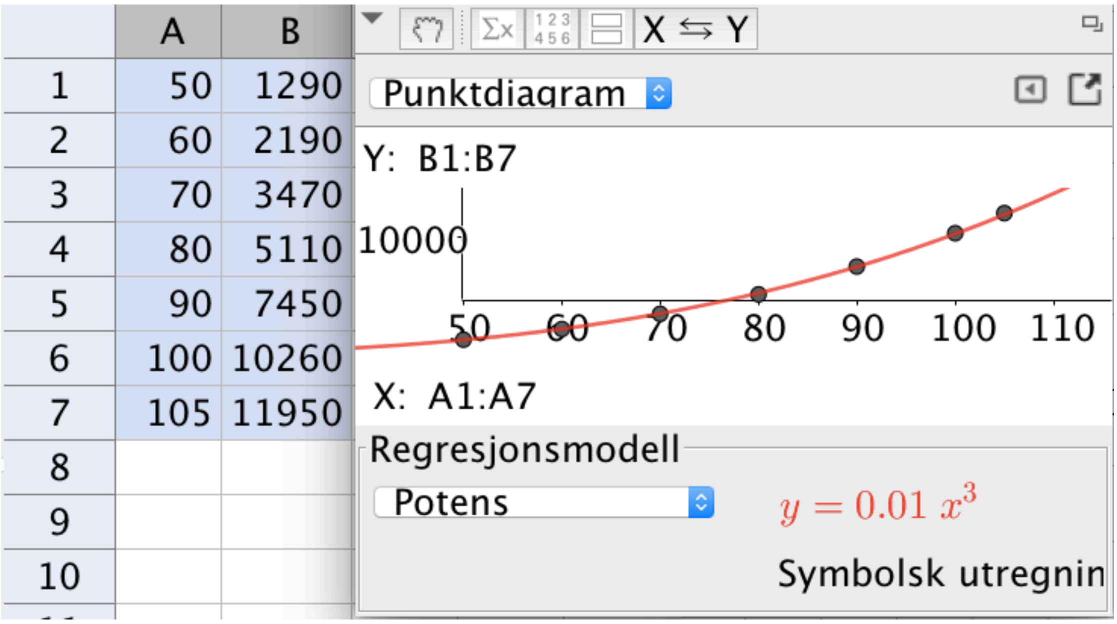
$$\frac{324m}{7623mm} = \frac{324000mm}{7623mm} = 42{,}5$$

<u>Det vil gå omtrent 42,5 timer før stabelen er like høy som Eiffeltårnet</u>

Hvordan man har tenkt, med tanke på plastposetykkelsen, vil spille inn her også.

Oppgave 4

a) Legger inn lengde og vekt i hver sin kolonne i regnearket i GeoGebra. Velger regresjonsanalyse og potensmodell.



$$\underline{\underline{a = 0{,}01 \text{ og } b = 3}}$$

b) $V(x) = 0.01 \cdot x^3$

Når laksens lengde øker 25%, har vi:

$$V(x \cdot 1{,}25) = 0.01 \cdot (x \cdot 1{,}25)^3 = 0{,}01 \cdot x^3 \cdot 1{,}25^3 = V(x) \cdot 1{,}25^3 \approx V(x) \cdot 1{,}953$$

1,953 er vekstfaktor ved økning på 95,3%

<u>Når lengden øker med 25 %, øker vekten med omtrent 95,3 %</u>

Oppgave 5

a) Vi ser at prisen halveres hver time fra klokka 20.00 og utover kveden og natten. Buksene koster i utgangspunktet 800 kr/stk.

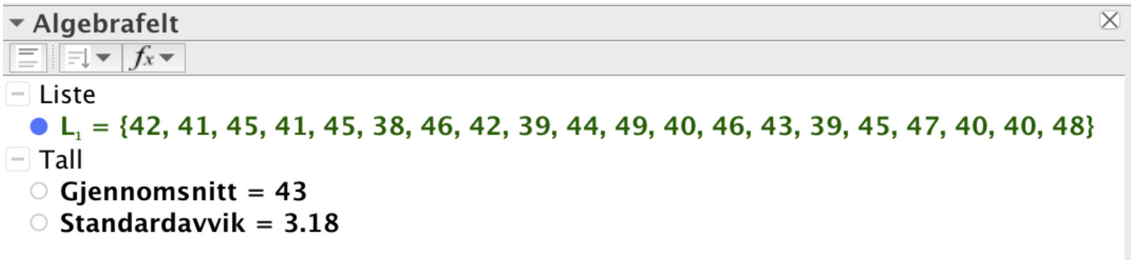
Det betyr at $f(x) = 800 \cdot 0{,}5^x$
Når butikken stenger klokka 02.00, har det gått 6 timer.
$f(6) = 800 \cdot 0{,}5^6 = 12{,}5$

<u>Når butikken stenger, koster buksene 12 kroner og 50 øre per stykk</u>

b) $\underline{\underline{f(x) = 800 \cdot 0{,}5^x}}$ (Se besvarelsen av forrige deloppgave for forklaring)

Oppgave 6

a) Legger inn alle verdiene i regnearket i GeoGebra, lager en liste og bruker kommandoene *" Gjennomsnitt(<Liste med rådata>)"* og *" Standardavvik(<Liste med rådata>)"*.



<u>Gjennomsnittet for Emil er 43 mandler per pose og standardavviket er 3,18</u>

b) ***Påstand 1:***
Både Ida og Emil har 20 poser, så antall mandler hver av dem har til sammen er gjennomsnittet deres multiplisert med 20.
Da må Ida ha færre mandler til sammen når gjennomsnittet hennes er lavere enn Emil sitt.
<u>Påstand 1 stemmer ikke</u>

Påstand 2:
Hvis Ida har like mange mandler i hver av posene sine, vil ingen poser avvike fra gjennomsnittet med tanke på antall mandler i hver pose.
Når Ida har høyere standardavvik enn Emil, vet vi at dette ikke kan stemme.
<u>Påstand 2 stemmer ikke</u>

Påstand 3:
Hvis Ida har like mange mandler i halvparten av posene sine, kan gjennomsnittet være lavere enn for Emil, samtidig som standardavviket er høyere.
Hun *kan* for eksempel ha 10 poser som inneholder 1 mandel hver, mens de andre har ett innhold som ligner mer på Emil sine. Det gir lavere gjennomsnitt enn Emil, men større standardavvik.
<u>Påstand 3 kan stemme</u>

Oppgave 7

Situasjon 1:

Situasjonen kan beskrives ved hjelp av en lineær funksjon med stigningstall 9 og konstantledd 15. Den eneste grafen som passer til denne funksjonen er graf H.
Graf H beskriver situasjon 1

Situasjon 2

Situasjon 2 kan beskrives ved hjelp av en eksponentialfunksjon som beskriver prosentvis økning. Grafen til funksjonen vil vokse hele veien og bli brattere og brattere.
Den eneste grafen som passer til denne funksjonen er graf B.
Graf B beskriver situasjon 2

Situasjon 3

Situasjonen kan beskrives ved hjelp av en funksjon som først vokser raskt, men så flater ut og holder seg stabil.
Den eneste grafen som passer til denne funksjonen er graf F.
Graf F beskriver situasjon 3

Situasjon 4

Situasjonen kan beskrives ved hjelp av en funksjon som har tre ulike, faste verdier i tre gitte intervaller.
Den eneste grafen som passer til denne funksjonen er graf C.
Graf C beskriver situasjon 4

Oppgave 8

a)

$$850000 \cdot 1{,}04^{10} - 850000 = 408207{,}64$$

Tilbud 1 vil gi Petter omtrent 408 200 kroner i renter i løpet av de 10 årene

b)

	A	B	C	D	E
1	Sparebeløp	kr 850 000,00			
2					
3	År	Rentesats	På kontoen før renter er lagt til	Renter	På kontoen etter at renter er lagt til
4	2008	5,4 %	kr 850 000,00	kr 45 900,00	kr 895 900,00
5	2009	3,5 %	kr 895 900,00	kr 31 356,50	kr 927 256,50
6	2010	2,3 %	kr 927 256,50	kr 21 326,90	kr 948 583,40
7	2011	2,4 %	kr 948 583,40	kr 22 766,00	kr 971 349,40
8	2012	2,2 %	kr 971 349,40	kr 21 369,69	kr 992 719,09
9	2013	2,2 %	kr 992 719,09	kr 21 839,82	kr 1 014 558,91
10	2014	2,1 %	kr 1 014 558,91	kr 21 305,74	kr 1 035 864,64
11	2015	1,6 %	kr 1 035 864,64	kr 16 573,83	kr 1 052 438,48
12	2016	1,2 %	kr 1 052 438,48	kr 12 629,26	kr 1 065 067,74
13	2017	1,1 %	kr 1 065 067,74	kr 11 715,75	kr 1 076 783,49
14					
15			Sum renter	kr 226 783,49	

Formler øverst neste side

	A	B	C	D	E
1	Sparebeløp	850000			
2					
3	År	Rentesats	På kontoen før renter er lagt til	Renter	På kontoen etter at renter er lagt til
4	2008	0,054	=B1	=C4*B4	=C4+D4
5	2009	0,035	=E4	=C5*B5	=C5+D5
6	2010	0,023	=E5	=C6*B6	=C6+D6
7	2011	0,024	=E6	=C7*B7	=C7+D7
8	2012	0,022	=E7	=C8*B8	=C8+D8
9	2013	0,022	=E8	=C9*B9	=C9+D9
10	2014	0,021	=E9	=C10*B10	=C10+D10
11	2015	0,016	=E10	=C11*B11	=C11+D11
12	2016	0,012	=E11	=C12*B12	=C12+D12
13	2017	0,011	=E12	=C13*B13	=C13+D13
14					
15			Sum renter	=SUMMER(D4:D13)	

c) Endrer verdiene i kolonne B, slik at rentesatsen er lik 4% for alle årene. Da endres automatisk resten av innholdet, slik at kolonne D viser oss hvor mye Petter får i rente hvert år om han velger tilbud 1.

	A	B	C	D	E
1	Sparebeløp	kr 850 000,00			
2					
3	År	Rentesats	På kontoen før renter er lagt til	Renter	På kontoen etter at renter er lagt til
4	2008	4,0 %	kr 850 000,00	kr 34 000,00	kr 884 000,00
5	2009	4,0 %	kr 884 000,00	kr 35 360,00	kr 919 360,00
6	2010	4,0 %	kr 919 360,00	kr 36 774,40	kr 956 134,40
7	2011	4,0 %	kr 956 134,40	kr 38 245,38	kr 994 379,78
8	2012	4,0 %	kr 994 379,78	kr 39 775,19	kr 1 034 154,97
9	2013	4,0 %	kr 1 034 154,97	kr 41 366,20	kr 1 075 521,17
10	2014	4,0 %	kr 1 075 521,17	kr 43 020,85	kr 1 118 542,01
11	2015	4,0 %	kr 1 118 542,01	kr 44 741,68	kr 1 163 283,69
12	2016	4,0 %	kr 1 163 283,69	kr 46 531,35	kr 1 209 815,04
13	2017	4,0 %	kr 1 209 815,04	kr 48 392,60	kr 1 258 207,64
14					
15			Sum renter	kr 408 207,64	

(Alle formler er like som i forrige deloppgave. Kun inndata i kolonne B som er endret)

d)

$$850000 \cdot x^{10} - 850000 = 226783{,}49$$

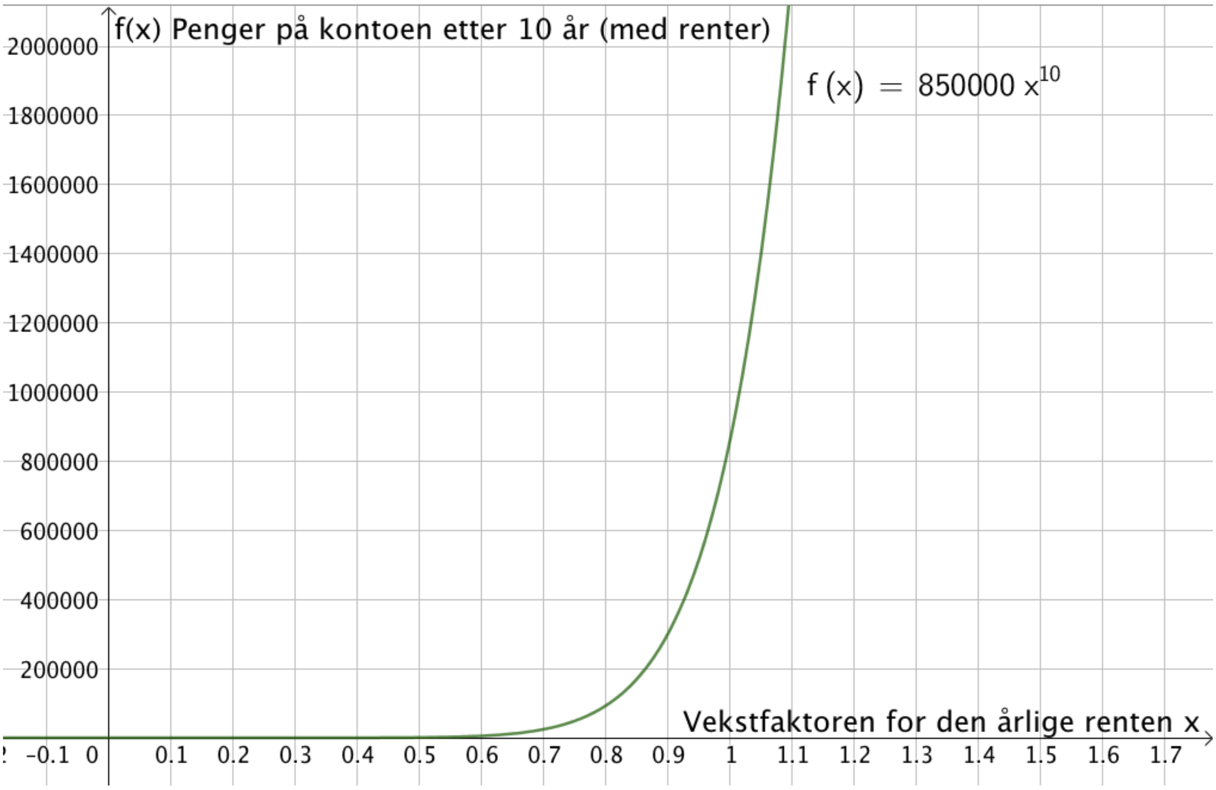
$$x^{10} = \frac{226783{,}49 + 850000}{850000}$$

$$x = \sqrt[10]{\frac{226783{,}49 + 850000}{850000}}$$

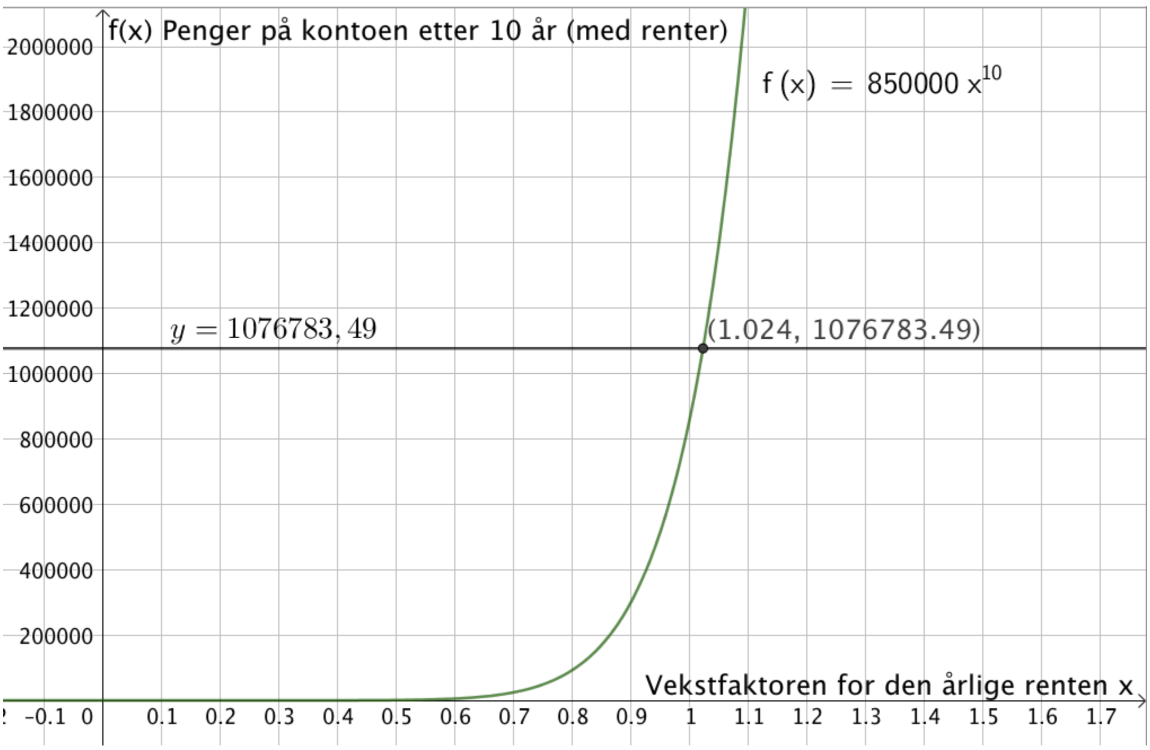
$$x \approx 1{,}024$$

<u>Den faste rentesatsen måtte ha vært 2,4 % i tilbud 1 om Peter skulle få like mye renter til sammen som han fikk ved å velge tilbud 2</u>

e)



Tegner linja $y = 1076783,49$, som markerer beløpet Peter har på konto etter 10 år med rentene fra tilbud 2. Finner skjæringspunktet mellom denne og grafen til f ved hjelp av skjæring mellom to objekt.



Vi ser at den årlige renten må være 2,4%, <u>som skulle vises</u>