Utdanningsdirektoratet

Eksamensveiledning

– om vurdering av eksamensbesvarelser

2019

Matematikk. Sentralt gitt skriftlig eksamen
Studieforberedende og yrkesfaglige utdanningsprogram
Kunnskapsløftet LK06

Bokmål

Innhold

1 Vurdering av sentralt gitt skriftlig eksamen i matematikk i videregående opplæring 2019

Denne eksamensveiledningen gjelder sentralt gitt skriftlig eksamen i matematikk for disse eksamenskodene i videregående opplæring 2019:

Studieforberedende utdanningsprogram

MAT1011 Matematikk 1P
MAT1013 Matematikk 1T

MAT1015 Matematikk 2P

REA3022 Matematikk R1
REA3026 Matematikk S1

REA3024 Matematikk R2
REA3028 Matematikk S2

Yrkesfaglige utdanningsprogram

MAT1005 Matematikk 2P-Y, påbygging til generell studiekompetanse, yrkesfag

1.1 Eksamensmodell og eksamensordning

1.1.1 Eksamensmodell

Eksamen varer i 5 timer og består av to deler.

1.1.2 Eksamensordning

- Eksamen har ingen forberedelsesdel.
- Del 1 og Del 2 av eksamen deles ut samtidig til kandidatene.
- Etter nøyaktig 2 timer eller 3 timer (avhengig av eksamenskode) skal besvarelsen av Del 1 leveres inn. Samtidig kan digitale verktøy og andre hjelpemidler til bruk i Del 2 tas fram. I enkelte oppgaver i Del 2 skal kandidaten bruke digitale verktøy.
- Besvarelsen av Del 2 skal leveres inn innen 5 timer etter eksamensstart.
- Kandidaten kan begynne på Del 2 når som helst, men uten hjelpemidler fram til det har gått 2 timer eller 3 timer (avhengig av eksamenskode).

Videregående opplæring (praktisk matematikk). Elever og privatister.

Eksamenskode	Krav til digitale verktøy på datamaskin i Del 2	Del 1 Uten hjelpemidler	Del 2 Alle hjelpemidler
MAT1011 Matematikk 1P MAT1015 Matematikk 2P MAT1005 Matematikk 2P-Y	1) Regneark 2) Graftegner	2 timer	3 timer

Videregående opplæring (teoretisk matematikk og matematikk programfag). Elever og privatister.

Eksamenskode	Krav til digitale verktøy på datamaskin i Del 2	Del 1 Uten hjelpemidler	Del 2 Alle hjelpemidler
MAT1013 Matematikk 1T REA3022 Matematikk R1 REA3024 Matematikk R2 REA3026 Matematikk S1 REA3028 Matematikk S2	1) CAS 2) Graftegner	3 timer	2 timer

1.1.3 Levering av eksamensbesvarelsen

1.1.3.1 Digital levering av eksamensbesvarelsen via PGS (anbefalt)

Besvarelsen av Del 1 og Del 2 av eksamen lastes opp i PGS.

Besvarelsen av Del 1 av eksamen i matematikk føres av eleven med penn. Besvarelsen av Del 1 må skannes og lastes opp i PGS av skolen.

Del 2 kan bestå av:

- en kombinasjon av håndskrift og utskrifter. Del 2 må da skannes til et PDF-dokument som lastes opp i PGS av skolen.

- digitale dokumenter som lastes opp i PGS.

Kandidatene kan ikke levere Del 2 delvis på papir og delvis digitalt.

NB! Dersom besvarelsen skannes og lastes opp i PGS, står skolen ansvarlig for at lesekvaliteten er tilstrekkelig god etter skanningen.

> **Anbefaling**
> Ved digital levering av eksamen anbefaler vi at hele besvarelsen av Del 2 samles i én fil.

1.1.3.2 Levering på papir

Del 1 og Del 2 sendes til sensor som «ekspress over natten», slik at besvarelsen kommer raskest mulig fram.

Del 1 av eksamen i matematikk skal besvares på papir.

Når Del 2 leveres på papir, anbefaler vi at kandidatene besvarer oppgaver som krever bruk av digitale verktøy, ved å ta skjermdumper fra de ulike verktøyene, lime disse skjermdumpene inn i et tekstdokument, kommentere og redegjøre for løsningene og så skrive ut tekstdokumentet.

Kandidatene må ha utskriftsmuligheter. Vi presiserer at en papirbasert eksamen inkluderer bruk av datamaskin med påkrevd programvare. Besvarelsen leveres da utelukkende på papir som utskrifter eller som en blanding av håndskrift og utskrifter.

1.2 Hjelpemidler, kommunikasjon og særskilt tilrettelegging

1.2.1 Hjelpemidler på Del 1

- På Del 1 er skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler eneste tillatte hjelpemidler.

- Del 1 av eksamen er papirbasert. Kandidatene skal skrive med blå eller svart penn. Konstruksjonsoppgaver skal løses med passer, blyant og linjal.
  Tegning av grafer og skisser kan gjøres enten med penn eller med blyant.

- På Del 1 er det ikke tillatt å bruke datamaskin.

- Merk at ved særskilt tilrettelegging av eksamen er det heller ikke tillatt å bruke andre hjelpemidler enn de som er spesifisert ovenfor, jf. kapittel 1.2.4.

1.2.2 Hjelpemidler på Del 2

- Alle hjelpemidler er i utgangspunktet tillatt, men det er ikke tillatt med programvare/verktøy som gir muligheter for å utveksle informasjon med andre under eksamen.

- Skoler og andre som arrangerer eksamen, kan velge å la kandidatene benytte nettbaserte hjelpemidler som digitale forberedelsesdeler og læringsressurser, oppslagsverk og ordbøker, men dette gjelder bare dersom aktuelle IP-adresser isoleres.

1.2.3 Kommunikasjon

Under eksamen har kandidatene ikke anledning til å kommunisere med hverandre eller utenforstående.

1.2.4 Særskilt tilrettelegging av eksamen

Når det gjelder særskilt tilrettelegging av eksamen, viser vi til rundskriv Udir-4-2010, som er publisert på Utdanningsdirektoratets nettsider, www.udir.no.

1.3 Innholdet i eksamensoppgavene

Ved utformingen av eksamensoppgaver tas det utgangspunkt i kompetansemålene i læreplanen for faget. Integrert i kompetansemålene finner vi de grunnleggende ferdighetene.

Oppgavesettene er bygd opp slik at besvarelsen skal gi grunnlag for å vurdere kandidatens kompetanse i matematikk. Kandidaten skal få mulighet til å vise i hvilken grad han eller hun kan ta i bruk sine faglige kunnskaper og ferdigheter i forbindelse med teoretiske problemstillinger og i virkelighetsnære situasjoner. Oppgavene i både Del 1 og Del 2 av eksamen inneholder derfor elementer av ulik vanskegrad.

Samlet sett prøver eksamen kandidatene i kompetansemål fra alle hovedområdene i læreplanen, men ikke nødvendigvis fra alle kompetansemålene i læreplanen.

1.3.1 Innhold i Del 1

I Del 1 vektlegges regneferdigheter, begreps- og tallforståelse, evne til resonnement og problemløsning. Del 1 inneholder oppgaver med ulik vanskegrad.

1.3.1.1 Formler i Del 1

Kapittel 2 i denne eksamensveiledningen lister opp formler som vi forutsetter er kjent til Del 1 av eksamen.

Lærebøker kan ha ulike måter å skrive formler og symboler på, og det er selvsagt opp til den enkelte kandidat og lærer å bruke den skrivemåten en er vant med. Hovedsaken er å kjenne innholdet i formlene og å kunne bruke dem. Dersom kandidatene er vant til å bruke andre formler i tillegg til dem som er nevnt i vedleggene, er det selvfølgelig tillatt å bruke disse.

Merk:

- Eksamensoppgavene er laget ut fra kompetansemålene i læreplanen, og utvalget av formler angir derfor ikke begrensninger av kompetansemål som kan prøves i Del 1.

- Dersom oppgavetemaet krever det, kan mer kompliserte formler bli oppgitt som en del av oppgaveteksten i Del 1.

- Det forutsettes at kandidatene behersker grunnleggende formler og framgangsmåter fra tidligere kurs og skolegang.

1.3.2 Innhold i Del 2

I Del 2 vektlegges begrepsforståelse, evne til resonnement, modellering, problemløsning og digital kompetanse. Del 2 inneholder oppgaver med ulik vanskegrad.

Noen oppgaver i Del 2 av oppgavesettet skal løses ved hjelp av bestemte typer digitale verktøy. I andre oppgaver i Del 2 står kandidaten fritt til å velge metode og hjelpemiddel selv.

Del 2 inneholder oppgaver som prøver kandidatenes matematiske kompetanse med ulik kompleksitet. I Del 2 kan det forekomme temaer som ikke alle kandidater har forhåndskunnskaper om. Problemstillingene og formuleringene i de enkelte oppgavene vil imidlertid enten være uavhengige av forhåndskunnskap om temaet, eller så vil de bli fulgt av en forklaring som kan knytte oppgaven til temaet.

Del 2 består av en del oppgaver som igjen er delt inn i flere delspørsmål. Oppgavene og de fleste delspørsmålene vil kunne løses uavhengig av hverandre. Likevel kan det forekomme oppgaver der svaret på ett delspørsmål skal brukes i det neste, og så videre. Formålet med sammenhengende delspørsmål i en oppgave er å hjelpe kandidatene på vei i problemløsningen. Del 2 kan også inneholde formler og liknende som kan framstå som nye utfordringer for kandidatene. Del 2 vil ofte inneholde mer tekst og illustrasjoner enn Del 1.

Oppgavene i både Del 1 og Del 2 skal formuleres slik at de framstår som klare problemstillinger i en så enkel språkdrakt som mulig. Det forventes at kandidatene kjenner vanlige ord, uttrykk og begreper fra det norske språket som inngår i forbindelse med matematiske begreper og problemstillinger og i kommunikasjonen av problemløsningen. I oppgaveformuleringene skal det helst brukes korte setninger. Faguttrykk skal bare brukes der det er nødvendig.

Illustrasjoner, i form av bilder og tegninger, skal understøtte lesingen og forståelsen av oppgavene.

1.4 Språket i eksamensoppgavene

Ved formuleringer som «**Finn** …», «**Løs** …» og «**Bestem** …» legges det ikke opp til bruk av bestemte framgangsmåter eller hjelpemidler. Kandidaten kan velge å løse oppgaven grafisk, ved regning (algebraisk) eller ved å benytte ulike kommandoer i digitale verktøy. Her har kandidaten *full* metodefrihet.

Del 2 vil ikke inneholde oppgaveformuleringer som **«Finn/Løs/Bestem … ved regning»** eller «**Regn ut …».**

I enkelte oppgaver i Del 2 vil kandidatene bli bedt om å bruke «regneark», «graftegner» eller «CAS» for å løse oppgaven. I andre oppgaver i Del 2 kan kandidatene bruke den metoden, det hjelpemiddelet eller det digitale verktøyet som de finner hensiktsmessig.

Dersom det oppstår tvil og ulike oppfatninger av oppgaveteksten, vil sensorene være åpne for rimelige tolkninger.

1.5 Framgangsmåte og forklaring

Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan kandidaten selv velge framgangsmåte og hjelpemidler.

Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.

I noen oppgaver vil en «prøve-og-feile»-metode være naturlig. For å få full uttelling ved bruk av en slik metode må kandidaten argumentere for strategien og vise en systematisk tilnærming.

Framgangsmåte, utregning og forklaring skal belønnes – også om resultatet ikke er riktig. Ved følgefeil skal sensor likevel gi uttelling dersom den videre framgangsmåten er riktig og oppgaven ikke blir urimelig forenklet.

Hvis kandidaten bruker grafiske løsningsmetoder, må kandidaten argumentere for løsningen og forklare figuren.

Nødvendig mellomregning og forklaring er påkrevd for å vise hva som er gjort, både i Del 1 og i Del 2 av eksamen. Evnen til å kommunisere matematikk er viktig her. Kandidaten skal presentere løsningene på en ryddig, oversiktlig og tydelig måte. Mangel på konklusjon, benevning, bruk av nødvendig notasjon og liknende kan føre til lavere uttelling ved sensuren.

Dersom kandidaten ikke har med framgangsmåten, men bare et korrekt svar, kan det gis noe uttelling for dette selv om kandidaten har vist manglende kommunikasjons-kompetanse. Ved mer åpne oppgaveformuleringer er det spesielt viktig at kandidaten begrunner sin tolkning av oppgaven og sitt valg av løsningsstrategi.

Mellomregning og mellomresultater må tas med i rimelig omfang – også når kandidaten bruker digitale verktøy.

Når kandidatene bruker digitale verktøy, kan de for eksempel ta skjermdump av det som er gjort i det digitale verktøyet, lime det inn i et tekstdokument og så knytte nødvendige kommentarer til løsningen.

For eksempler på framgangsmåte og begrunnelse ved bruk av CAS og andre digitale verktøy, se for eksempel disse dokumentene som er publisert på Utdanningsdirektoratets hjemmesider:

- «Eksempeloppgave MAT1011 Matematikk 1P Ny eksamensordning våren 2015»
- «Eksempeloppgave REA3024 Matematikk R2 Ny eksamensordning våren 2015»

Dersom en oppgave krever bruk av et digitalt verktøy og kandidaten ikke bruker det digitale verktøyet, oppnås lav/noe uttelling ved sensuren dersom oppgaven ellers er korrekt besvart.

1.6 Andre kommentarer

1.6.1 Konstruksjon i Del 1 – for REA3022 Matematikk R1

- Konstruksjonsoppgaver skal løses med passer, blyant og linjal. Det er generelt ikke noe krav om hjelpefigur, men kandidaten skal alltid gi en konstruksjonsforklaring.

- Besvarelse av konstruksjonsoppgaver bør skje på *blankt papir,* slik at konstruksjonen kommer fram så klart som mulig.

1.6.2 Graftegning og skisser i Del 1

- Tegning av grafer og skisser kan gjøres enten med penn eller med blyant.
- Det skal gå klart fram av den grafiske framstillingen hvilken skala som er brukt, og hvilken størrelse som kan leses av, på hver av aksene.
- Det er generelt ikke noe krav om verditabell over utregnede funksjonsverdier, med mindre det er spurt spesielt om det i oppgaven.
- Dersom kandidatene blir bedt om å skissere en graf, er det tilstrekkelig at de skisserer kurvens form i besvarelsen. Her stilles det ikke så høye krav til nøyaktighet som ved tegning av grafer. Det er imidlertid viktig at sentrale punkter som for eksempel null-, bunn-, topp- og vendepunkt, kommer klart fram. På skissen/tegningen av grafen skal avlesninger markeres tydelig.
- Dersom det i oppgaveteksten vises til en *skisse*, er det ikke snakk om en nøyaktig tegning i riktig målestokk. Kandidatene kan da ikke uten videre måle på selve skissen for å besvare oppgaven.
- Når kandidatene blir bedt om å bestemme eventuelle topp-, bunn- eller vendepunkter på grafen til en funksjon, kan de enten bruke fortegnslinjer og drøfte den deriverte og/eller den dobbeltderiverte, eller på annen måte redegjøre for grafens form.

1.6.3 Digitale verktøy på Del 2 av eksamen

Det forutsettes at kandidatene er kjent med ulike digitale verktøy, og at de kan bruke disse på en hensiktsmessig måte under Del 2 av eksamen. Datamaskin med digitale verktøy er obligatorisk å bruke i alle eksamenskodene:

Eksamenskode	Datamaskin med digitalt verktøy
MAT1011 Matematikk 1P MAT1015 Matematikk 2P MAT1005 Matematikk 2P-Y	• Regneark • Graftegner
MAT1013 Matematikk 1T REA3022 Matematikk R1 REA3024 Matematikk R2 REA3026 Matematikk S1 REA3028 Matematikk S2	• CAS • Graftegner

1.6.3.1 Dynamisk geometriprogram (ikke obligatorisk)

- Dynamisk geometriprogram kan brukes til å tegne geometriske figurer. Denne typen programvare er ikke obligatorisk å bruke.

- Ved *tegning* av geometriske figurer med dynamisk geometriprogram («Tegn …») under Del 2 av eksamen tillates alle funksjonstaster/kommandoer direkte brukt i programvaren. Eksempler på slike er funksjonstaster/kommandoer som tegner normaler, halverer vinkler, lager midtnormal, tegner parallelle linjer, og så videre.

- Kandidatene må legge ved en oversikt over hva som er gjort i programvaren, i besvarelsen sin.

- Kandidatene vil bli prøvd i klassisk konstruksjon med passer og linjal under Del 1, jf. kapittel 1.6.1.

- I Del 2 kan det for eksempel stå «tegn eller konstruer». Kandidatene kan da velge om de vil bruke dynamisk geometriprogram eller konstruere med passer og linjal. Vi bruker *ikke* ordet «konstruer» når vi åpner opp for dynamisk geometriprogram. Da foretrekker vi «tegn» i stedet.

1.6.3.2 Graftegner (obligatorisk)

- En digital graftegner finnes i mange varianter og skal brukes i alle skriftlige eksamenskoder i matematikk.

- Det skal gå klart fram av den grafiske framstillingen hvilken skala som er brukt, og hvilken størrelse som kan leses av, på hver av aksene.

- Det er en fordel at funksjonsuttrykket som er tastet inn i graftegneren, kommer fram, slik at sensor enklere kan vurdere graftegningen.

- Hvis kandidatene bruker en slik graftegner, trenger de ikke å oppgi verken verditabell eller framgangsmåte (hvordan de har gått fram for å tegne grafen).

- Kandidatene må oppgi *hvilke kommandoer som er brukt* for å bestemme skjæringspunkter, ekstremalpunkter, stigningstall og andre verdier som oppgaven etterspør.

Fra Eksamen MAT1015 Matematikk 2P Våren 2017, Oppgave 1 i Del 2:

Funksjonen V gitt ved

$$V(x) = 0,064x^4 - 2,41x^3 + 28,4x^2 - 105x + 39 \qquad , \qquad 0 \le x \le 18$$

viser vannstanden $V(x)$ centimeter over eller under middelvann x timer etter midnatt i Tromsø en dag.

a) Bruk graftegner til å tegne grafen til V.

b) Vis at vannstanden er ca. 40 cm under middelvann én time etter midnatt og ca. 31 cm over middelvann 12 timer etter midnatt.

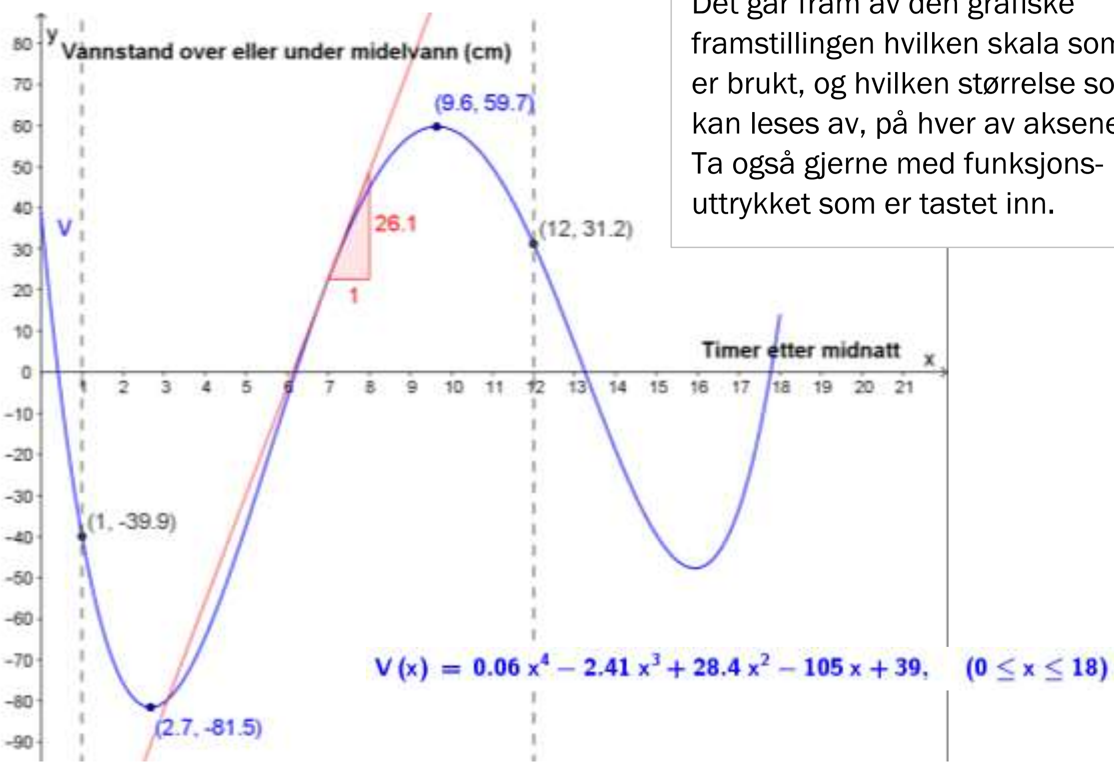
c) Bestem forskjellen mellom høyeste og laveste vannstand i perioden fra midnatt og fram til klokka 18.00.

d) Bestem den momentane vekstfarten til funksjonen V klokka 07.00.
Gi en praktisk tolkning av dette svaret.

Eksempel på besvarelse med graftegner:

Et tydelig, klart bilde av grafen til V innenfor definisjonsområdet. Det går fram av den grafiske framstillingen hvilken skala som er brukt, og hvilken størrelse som kan leses av, på hver av aksene. Ta også gjerne med funksjons-uttrykket som er tastet inn.

a)



b) Jeg la inn linjene $x = 1$ og $x = 12$ og fant skjæringspunktene mellom linjene og grafen ved å bruke kommandoen «Skjæring mellom to objekt».

Skjæringspunktene $(1, -39{,}9)$ og $(12,\ 31{,}2)$ viser at vannstanden er ca. 40 cm under middelvann én time etter midnatt og ca. 31 cm over middelvann 12 timer etter midnatt. Se koordinatsystemet ovenfor.

c) Jeg brukte kommandoen «Ekstremalpunkt» og fant bunnpunket $(2{,}7,\ -81{,}5)$ og toppunktet $(9{,}6,\ 59{,}7)$. Se koordinatsystemet ovenfor.

Forskjellen mellom høyeste og laveste vannstand er
$59{,}7\,\text{cm} - (-81{,}5\,\text{cm}) = 141{,}2\,\text{cm}$

d) Jeg fant tangenten i punktet $(7,\ V(7))$ og stigningstallet til denne tangenten ved å bruke kommandoene «Tangent(7,V)» og «Stigning». Se koordinatsystemet ovenfor. Den momentane vekstfarten i punktet er stigningstallet til denne tangenten. Den momentane vekstfarten er 26,1 cm/h.

Det betyr at vannstanden klokka 07.00 er i ferd med å stige med 26,1 cm per time.

Kandidatene kan besvare spørsmålene kortfattet ved å henvise til graftegningen. Det er ikke nødvendig å ta med framgangsmåte for hvordan grafen er kommet fram. Verditabell er ikke et krav. Det er en fordel at kandidatene får fram hvilket funksjonsuttrykk de har tastet inn i programmet. De etterspurte punktene bør komme fram med koordinater.

1.6.3.3 CAS – Computer Algebra System (obligatorisk)

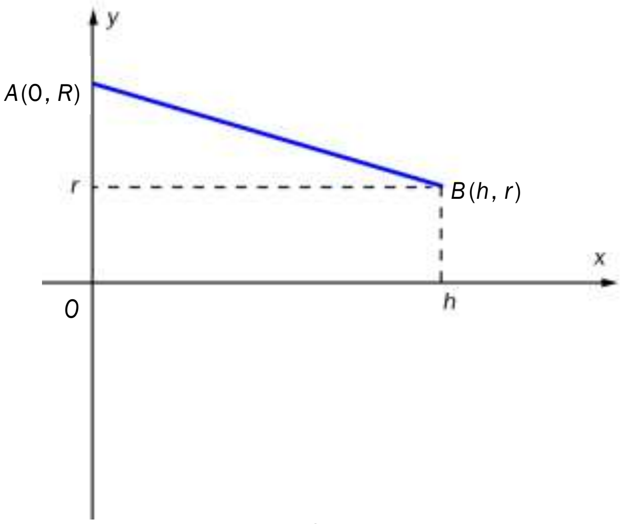
- CAS forstås som en symbolbehandlende og numerisk kalkulator. CAS skal brukes i eksamenskodene for 1T, R1, R2, S1 og S2.

- Eksamenskandidatene skal dokumentere bruken av CAS. Vi anbefaler at det tas en skjermdump som limes inn i et tekstdokument. Kandidatene må så knytte nødvendige kommentarer til utregningene i CAS-verktøyet og konkludere i forhold til problemstillingen.

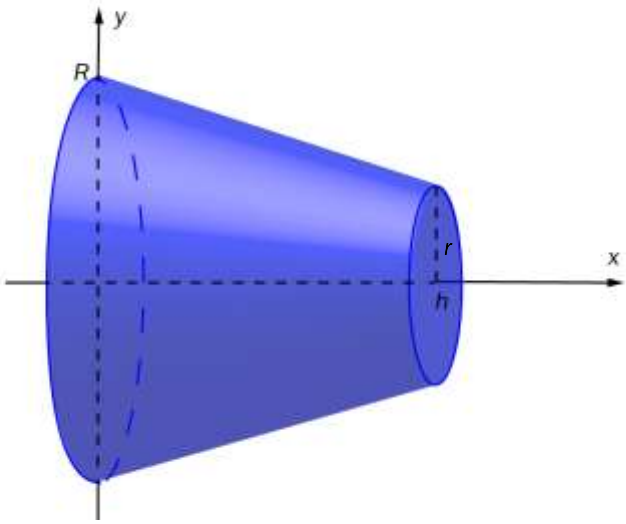
- Eksamenskandidatene må selv finne riktig setning, kommando eller stille opp en riktig likning. Deretter kan CAS brukes direkte.

Fra «Eksempeloppgave REA3024 Matematikk R2 Ny eksamensordning våren 2015», oppgave 2 i Del 2:

En rett linje går gjennom punktene $A(0, R)$ og $B(h, r)$. Se figur 1. En rett avkortet kjegle framkommer ved å rotere linjestykket AB $360°$ om x-aksen. Se figur 2.



Figur 1



Figur 2

a) Vis at linjen gjennom A og B har likningen $y = \dfrac{r-R}{h} \cdot x + R$

b) Bruk CAS til å vise at volumet V av den rett avkortede kjeglen er

$$V = \frac{\pi h}{3}(R^2 + Rr + r^2)$$

Eksempel på besvarelse med krav til CAS i oppgave 2 b):

a) Den rette linjen går gjennom punktene $A(0, R)$ og $B(h, r)$.

1	l(x):=Linje((0,R), (h,r)) → $\mathbf{l(x) := x\,\dfrac{-R+r}{h} + R}$

Jeg ser at dette er det samme uttrykket som er gitt i oppgaven.

b)

2	V:= π *Integral(l^2, 0, h) → $\mathbf{V := \dfrac{1}{3}\,\pi\,\left(h\,r^2 + R^2\,h + R\,h\,r\right)}$
3	Faktoriser(V) → $\mathbf{\left(r^2 + r\,R + R^2\right)\,h\,\dfrac{\pi}{3}}$

I linje 3 ser jeg at uttrykket er det samme som er gitt i oppgaven.

I oppgave b) **skal** kandidatene bruke CAS. Hvis ikke vil kandidaten bare få noe uttelling ved sensuren. I denne oppgaven kreves det ikke forklarende tekst utover å dokumentere det som er gjort i CAS. I andre oppgaver og besvarelser kan det være nødvendig å knytte noen korte kommentarer til enkelte utregninger i CAS.

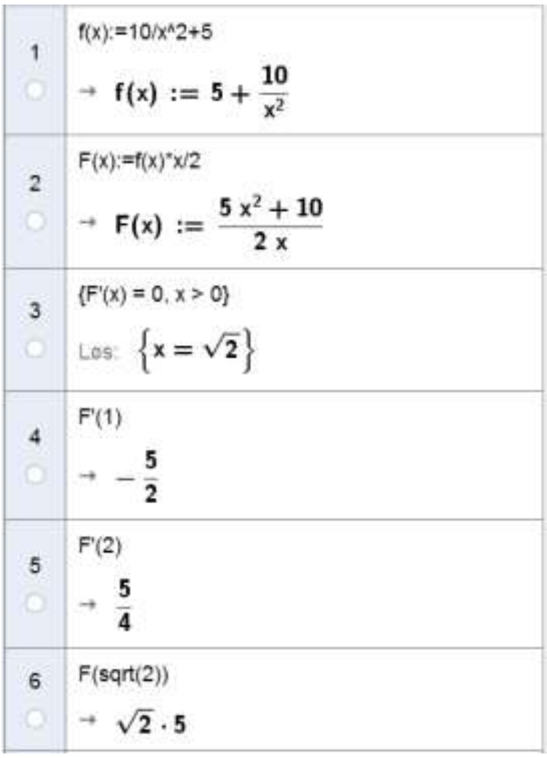
Fra «Eksempeloppgave MAT1013 Matematikk 1T Ny eksamensordning våren 2015», oppgave 5 i Del 2:

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x)=\frac{10}{x^2}+5 \quad , \quad x>0$$

Punktet A har koordinatene $(0,0)$, punktet B ligger på x - aksen, punktet C ligger på grafen til f, og $\angle B = 90°$.

Bruk CAS til å bestemme den eksakte verdien av x slik at arealet av ΔABC blir minst mulig. Hvor stort blir arealet da?



Funksjonen F gir arealet av trekanten.

Jeg finner eventuelle stasjonære punkter ved å løse likningen $F'(x)=0$.

Jeg tar stikkprøver og ser at den deriverte går fra å være negativ til å være positiv. Funksjonen har da et bunnpunkt for $x=\sqrt{2}$.

Arealet er minst mulig når $x=\sqrt{2}$.

Arealet er da $5\sqrt{2}$.

Vi viser ellers til publiserte eksempeloppgaver i eksamenskodene for 1T, R1, S1, R2 og S2 for flere eksempler på oppgaver som krever bruk av CAS.

1.6.3.4 Regneark (obligatorisk)

- Det skal brukes regneark i eksamenskodene for 1P, 2P og 2P-Y.

- Ved bruk av regneark bør kandidaten i størst mulig grad benytte formler, slik at løsningen blir dynamisk, det vil si at løsningen endres dersom tallene i en oppgave endres.

- En løsning der formlene som er brukt, ikke kommer klart fram, vil få lav uttelling ved sensuren.

- Eksamenskandidatene skal dokumentere bruken av regneark. Vi anbefaler at det først tas en skjermdump av selve regnearket og at denne limes inn i et tekstdokument. Etterpå må det tas en skjermdump også av formlene som er brukt. Husk å få med rad- og kolonneoverskrifter. Eventuelt kan formlene som er brukt, skrives inn i besvarelsen.

- Om kandidater som leverer besvarelsen av Del 2 på papir, ønsker å skrive ut regnearket direkte, skal utskriften ha med rad- og kolonneoverskrifter. Kandidatene må da også ta en formelutskrift. Husk at utskriftene *må* være identifiserbare, det vil si at de inneholder oppgavenummer, skolens navn og kandidatnummer.

- Selv om det er det faglige innholdet som primært skal vurderes, vil også presentasjonen av løsningen bli vurdert (kommunikasjonskompetanse).

Vi viser til «Eksempeloppgave MAT1011 Matematikk 1P Ny eksamensordning våren 2015» for eksempler på bruk av regneark.

Kandidatene bør lage regnearkmodellene selv, og kandidatenes bruk av formler blir vurdert i forhold til om regnearket er «dynamisk», dvs. at dersom vi endrer inndata, endres også utdata automatisk, slik at det blir enkelt å bruke samme regneark om igjen til liknende oppgaver. Det er derfor ikke alltid hensiktsmessig eller en fordel å bruke ferdigmodeller.

1.6.4 Digitale verktøy og matematisk symbolbruk

I digitale verktøy kan matematisk symbolbruk avvike noe fra den klassiske symbolnotasjonen. Eksempler på dette er /, *, ^ , 4.5E06 og så videre. Dette er godkjent notasjon, og kandidatene må ikke trekkes for dette under sensuren. Mer klassisk (og korrekt) notasjon, og symbol- og formalismekompetanse prøves i Del 1 av eksamen.

1.7 Kommentarer til kjennetegn på måloppnåelse

Bakgrunnen for kjennetegn på måloppnåelse er St.meld. nr. 30 (2003–2004), som slår fast at når det innføres nye læreplaner med mål for elevenes kompetanse (Kunnskapsløftet), vil en standardbasert (kriteriebasert) vurdering legges til grunn for eksamenskarakterene.

Kjennetegnene på måloppnåelse uttrykker i hvilken grad eleven har nådd kompetansemålene i læreplanen. Matematikkompetansen som kjennetegnene beskriver, er delt inn i tre kategorier:

- begreper, forståelse og ferdigheter
- problemløsning
- kommunikasjon

Innholdet i disse kategoriene beskriver matematikkompetanse på tvers av læreplanens kompetansemål og er ment å være til hjelp for sensors faglige skjønn når elevens prestasjon vurderes. De tre kategoriene kan ikke forstås atskilt, men er angitt slik for oversiktens skyld, slik at sensor lettere skal få et helhetsinntrykk av besvarelsen. Kjennetegnene for alle tre kategoriene gjelder for både Del 1 og Del 2 av eksamen.

Begreper, forståelse og ferdigheter

Denne kategorien er en viktig og grunnleggende del av matematikkompetansen. God kunnskap her er avgjørende for å kunne takle større og mer sammensatte utfordringer. Kjennetegnene i denne kategorien beskriver i hvilken grad eleven kjenner, forstår og håndterer matematiske begreper. Videre forventes det at eleven kan avkode, oversette og behandle blant annet symboler og formler. Det er ikke bare snakk om bokstavregning og likningsløsning, men også om tallsymboler, matematiske tegn og formelle sider ved elementær regning. I dette inngår også det å forstå og håndtere ulike representasjoner av begreper. For eksempel kan π (pi) representeres ved hjelp av symbolet π eller som en uendelig desimalbrøk 3,141592265... eller som en rasjonal tilnærming (for eksempel brøkene $\frac{22}{7}$ eller $\frac{223}{71}$) eller geometrisk som omkretsen av en sirkel med diameter 1, osv. Et annet eksempel er begrepet lineær funksjon, som kan representeres som et funksjonsuttrykk $f(x)=2x \quad 1$, som en tegnet graf i et koordinatsystem, som en verditabell med verdier for x og y, som et geometrisk objekt, for eksempel den rette linjen som går gjennom punktene $(0,-1)$ og $(2,3)$, eller algebraisk som løsningsmengden til en likning, for eksempel $3y-6x+3=0$.

Problemløsning

Denne kategorien sier noe om elevens evne til å løse ulike problemstillinger. Det handler om hvordan eleven bruker kunnskaper og ferdigheter på ulike matematiske problemstillinger og ser sammenhenger i faget og mellom læreplanens hovedområder. Det som er et problem for én elev, kan oppleves som en rutineoppgave for andre elever. Denne kategorien vil også beskrive elevens kompetanse når det gjelder modellering – i hvilken grad eleven kan lage, ta i bruk og vurdere modeller. Det kan for eksempel dreie seg om å betrakte en vekstfunksjon eller undersøke kostnadene ved å bruke mobiltelefon. I denne kategorien er det også naturlig å vurdere i hvilken grad eleven er kjent med ulike hjelpemidler og kan bruke disse på en hensiktsmessig måte. Videre er det naturlig å vurdere i hvilken grad eleven viser matematisk tankegang, og om eleven har evne til å vurdere svar i forbindelse med ulike matematiske problemstillinger.

Kommunikasjon

Denne kategorien beskriver blant annet i hvilken grad eleven klarer å sette seg inn i en matematisk tekst, og i hvilken grad eleven kan uttrykke seg i matematikk ved hjelp av det matematiske symbolspråket. Det er viktig at eleven viser framgangsmåter, argumenterer og forklarer den matematiske løsningen. Dette er spesielt viktig i forbindelse med bruk av digitale verktøy.

*** *** ***

Kategorien «Problemløsning» er den mest sentrale kategorien for sensors vurderingsgrunnlag, men det er også viktig at kjennetegnene på måloppnåelse i alle tre kategorier ses i sammenheng og ikke atskilt fra hverandre. Det er ikke «vanntette skott» mellom kategoriene, heller flytende overganger.

Kjennetegnene på måloppnåelse skal gi informasjon om hva som vektlegges i vurderingen av elevprestasjonen. De skal videre beskrive kvaliteten på den kompetansen elevene viser (hva de mestrer), ikke mangel på kompetanse.

Kjennetegnene beskriver kvaliteten på elevenes matematiske kompetanse på tvers av læreplanens hovedområder og kompetansemål.

Ved å benytte kjennetegn på måloppnåelse og eventuelt poeng kan sensor danne seg et bilde av eller lage en profil over den matematiske kompetansen eleven har vist. Kategoriene av matematikkompetanse inneholder kjennetegn knyttet til tre ulike karakternivåer:

- «låg» kompetanse (karakteren 2)
- «nokså god» / «god» kompetanse (karakterene 3 og 4)
- «mykje god» / «framifrå» kompetanse (karakterene 5 og 6)

Målet med kjennetegnene er å gi en pekepinn, en retning for hvordan sensor skal bedømme prestasjonen, og er ikke nødvendigvis en «millimeterpresis» beskrivelse av ulike kompetansenivåer.

Kjennetegn på måloppnåelse

Matematikk fellesfag og programfag i videregående opplæring

Kompetanse	Karakteren 2	Karakterene 3 og 4	Karakterene 5 og 6
Begreper, forståelse og ferdigheter	*Eleven* – forstår en del grunnleggende begreper – behersker en del enkle, standardiserte framgangsmåter	*Eleven* – forstår de fleste grunnleggende begreper og viser eksempler på forståelse av sammenhenger i faget – behersker de fleste enkle, standardiserte framgangsmåter, har middels god regneteknikk og bruk av matematisk formspråk, viser eksempler på logiske resonnementer og bruk av ulike matematiske representasjoner	*Eleven* – forstår alle grunnleggende begreper, kombinerer begreper fra ulike områder med sikkerhet og har god forståelse av dypere sammenhenger i faget – viser sikkerhet i regneteknikk, logiske resonnementer, bruk av matematisk formspråk og bruk av ulike matematiske representasjoner
Problemløsning	*Eleven* – viser eksempler på å kunne løse enkle problemstillinger med utgangspunkt i tekster, figurer og praktiske og enkle situasjoner – klarer iblant å planlegge enkle løsningsmetoder eller utsnitt av mer kompliserte metoder – kan avgjøre om svar er rimelige, i en del enkle situasjoner – viser eksempler på bruk av hjelpemidler knyttet til enkle problemstillinger – kan bruke hjelpemidler til å se en del enkle mønstre	*Eleven* – løser de fleste enkle og en del middels kompliserte problemstillinger med utgangspunkt i tekster, figurer og praktiske situasjoner, og viser eksempler på bruk av fagkunnskap i nye situasjoner – klarer delvis å planlegge løsningsmetoder i flere steg og å gjøre fornuftige antakelser – kan ofte vurdere om svar er rimelige – bruker hjelpemidler på en hensiktsmessig måte i en del sammenhenger – klarer delvis å bruke digitale verktøy til å finne matematiske sammenhenger	*Eleven* – utforsker problemstillinger, stiller opp matematiske modeller og løser oppgaver med utgangspunkt i tekster, figurer og nye og komplekse situasjoner – viser sikkerhet i planlegging av løsningsmetoder i flere steg og formulering av antakelser knyttet til løsningen, viser kreativitet og originalitet – viser sikkerhet i vurdering av svar, kan reflektere over om metoder er hensiktsmessige – viser sikkerhet i vurdering av hjelpemidlenes muligheter og begrensninger, og i valg mellom hjelpemidler – kan bruke digitale verktøy til å finne matematiske sammenhenger, og kan sette opp hypoteser ut fra dette
Kommunikasjon	*Eleven* – presenterer løsninger på en enkel måte, for det meste med uformelle uttrykksformer	*Eleven* – presenterer løsninger på en forholdsvis sammenhengende måte med forklarende tekst i et delvis matematisk formspråk	*Eleven* – presenterer løsninger på en oversiktlig, systematisk og overbevisende måte med forklarende tekst i et matematisk formspråk

Karakteren 1 uttrykker at eleven har svært lav kompetanse i faget.

1.8 Vurdering av oppnådd kompetanse

1.8.1 Vurdering i matematikk

Læreplanene og *forskrift til opplæringslova* er grunndokumenter for vurderingsarbeidet. *Forskrift til opplæringslova* §§ 3-25 og 4-18 slår fast:

> *Eksamen skal organiserast slik at eleven/deltakaren eller privatisten kan få vist kompetansen sin i faget. Eksamenskarakteren skal fastsetjast på individuelt grunnlag og gi uttrykk for kompetansen til eleven/deltakaren eller privatisten slik den kjem fram på eksamen.*

Kompetanse er i denne sammenhengen definert som evnen til å møte en kompleks utfordring eller utføre en kompleks aktivitet eller oppgave.[1] Eksamensoppgavene blir utformet slik at de prøver denne kompetansen. Grunnlaget for å vurdere kompetansen elevene viser i eksamensbesvarelsen, er kompetansemålene i læreplanen for fag.[2]

De grunnleggende ferdighetene er integrert i kompetansemålene i alle læreplanene for fag. Grunnleggende ferdigheter vil derfor kunne prøves indirekte til sentralt gitt eksamen. Grunnleggende ferdigheter utgjør ikke et selvstendig vurderingsgrunnlag.

Forskrift til opplæringslova §§ 3-4 og 4-4 har generelle karakterbeskrivelser for grunnopplæringen:

- *a) Karakteren 6 uttrykkjer at eleven har framifrå kompetanse i faget.*
- *b) Karakteren 5 uttrykkjer at eleven har mykje god kompetanse i faget.*
- *c) Karakteren 4 uttrykkjer at eleven har god kompetanse i faget.*
- *d) Karakteren 3 uttrykkjer at eleven har nokså god kompetanse i faget.*
- *e) Karakteren 2 uttrykkjer at eleven har låg kompetanse i faget.*
- *f) Karakteren 1 uttrykkjer at eleven har svært låg kompetanse i faget.*

Sensuren av eksamensoppgavene er kriteriebasert. Sensorene skal vurdere hva eleven *kan*, framfor å finne ut hva eleven *ikke kan*. Når sensor bruker poeng, skal det gis uttelling for det eleven har prestert, *ikke* poengtrekk for det eleven ikke har fått til.

Det er sjelden uten verdi at eleven løser oppgaven på en annen måte enn den det i utgangspunktet bes om i oppgaveteksten, selv om svaret da ikke kan betraktes som fullgodt.

Dersom det oppstår tvil om ulike oppfatninger av oppgaveteksten, vil sensorene være åpne for rimelige tolkninger.

---

[1] St.meld. nr. 30 (2003–2004) *Kultur for læring*.

[2] *Forskrift til opplæringslova* §§ 3-3 og 4-3.

Den endelige karakteren skal bygge på sensors faglige skjønn og på en samlet vurdering av kandidatens prestasjon basert på kjennetegn på måloppnåelse. Karakterfastsettelsen kan derfor ikke utelukkende være basert på en poengsum eller på antall feil og mangler ved prestasjonen. Poenggrenser ved sensuren er veiledende og må stå i et rimelig forhold til kjennetegnene på måloppnåelse.

Bruk av poeng og poenggrenser er, som tidligere nevnt, bare veiledende i vurderingen. Sensor må se nærmere på hvilke oppgaver kandidaten oppnår poeng på, ikke bare på en poengsum. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering av Del 1 og Del 2.

Sensor vurderer derfor, med utgangspunkt i kjennetegnene på måloppnåelse, i hvilken grad kandidaten

- viser regneferdigheter og matematisk forståelse
- gjennomfører logiske resonnementer
- ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner
- kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler
- vurderer om svar er rimelige
- forklarer framgangsmåter og begrunner svar
- skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

1.8.2 Sensorveiledning og vurderingsskjema

Utdanningsdirektoratet publiserer sensorveiledninger på eksamensdagen i alle eksamenskoder i matematikk. Sammen med sensorveiledningene blir det også publisert vurderingsskjemaer som sensorene skal bruke. Hensikten med disse publikasjonene er å støtte opp om den sentrale sensuren og sikre en rettferdig sensur.

Sensorveiledning og vurderingsskjema publiseres på eksamensdagen, etter at eksamen i den aktuelle fagkoden er avholdt. Disse dokumentene blir lagt ut på Utdanningsdirektoratets nettsider.

Sensorveiledningen inneholder kommentarer til oppgavene og retningslinjer til sensor om vurderingen. Vi forutsetter at alle sensorer følger veiledningen. Sensorveiledningen og vurderingsskjemaet inneholder poengfordeling for hver fagkode. Alle sensorene må følge denne poengfordelingen i sin sensur. *NB! Bruk av poeng er bare veiledende i vurderingen. Karakteren fastsettes ut fra en helhetsvurdering av besvarelsen, bruk av kjennetegn på måloppnåelse og sensors faglige skjønn i henhold til forhåndssensurrapporten.*

1.8.3 Forhåndssensur og forhåndssensurrapport

Som tidligere avholdes det ved våreksamen forhåndssensur på bakgrunn av førsteinntrykkene fra sensorene noen få dager etter eksamen i faget. På bakgrunn av dette utarbeides det en forhåndssensurrapport som publiseres på Utdanningsdirektoratets nettsider på samme sted som sensorveiledningen. Forhåndssensurrapportene er til sensorene og er ikke et endelig resultat av sensuren.

Forhåndssensurrapporten kan inneholde justeringer av sensorveiledningene som blir publisert på eksamensdagen. Vi forutsetter at alle sensorer følger veiledningen i forhåndssensurrapporten. Forhåndssensurrapporten vil vanligvis inneholde poengfordeling og poenggrenser. Alle sensorene må følge denne poengfordelingen i sin sensur. *NB! Bruk av poeng er bare veiledende i vurderingen. Karakteren fastsettes på bakgrunn av en samlet vurdering av besvarelsen, bruk av kjennetegn på måloppnåelse og sensors faglige skjønn i henhold til forhåndssensurrapporten.*

Alle sensorer er forpliktet til å følge all veiledning fra Utdanningsdirektoratet, det vil si

- eksamensveiledningen inkludert kjennetegn på måloppnåelse
- sensorveiledningen og vurderingsskjema
- forhåndssensurrapporten

2 Formelark. Formler som skal være kjent ved Del 1 av eksamen.

Formler som skal være kjent ved Del 1 av eksamen i MAT1011 Matematikk 1P **(Formelarket kan *ikke* brukes på Del 1 av eksamen.)**	
Rektangel	$A = g \cdot h$
Trekant	$A = \dfrac{g \cdot h}{2}$
Parallellogram	$A = g \cdot h$
Trapes	$A = \dfrac{(a+b) \cdot h}{2}$
Sirkel	$A = \pi \cdot r^2$ $O = 2\pi r$
Prisme	$V = G \cdot h$
Sylinder	$V = \pi r^2 h$
Geometri	Formlikhet Målestokk Pytagoras' setning
Proporsjonalitet	Proporsjonale størrelser Omvendt proporsjonale størrelser
Rette linjer	$y = ax + b$
Vekstfaktor	$1 + \dfrac{p}{100}$ $1 - \dfrac{p}{100}$
Økonomi	Prisindeks Kroneverdi Reallønn
Sannsynlighet	Sannsynlighet ved systematiske opptellinger $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ når A og B er uavhengige

Eksamensoppgavene lages ut fra kompetansemålene i læreplanen, og utvalget av formler ovenfor angir derfor ikke begrensninger av kompetansemål som kan prøves i Del 1.

Dersom oppgavetemaet krever det, kan mer kompliserte formler bli oppgitt som en del av oppgaveteksten i Del 1.

Det forutsettes at kandidaten behersker grunnleggende formler og framgangsmåter fra tidligere kurs og skolegang.

Formler som skal være kjent ved Del 1 av eksamen i MAT1015 Matematikk 2P (Formelarket kan *ikke* brukes på Del 1 av eksamen.)	
Potenser	$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ $\dfrac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^p = \dfrac{a^p}{b^p}$ $(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$ $a^0 = 1$ $a^{-p} = \dfrac{1}{a^p}$
Standardform	$a = \pm k \cdot 10^n \qquad 1 \leq k < 10$ og n er et helt tall
Vekstfaktor	$1 + \dfrac{p}{100}$ $1 - \dfrac{p}{100}$
Statistikk	Gjennomsnitt Median

Eksamensoppgavene lages ut fra kompetansemålene i læreplanen, og utvalget av formler ovenfor angir derfor ikke begrensninger av kompetansemål som kan prøves i Del 1.

Dersom oppgavetemaet krever det, kan mer kompliserte formler bli oppgitt som en del av oppgaveteksten i Del 1.

Det forutsettes at kandidaten behersker grunnleggende formler og framgangsmåter fra tidligere kurs og skolegang.

Formler som skal være kjent ved Del 1 av eksamen i MAT1005 Matematikk 2P-Y Påbygging til generell studiekompetanse **(Formelarket kan *ikke* brukes på Del 1 av eksamen.)**	
Standardform	$a = \pm k \cdot 10^n \qquad 1 \le k < 10$ og n er et helt tall
Potenser	$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ $\dfrac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^p = \dfrac{a^p}{b^p}$ $(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$ $a^0 = 1$ $a^{-p} = \dfrac{1}{a^p}$
Vekstfaktor	$1 + \dfrac{p}{100}$ $1 - \dfrac{p}{100}$
Rette linjer	$y = ax + b$
Sannsynlighet	Sannsynlighet ved systematiske opptellinger $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ når A og B er uavhengige
Statistikk	Gjennomsnitt Median

Eksamensoppgavene lages ut fra kompetansemålene i læreplanen, og utvalget av formler ovenfor angir derfor ikke begrensninger av kompetansemål som kan prøves i Del 1.

Dersom oppgavetemaet krever det, kan mer kompliserte formler bli oppgitt som en del av oppgaveteksten i Del 1.

Det forutsettes at kandidaten behersker grunnleggende formler og framgangsmåter fra tidligere kurs og skolegang.

Formler som skal være kjent ved Del 1 av eksamen i MAT1013 Matematikk 1T **(Formelarket kan *ikke* brukes på Del 1 av eksamen.)**	
Standardform	$a = \pm k \cdot 10^n \quad 1 \le k < 10$ og n er et helt tall
Vekstfaktor	$1 + \dfrac{p}{100}$ $1 - \dfrac{p}{100}$
Rette linjer	$y = ax + b$ $a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $y - y_1 = a(x - x_1)$
Potenser	$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ $\dfrac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^p = \dfrac{a^p}{b^p}$ $(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$ $a^0 = 1$ $a^{-p} = \dfrac{1}{a^p}$
Kvadratsetningene og konjugatsetningen	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Likning av andre grad	$ax^2 + bx + c = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Logaritmer	$a^x = b \quad \Leftrightarrow \quad x = \dfrac{\lg b}{\lg a}$ $\lg x = c \quad \Leftrightarrow \quad x = 10^c$
Vekst og derivasjon	Gjennomsnittlig veksthastighet Momentan veksthastighet Definisjon av den deriverte $\quad f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ Derivasjonsregel for polynomfunksjoner
Trigonometri i rettvinklede trekanter	$\sin v = \dfrac{\text{motstående katet}}{\text{hypotenus}}$ $\cos v = \dfrac{\text{hosliggende katet}}{\text{hypotenus}}$ $\tan v = \dfrac{\text{motstående katet}}{\text{hosliggende katet}}$

Trigonometri	Kunne bruke rettvinklede trekanter til å bestemme eksakte verdier for sinus, cosinus og tangens til vinkler
Trigonometri	$\text{Areal} = \frac{1}{2} b\,c \sin A$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c \cos A$ $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$
Sannsynlighet	Sannsynlighet ved systematiske oppstillinger $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ når A og B er uavhengige

Eksamensoppgavene lages ut fra kompetansemålene i læreplanen, og utvalget av formler ovenfor angir derfor ikke begrensninger av kompetansemål som kan prøves i Del 1.

Dersom oppgavetemaet krever det, kan mer kompliserte formler bli oppgitt som en del av oppgaveteksten i Del 1.

Det forutsettes at kandidaten behersker grunnleggende formler og framgangsmåter fra tidligere kurs og skolegang.

Formler som skal være kjent ved Del 1 av eksamen i REA3022 Matematikk R1 (Formelarket kan *ikke* brukes på Del 1 av eksamen.)	
Likning av andre grad	$ax^2+bx+c=0 \quad \Leftrightarrow \quad x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
Faktorisering av andregradsuttrykk	$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$
Polynomer	Nullpunkter og polynomdivisjon
Logaritmer	$10^{\lg x}=x$ $\qquad e^{\ln x}=x$ $\lg a^x=x\cdot\lg a$ $\qquad \ln a^x=x\cdot\ln a$ $\lg(ab)=\lg a+\lg b$ $\qquad \ln(ab)=\ln a+\ln b$ $\lg\dfrac{a}{b}=\lg a-\lg b$ $\qquad \ln\dfrac{a}{b}=\ln a-\ln b$ $a^x=b \Leftrightarrow x=\dfrac{\lg b}{\lg a}$ $\qquad a^x=b \Leftrightarrow x=\dfrac{\ln b}{\ln a}$ $10^x=b \Leftrightarrow x=\lg b$ $\qquad e^x=b \Leftrightarrow x=\ln b$ $\lg x=c \Leftrightarrow x=10^c$ $\qquad \ln x=c \Leftrightarrow x=e^c$
Grenseverdier	Utregning av grenseverdier Horisontale og vertikale asymptoter
Derivasjon	Definisjon av den deriverte $f'(x)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ Derivasjonsregler for potens-, kvadratrot-, eksponential- og logaritmefunksjoner Derivasjonsregler for sum, differanse, produkt og kvotient Kjerneregel
Kombinatorikk	$n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n$ $n\,P\,r=n(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-r+1)=\dfrac{n!}{(n-r)!}$ $n\,C\,r=\dbinom{n}{r}=\dfrac{n!}{r!\cdot(n-r)!}$
Sannsynlighet	Sannsynlighet ved systematiske oppstillinger $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B\mid A)$ $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$ når A og B er uavhengige $P(A\mid B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{P(A)\cdot P(B\mid A)}{P(B)}$
Vektorregning	Regning med vektorer geometrisk som piler i planet $[x,y]=x\vec{e}_x+y\vec{e}_y$ $t[x,y]=[tx,ty]$ $[x_1,y_1]\pm[x_2,y_2]=[x_1\pm x_2,y_1\pm y_2]$ $[x_1,y_1]\cdot[x_2,y_2]=x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2$ $\lvert[x,y]\rvert=\sqrt{x^2+y^2}$ $[x_1,y_1]=[x_2,y_2] \Leftrightarrow x_1=x_2$ og $y_1=y_2$

	$\overrightarrow{AB}=[x_2-x_1, y_2-y_1]$	fra $A(x_1, y_1)$ til $B(x_2, y_2)$
	$\vec{a}\cdot\vec{b}=\lvert\vec{a}\rvert\cdot\lvert\vec{b}\rvert\cdot\cos u$	u er vinkel mellom $\vec{a}$ og $\vec{b}$
	$\lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{\vec{a}^2}$	
	$\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}=t\vec{b}$	
	$\vec{a}\perp\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=0$	
	$\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \end{cases}$	(x_0, y_0) er et punkt på linja $\vec{v}=[a,b]$ er parallell med linja
Vektorfunksjon	$\vec{r}(t)=[x(t),\ y(t)]$	Vektorfunksjon
	$\vec{v}(t)=\vec{r}\,'(t)=[x'(t),\ y'(t)]$	Fartsvektor
	$\lvert\vec{v}(t)\rvert$	Fart
	$\vec{a}(t)=\vec{v}\,'(t)=[x''(t),\ y''(t)]$	Akselerasjonsvektor
	$\lvert\vec{a}(t)\rvert$	Akselerasjon
Geometri	Pytagoras' setning Formlikhet Periferivinkler Skjæringssetninger for høydene, halveringslinjene, midtnormalene og medianene i en trekant Sirkellikning: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$ $\quad S(x_0, y_0)$ er sentrum i sirkelen, r er radius i sirkelen Sirkellikningen må kunne utledes ved hjelp av vektorregning på koordinatform og omformes ved hjelp av fullstendige kvadraters metode. Sirkelen må også kunne tegnes som to grafer.	

Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Formlene nedenfor vil alltid bli oppgitt i Del 1 av eksamen, uavhengig av om disse vil være aktuelle å bruke.

Binomisk fordeling:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Hypergeometrisk fordeling:

$$P(X = k) = \frac{\binom{m}{k} \cdot \binom{n \quad m}{r \quad k}}{\binom{n}{r}}$$

Eksamensoppgavene lages ut fra kompetansemålene i læreplanen, og utvalget av formler ovenfor angir derfor ikke begrensninger av kompetansemål som kan prøves i Del 1.

Dersom oppgavetemaet krever det, kan mer kompliserte formler bli oppgitt som en del av oppgaveteksten i Del 1.

Det forutsettes at kandidaten behersker grunnleggende formler og framgangsmåter fra tidligere kurs og skolegang.

Formler som skal være kjent ved Del 1 av eksamen i REA3026 Matematikk S1 **(Formelarket kan *ikke* brukes på Del 1 av eksamen.)**	
Potenser	$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ $\dfrac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^p = \dfrac{a^p}{b^p}$ $(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$ $a^0 = 1$ $a^{-p} = \dfrac{1}{a^p}$
Kvadratsetningene og konjugatsetningen	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Likning av andre grad	$ax^2 + bx + c = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Logaritmer	$10^{\lg a} = a$ $a^x = b \quad \Leftrightarrow \quad x = \dfrac{\lg b}{\lg a}$ $\lg a^x = x \cdot \lg a$ $\lg (ab) = \lg a + \lg b$ $\lg x = c \quad \Leftrightarrow \quad x = 10^c$ $\lg \dfrac{a}{b} = \lg a - \lg b$
Vekst og derivasjon	Gjennomsnittlig veksthastighet Momentan vekst Definisjon av den deriverte $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ Derivasjonsregler for polynomfunksjoner
Kombinatorikk	Pascals trekant $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$ $n\,P\,r = n(n-1) \cdot \ldots \cdot (n-r+1) = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ $n\,C\,r = \dbinom{n}{r} = \dfrac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$
Sannsynlighet	Sannsynlighet ved systematiske opptellinger

Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Formlene nedenfor vil alltid bli oppgitt i Del 1 av eksamen, uavhengig av om disse vil være aktuelle å bruke.

Binomisk fordeling:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

Hypergeometrisk fordeling:

$$P(X = k) = \frac{\binom{m}{k} \cdot \binom{n \quad m}{r \quad k}}{\binom{n}{r}}$$

Eksamensoppgavene lages ut fra kompetansemålene i læreplanen, og utvalget av formler ovenfor angir derfor ikke begrensninger av kompetansemål som kan prøves i Del 1.

Dersom oppgavetemaet krever det, kan mer kompliserte formler bli oppgitt som en del av oppgaveteksten i Del 1.

Det forutsettes at kandidaten behersker grunnleggende formler og framgangsmåter fra tidligere kurs og skolegang.

Formler som skal være kjent ved Del 1 av eksamen i REA3024 Matematikk R2

(Formelarket kan *ikke* brukes på Del 1 av eksamen.)

Aritmetiske rekker	$a_n = a_1 + (n-1)d$ $s_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2} n$
Geometriske rekker	$a_n = a_1 k^{n-1}$ $s_n = \dfrac{a_1(k^n - 1)}{k-1}$ når $k \neq 1$
Uendelige geometriske rekker	$s = \dfrac{a_1}{1-k}$ når $-1 < k < 1$ Bestemme konvergensområdet for rekker med variable kvotienter
Induksjonsbevis	Gjennomføre og gjøre rede for induksjonsbevis
Derivasjon	Kunne derivere polynomfunksjoner, potensfunksjoner, rasjonale funksjoner, logaritmefunksjoner og eksponentialfunksjoner og bruke $(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$ Kunne derivere sammensetninger av funksjoner
Ubestemt integral	$F(x) = \int f(x)\,\mathrm{d}x$ betyr at $F'(x) = f(x)$ $\int x^r\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{r+1} x^{r+1} + C$ når $r \neq -1$ $\int \dfrac{1}{x}\,\mathrm{d}x = \ln\lvert x\rvert + C$ $\int e^x\,\mathrm{d}x = e^x + C$ $\int a^x\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{\ln a} \cdot a^x + C$ $\left.\begin{array}{l} \int \cos x\,\mathrm{d}x = \sin x + C \\ \int \sin x\,\mathrm{d}x = -\cos x + C \\ \int (1 + \tan^2 x)\,\mathrm{d}x = \tan x + C \\ \int \dfrac{1}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x = \tan x + C \end{array}\right\}$ x i absolutt vinkelmål
Integrasjonsmetoder	$\int (u(x) \pm v(x))\,\mathrm{d}x = \int u(x)\,\mathrm{d}x \pm \int v(x)\,\mathrm{d}x$ $\int k \cdot u(x)\,\mathrm{d}x = k \int u(x)\,\mathrm{d}x$, k er en konstant Integrasjon ved variabelskifte, substitusjon Delvis integrasjon Integrasjon ved delbrøkoppspalting med lineære nevnere
Bestemt integral	$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$ der $F'(x) = f(x)$ Tolke det bestemte integralet i praktiske situasjoner Formel for volum av omdreiningslegemer
Vektorregning	Regning med vektorer geometrisk som piler i rommet

	$[x,\ y,\ z] = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$ $t[x,\ y,\ z] = [tx,\ ty,\ tz]$ $[x_1,\ y_1,\ z_1] \pm [x_2,\ y_2,\ z_2] = [x_1 \pm x_2,\ y_1 \pm y_2,\ z_1 \pm z_2]$ $[x_1,\ y_1,\ z_1] \cdot [x_2,\ y_2,\ z_2] = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$ $\lvert [x,\ y,\ z] \rvert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ $[x_1,\ y_1,\ z_1] = [x_2,\ y_2,\ z_2] \Leftrightarrow x_1 = x_2$ og $y_1 = y_2$ og $z_1 = z_2$ $\overrightarrow{AB} = [x_2 - x_1,\ y_2 - y_1,\ z_2 - z_1]$ fra $A(x_1, y_1, z_1)$ til $B(x_2, y_2, z_2)$ Definisjonen av vektorproduktet $\vec{a} \times \vec{b}$ Kunne regne ut vektorproduktet $\vec{a} \times \vec{b}$ på koordinatform Arealet av trekant: $\frac{1}{2} \cdot \lvert \vec{a} \times \vec{b} \rvert$ Volum av tetraeder: $\frac{1}{6} \cdot \lvert (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} \rvert$
Linjer, plan og kuleflater	$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ (x_0, y_0, z_0) er et punkt på linja, $\vec{v} = [a, b, c]$ er retningsvektor $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$ $P_0(x_0,\ y_0,\ z_0)$ er punkt i planet, $\vec{n} = [a,\ b,\ c]$ er normalvektor $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$ $S(x_0, y_0, z_0)$ er sentrum i kula, r er radius i kula Avstand fra punkt til linje Avstand fra punkt til plan
Differensiallikninger	Kunne løse første ordens lineære differensiallikninger Kunne løse separable differensiallikninger Kunne løse andre ordens homogene lineære differensiallikninger med konstante koeffisienter
Trigonometri	Definisjonen av absolutt vinkelmål Kunne regne om mellom grader og absolutt vinkelmål Kunne den generelle definisjonen av sinus, cosinus og tangens Kunne bruke rettvinklede trekanter og enhetssirkelen til å bestemme eksakte verdier for sinus, cosinus og tangens til vinkler Kunne bestemme sinus og cosinus til summer og differanser av vinkler Kunne omforme trigonometriske uttrykk av typen $a\sin kx + b\cos kx$, og bruke det til å modellere periodiske fenomener Kunne løse trigonometriske likninger

Eksamensoppgavene lages ut fra kompetansemålene i læreplanen, og utvalget av formler ovenfor angir derfor ikke begrensninger av kompetansemål som kan prøves i Del 1.

Dersom oppgavetemaet krever det, kan mer kompliserte formler bli oppgitt som en del av oppgaveteksten i Del 1.

Det forutsettes at kandidaten behersker grunnleggende formler og framgangsmåter fra tidligere kurs og skolegang.

Formler som skal være kjent ved Del 1 av eksamen i REA3028 Matematikk S2

(Formelarket kan *ikke* brukes på Del 1 av eksamen.)

Aritmetiske rekker	$a_n = a_1 + (n-1)d$ $s_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2} n$
Geometriske rekker	$a_n = a_1 k^{n-1}$ $s_n = \dfrac{a_1(k^n - 1)}{k-1}$, når $k \neq 1$
Uendelige geometriske rekker	$s = \dfrac{a_1}{1-k}$, når $-1 < k < 1$
Faktorisering av andregradsuttrykk	$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$
Polynomer	Nullpunkter, polynomdivisjon og faktorisering
Likninger og likningssett	Kunne løse likninger med polynomer og rasjonale funksjoner Kunne løse lineære likningssett med flere ukjente
Logaritmer	$e^{\ln x} = x$ og $\ln e^x = x$ $\ln a^x = x \cdot \ln a$ $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\ln \dfrac{a}{b} = \ln a - \ln b$ $a^x = b \quad \Leftrightarrow \quad x = \dfrac{\ln b}{\ln a}$ $e^x = b \quad \Leftrightarrow \quad x = \ln b$ $\ln x = c \quad \Leftrightarrow \quad x = e^c$
Derivasjon	Derivasjonsregler for potens-, eksponential- og logaritmefunksjoner Derivasjonsregler for summer, differanser, produkter og kvotienter Kjerneregel
Areal under grafer	Kunne tolke arealet under grafer i praktiske situasjoner
Økonomi	Grensekostnad: $K'(x)$ Grenseinntekt: $I'(x)$
Sannsynlighetsfordeling	Utregning av forventningsverdi, varians og standardavvik For en binomisk fordeling X med n forsøk og sannsynlighet p er $\mu = E(x) = n \cdot p$ og $= \sqrt{n \times p(1 \quad p)}$ Summen av n uavhengige stokastiske variabler med samme forventningsverdi og samme standardavvik , har forventningsverdi $n\mu$ og standardavvik $\sqrt{n}\,\sigma$. Kunne regne ut sannsynligheter knyttet til normalfordelinger (Aktuelle deler av tabell over standard normalfordeling vil bli oppgitt i Del 1 av eksamen.)

Eksamensoppgavene lages ut fra kompetansemålene i læreplanen, og utvalget av formler ovenfor angir derfor ikke begrensninger av kompetansemål som kan prøves i Del 1.

Dersom oppgavetemaet krever det, kan mer kompliserte formler bli oppgitt som en del av oppgaveteksten i Del 1.

Det forutsettes at kandidaten behersker grunnleggende formler og framgangsmåter fra tidligere kurs og skolegang.

3 Måleenheter. SI-standard.[3]

Måleenhetene nedenfor er aktuelle i varierende grad for de ulike eksamenskodene ved sentralt gitt skriftlig eksamen i matematikk.

Noen utvalgte SI-grunnenheter [4]

Størrelse	Grunnenhet	
	Navn	Symbol
Lengde	meter	m
Masse	kilogram	kg
Tid	sekund	s
Elektrisk strøm	ampere	A

Noen avledede SI-enheter uttrykt ved grunnenhetene og supplementenhetene

Størrelse	SI-enhet	
	Navn	Symbol
Areal	kvadratmeter	m^2
Volum	kubikkmeter	m^3
Hastighet	meter per sekund	m/s
Massekonsentrasjon (massetetthet)	kilogram per kubikkmeter	kg/m^3
Akselerasjon	meter per sekund i andre	m/s^2
Vinkelhastighet	radian per sekund	rad/s
Densitet	kilogram per kubikkmeter	kg/m^3

Noen avledede SI-enheter som har eget navn og symbol

Størrelse	SI-enhet		Uttrykt i	
	Navn	Symbol	avledede enheter	grunnenheter og supplementenheter
Plan vinkel	radian	rad		$m \cdot m^{-1}$
Frekvens	hertz	Hz		s^{-1}
Kraft	newton	N		$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
Trykk, spenning	pascal	Pa	N/m^2	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Energi, arbeid, varme	joule	J	$N \cdot m$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Effekt	watt	W	J/s	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$

[3] I henhold til *lov om målenheter, måling og normaltid* og *forskrift om målenheter og måling* kapittel 2, § 2-1 til § 2-10 (Justervesenet). Kilde: www.lovdata.no (2010).

[4] SI = Système International d'Unités (1960), i Norge fra 1977.

Noen utvalgte desimale multipler av SI-enheter (prefikser)

Faktorer	Prefiks	
	Navn	Symbol
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
1000	kilo	k
100	hekto	h
10	deka	da
0,1	deci	d
0,01	centi	c
0,001	milli	m
10^{-6}	mikro	µ
10^{-9}	nano	n

Navn og symbol for multipler av grunnenheten for masse lages ved å føye prefiksene til betegnelsen gram (g), for eksempel milligram (mg), hektogram (hg), etc.

Spesielle navn på visse desimale multipler av SI-enheter

Størrelse	Enhet		
	Navn	Symbol	Uttrykt i SI-enheter
Volum	liter	L	$1\text{ L} = 1\text{ dm}^3 = 0{,}001\text{ m}^3$
Masse	tonn	t	$1\text{ t} = 1\text{ Mg} = 1000\text{ kg}$
Flatemål	ar	a	$1\text{ a} = 100\text{ m}^2$

mL (milliliter), cL (centiliter), dL (desiliter) etc.

$10\text{ a} = 1000\text{ m}^2$ kalles dekar (daa)

$100\text{ a} = 10\,000\text{ m}^2$ kalles hektar (ha)

Noen enheter som er definert ut fra SI-enhetene, men som ikke er desimale multipler

Størrelse	Enhet		
	Navn	Symbol	Uttrykt i SI-enheter
Tid	minutt	min	$1\ \text{min} = 60\ \text{s}$
	time	h	$1\ \text{h} = 60\ \text{min} = 3600\ \text{s}$
	døgn	d	$1\ \text{d} = 24\ \text{h} = 86400\ \text{s}$
Vinkel	grad	deg	$1\ \text{deg} = \pi / 180\ \text{rad}$
	minutt	'	$1' = 1\ \text{deg} / 60 = \pi / 10\,800\ \text{rad}$
	sekund	"	$1'' = 1' / 60 = \pi / 648\,000\ \text{rad}$

$1\ \text{km/h} = \dfrac{1000\ \text{m}}{3600\ \text{s}} = \dfrac{1}{3{,}6}\ \text{m/s}$ $\qquad$ $3{,}6\ \text{km/h} = 1\ \text{m/s}$

Andre utvalgte enheter

Størrelse	Enhet	
	Navn	Symbol, verdi
Elektrisk strøm	ampere	A
Termodynamisk temperatur	kelvin	K
Celsiustemperatur	celsiusgrad	°C
Effekt	watt	W
Elektrisk spenning	volt	V
Resistans	ohm	Ω
Lengde	nautisk mil	1 nautisk mil = 1852 m
Hastighet	knop	1 knop = 1 nautisk mil per time

Ellers vises det til *forskrift om måleenheter og måling* kapittel 2, § 2-1 til § 2-10 (Justervesenet).

4 Symbol- og terminologiliste[5]

Nedenfor følger en oversikt over hvilke matematiske symboler og hvilken terminologi som kan brukes ved sentralt gitt skriftlig eksamen i matematikk. De ulike symbolene og terminologien kan variere for de ulike eksamenskodene. Ellers forutsettes symboler og terminologi fra grunnskolen kjent, jf. eksamensveiledningen for MAT0010 Matematikk 10. årstrinn.

Mengder

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Mengde	$\{\ldots\}$	Mengden av …	Mengde på listeform
	$\{\ldots \mid \ldots\}$	Mengde av de … som er slik at …	Mengdebygger, f.eks.: Bestem $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2+5x+6=0\}$
Løsningsmengde	L		$x^2+5x-14=0 \Leftrightarrow x=-7 \vee x=2$ $L=\{-7, 2\}$
Elementtegn	$\in$	Er element i …	
	$\notin$	Er ikke element i …	
Tom mengde	$\varnothing$	Den tomme mengden	Mengden har ingen elementer. $L=\varnothing$
Mengdelikhet	$=$	… er lik …	$A=B$ betyr at mengdene har akkurat de samme elementene. $A=B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Leftrightarrow x \in B)$
Inklusjon	$\subset$	… er delmengde av …	$A \subset B$ betyr at alle elementer i *A* også er elementer i *B*.
Union	$\cup$	… union …	$A \cup B$ inneholder de elementene som enten er i A eller i *B* eller i begge.
Snitt	$\cap$	… snitt …	$A \cap B$ inneholder de elementene som er i både *A* og *B*.
Mengdedifferanse	$\setminus$	… minus …	$A \setminus B$ inneholder de elementene som er i *A* og ligger utenfor *B*.
Mengden av de naturlige tallene	$\mathbb{N}$		$\mathbb{N}=\{1, 2, 3, \ldots\}$ Vi kan i tillegg bruke $\mathbb{N}_0=\{0, 1, 2, 3, \ldots\}$
Mengden av de hele tallene	$\mathbb{Z}$		$\mathbb{Z}=\{\ldots -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
Mengden av de rasjonale tallene	$\mathbb{Q}$		Et rasjonalt tall er av formen $\frac{a}{b}$, $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{N}$.
Mengden av de reelle tallene	$\mathbb{R}$		Alle tall på tallinjen. $\mathbb{R}^+$: Alle positive, reelle tall.
Mengden av de komplekse tallene	$\mathbb{C}$		$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

[5]Grunnlaget for denne listen er en tidligere symbol- og terminologiliste publisert av Rådet for videregående opplæring og Gyldendal Norsk Forlag 1989 og James Stewart, *Calculus Early Transcendentals 7th Edition Stewart Metric Internation Version*, Brooks/Cole, 2011.

Intervall

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Lukket intervall	$[a,\ b]$	Det lukkede intervallet fra og med a til og med b	$[a,\ b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x \le b\}$
Åpent intervall	$\langle a,\ b\rangle$	Det åpne intervallet fra a til b	$\langle a,\ b\rangle = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ Dessuten brukes $\langle \leftarrow,\ b\rangle = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$ $\langle a,\ \rightarrow\rangle = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$ $\langle \leftarrow,\ \rightarrow\rangle = \mathbb{R}$
Halvåpent intervall	$[a,\ b\rangle$	Det halvåpne intervallet fra og med a til b	$[a,\ b\rangle = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x < b\}$ Dessuten brukes $[a,\ \rightarrow\rangle = \{x \in \mathbb{R} \mid x \ge a\}$
Halvåpent intervall	$\langle a,\ b]$	Det halvåpne intervallet fra a til og med b	$\langle a,\ b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \le b\}$ Dessuten brukes $\langle \leftarrow,\ b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le b\}$

Logikk

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Disjunksjon (Veljunksjon)	$p \vee q$	… eller …	p eller q eller begge er sanne.
Konjunksjon	$p \wedge q$	… og samtidig …	p og q er begge sanne.
Implikasjon	$p \Rightarrow q$	… impliserer … … medfører … … hvis … så … av … følger …	Tilsvarende for $q \Rightarrow p$ «premiss medfører konklusjon».
Ekvivalens	$p \Leftrightarrow q$	… hvis og bare hvis; er ekvivalent med; er ensbetydende med; biimpliserer	$p \Rightarrow q \ \wedge \ p \Leftarrow q$ Implikasjon begge veier
Negasjon	$\neg p$	ikke …	$p \Rightarrow q \quad \Leftrightarrow \quad \neg q \Rightarrow \neg p$
Allkvantor	$\forall$	… for alle … … for hvert …	
Eksistenskvantor	$\exists$ $\nexists$	… det finnes … … det eksisterer … … eksisterer ikke …	

Vektorer

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Vektor	$\vec{a}$ $\overrightarrow{AB}$	*a*-vektor *AB*-vektor	En størrelse som har både lengde og retning
Nullvektor	$\vec{0}$	Nullvektor	
Lengde eller absoluttverdi av en vektor	$\|\vec{a}\|$ $\|\overrightarrow{AB}\|$	Lengden av ... Absoluttverdien av ...	
Vinkel mellom vektorer	$\angle(\vec{a}, \vec{b})$	Vinkel mellom ...	$\angle(\vec{a}, \vec{b}) \in [0°, 180°]$ Dessuten brukes $\angle(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$
Motsatte vektorer	$-\vec{a}$	Den motsatte til $\vec{a}$	
Normalvektor	$\vec{n}$	Normalvektor til ...	
Enhetsvektor	$\vec{e}$		Vektor med lengde 1
Ortonormert basis	$\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$		Enhetsvektorene langs henholdsvis første-, andre- og tredjeaksen
Vektor på koordinatform i planet	$[x, y]$		Til hvert punkt $P(x, y)$ i planet svarer en vektor $\overrightarrow{OP} = [x, y]$, der O er origo.
Vektor på koordinatform i rommet	$[x, y, z]$		Til hvert punkt $P(x, y, z)$ i rommet svarer en vektor $\overrightarrow{OP} = [x, y, z]$, der O er origo.
Skalarprodukt (Prikkprodukt)	$\vec{a} \cdot \vec{b}$	*a*-vektor prikk *b*-vektor	Skalarproduktet er et tall.
Vektorprodukt (Kryssprodukt)	$\vec{a} \times \vec{b}$	*a*-vektor kryss *b*-vektor	Vektorproduktet er en vektor.

Geometri

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Vinkel	u, v, α, β, ... $\angle(a, b)$ $\angle A$ $\angle ABC$	Vinkel *u*, ... Vinkel mellom strålene a og b Vinkel A Vinkel ABC	Se også vinkel mellom vektorer. Dessuten brukes $\angle u$, $\angle v$, ... Brukes gjerne om vinkelen ved hjørnet A i en mangekant. Vinkel med toppunkt B og vinkelbein BA og BC
Positiv dreieretning			Mot dreieretningen for viserne på en klokke
Negativ dreieretning			Med dreieretningen for viserne på en klokke
Komplement-vinkler	$u+v=90°$		To vinkler med sum $90°$
Supplement-vinkler	$u+v=180°$		To vinkler med sum $180°$
Eksplement-vinkler			To vinkler med sum $360°$
Sinus Cosinus Tangens	sin cos tan	Sinus Cosinus Tangens	Det brukes ikke tg for tan.
Vinkelrett Normalt Ortogonalt Perpendikulært	$AB \perp DE$	Linjestykket *AB* står vinkelrett på linjestykket *DE.*	
Parallellitet	$AB \parallel DE$	Linjestykket *AB* er parallelt med linjestykket *DE.*	
Trekant	ΔABC $T_{\Delta ABC}$, $F_{\Delta ABC}$	Trekant *ABC* Areal av trekant *ABC*	*A* kan også brukes om areal.
Firkant	$\square ABCD$	Firkant *ABCD*	
Formlikhet	$\Delta ABC \sim \Delta DEF$	Trekant *ABC* er formlik trekant *DEF.*	Vinklene i de to formlike trekantene er parvis like store.
Kongruens	$\Delta ABC \cong \Delta DEF$	Trekant *ABC* er kongruent med trekant *DEF.*	Vinklene og sidene i de to kongruente trekantene er parvis like store.
Sirkelbue	ABC , AC	Buen *ABC,* buen *AC*	

Funksjonslære

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Ortonormert koordinatsystem			Også kalt kartesisk koordinatsystem. Rettvinklet koordinat-system med samme skalering på aksene
Førsteakse			Også kalt argumentakse eller *x*-akse
Andreakse			Også kalt funksjonsakse eller *y*-akse
Førstekoordinat	x		
Andrekoordinat	$y = f(x)$		
Funksjonsverdi	$f(x), g(x), \ldots$	f av x	
Argument eller fri variabel	x		Annet navn for uavhengig variabel
Definisjonsmengde	$D_f, D_g, \ldots$	Definisjonsmengden til $f, g, \ldots.$	
Verdimengde	$V_f, V_g, \ldots$	Verdimengden til $f, g, \ldots.$	$V_f = \{f(x) \mid x \in D_f\}$
Graf til funksjon			Mengden av punkter (x, y) der $x \in D_f$ og $y = f(x)$
Diagram eller grafisk bilde			Koordinatsystem med grafen til én eller flere funksjoner inntegnet
Sammensatt funksjon	$f(g(x))$	f av g av x	Også kalt funksjons-funksjon. f er ytre funksjon, og g er indre funksjon. $g(x)$ kalles kjernen
Strengt voksende			Også kalt strengt opptil monoton. Brukes om funksjoner og tallfølger. En funksjon er strengt voksende når $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1)$
Strengt minkende (avtagende)			Kalles også strengt ned til monoton $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) < f(x_1)$
Asymptote			Vertikal, horisontal eller skrå asymptote
Symmetrisk funksjon			Funksjonens graf er symmetrisk om en linje eller et punkt.
Invers funksjon Omvendt funksjon	arcsin, asin, $\sin^{-1}$ arccos, acos, $\cos^{-1}$ arctan, atan, $\tan^{-1}$		Eks.: $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$

Spesielle funksjonstyper

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Konstantfunksjon	$f(x)=a$		$a \in \mathbb{R}$
Lineær funksjon	$f(x)=ax+b$		Et annet navn er førstegradsfunksjon. a er stigningstallet til førstegradsfunksjonen.
Andregradsfunksjon	$f(x)=ax^2+bx+c$		
Polynomfunksjon av n-te grad	$f(x)=a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$		
Rasjonal funksjon	$f(x)=\dfrac{p(x)}{q(x)}$		p og q er polynomer.
Potensfunksjon	$f(x)=x^r$		$r \in \mathbb{R}$
Generell eksponentialfunksjon	$f(x)=a^x$	a i x-te	$a>0$
Spesiell eksponentialfunksjon	$f(x)=\mathrm{e}^x$		$\mathrm{e}=\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n \approx 2{,}718$
Logaritmefunksjon	$f(x)=\log_g x$	log-g-x	$y=\log_g x \overset{\text{def}}{\Leftrightarrow} g^y = x$ g er grunntallet.
Briggsk logaritme	$\lg a$		Grunntallet er 10. $\log a$ kan også brukes.
Naturlig logaritme	$\ln a$		Grunntallet er e.
Trigonometrisk funksjon (eksempler)	$f(x)=\sin x$ $f(x)=\sin(2x)$ $g(x)=\cos x$ $g(x)=\cos(2x-1)$ $h(x)=\tan x$ $h(x)=\tan(4x)$		
Trigonometrisk funksjon	$f(x)=\sin^n x$	Sinus i n-te x	$n \in \mathbb{N}$ $\sin^n x = (\sin x)^n$
Standardform for tall	$a \cdot 10^n$		$1 \le a < 10,\ n \in \mathbb{Z}$
Absoluttverdifunksjon	$f(x)=\lvert x \rvert$		
Nullpunkt til en funksjon Rot/røtter i en likning			Løsning av likningen $f(x)=0$. Løsningen kalles også rot i likningen $f(x)=0$.
Dobbelt nullpunkt til en funksjon			$x=a$ er et dobbelt nullpunkt til en funksjon f dersom $f(x)=(x-a)^2\cdot g(x)$ der $g(a)\neq 0$.

			$(a, 0)$ er tangerings-punkt med x-aksen.

Grenseverdi

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Grenseverdi	$\lim\limits_{x\to a} f(x)$	Grenseverdien for $f(x)$ når x går mot a.	«lim» kommer av «limes», som betyr grenseverdi.
	$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$	Grenseverdien for $f(x)$ når x går mot uendelig.	Tilsvarende når x går mot minus uendelig.
Høyresidig grenseverdi	$\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$	Grenseverdien for $f(x)$ når x går mot a fra høyre.	
Venstresidig grenseverdi	$\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$	Grenseverdien for $f(x)$ når x går mot a fra venstre.	
Ensidig grenseverdi			Enten høyresidig eller venstresidig grenseverdi

Kontinuitet

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Kontinuitet i et punkt			$\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = \lim\limits_{x\to a^+} f(x) = f(a)$
Kontinuitet i et intervall			Funksjonen er kontinuerlig i hvert punkt i intervallet.
Diskontinuitet			

Derivert

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Argumentdifferanse	Δx, ...	delta x, ...	Eller argumenttilvekst
Funksjonsdifferanse	Δy, ... $\Delta f(x)$	delta y, ... delta f av x	$\Delta f(x) = f(x+\Delta x) - f(x)$ $\Delta f(x)$ kalles også funksjonstilvekst.
Gjennomsnittlig stigningstall, gjennomsnittlig vekstfart	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$ $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$		Gjennomsnittlig vekstfart for f mellom argument-verdiene a og $a+\Delta x$ er $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$
Deriverbarhet i et punkt			f er kontinuerlig for $x = a$ $\lim\limits_{x \to a^-} f'(x) = \lim\limits_{x \to a^+} f'(x)$
Deriverbarhet i et intervall			Funksjonen er deriverbar i hvert punkt i intervallet.
Den deriverte	$f'(x)$ $\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}$, $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}f(x)$ y', $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$	f derivert av x f av x derivert	$f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ Førstederivert av $f(x)$
Veksthastighet Vekstfart	$f'(x)$		
Kjerneregelen			Regel for å finne den deriverte av en sammensatt funksjon (funksjonsfunksjon)
Differensial	$\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}y$, $\mathrm{d}f$ $\mathrm{d}f$		$\mathrm{d}f(x) = f'(x)\,\mathrm{d}x$ $\mathrm{d}y = y'\,\mathrm{d}x$
Differensialer av høyere orden	$f''(x)$, $f'''(x)$, $f^{(4)}(x)$, $f^{(5)}(x)$, ... $f^{(n)}(x)$, $n \in \mathbb{N}$		
Differensialkvotient	$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$		Er lik y'

Derivert. Fortsatt.

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Maksimalverdi Lokal maksimalverdi	$f(x)_{\text{maks}}$		Også kalt lokalt maksimum
Minimalverdi Lokal minimalverdi	$f(x)_{\text{min}}$		Også kalt lokalt minimum
Ekstremalverdier			Maksimal- eller minimal-verdier
Ekstremalpunkter			Maksimal- eller minimal-punkter (argumentet til en ekstremalverdi)
Absolutt maksimum	y_{maks}		Den største verdien som funksjonen kan få i definisjonsmengden
Absolutt minimum	y_{min}		Den minste verdien som funksjonen kan få i definisjonsmengden
Kritisk *x*-verdi (kritisk punkt)		En kritisk *x*-verdi til en funksjon *f* er et tall $c \in D_f$ slik at enten er $f'(c) = 0$ eller så er $f'(c)$ ikke definert. Hvis f har et lokalt maksimum eller et lokalt minimum i c, er c en kritisk *x*-verdi til f.	
Toppunkt			Et toppunkt er et punkt på grafen med maksimal-punkt og maksimalverdi.
Bunnpunkt			Et bunnpunkt er et punkt på grafen med minimal-punkt og minimalverdi.
Knekkpunkt			Et punkt på grafen hvor funksjonen er kontinuerlig, men ikke deriverbar
Vendepunkt			Et punkt på grafen hvor den dobbeltderiverte skifter fortegn.
Infleksjonspunkt			Argumentet (*x*-verdien) til et vendepunkt
Konkav ned	$f''(x) < 0$		Grafen har «hul side ned».
Konkav opp (konveks)	$f''(x) > 0$		Grafen har «hul side opp». En annen betegnelse er «konveks».
Stasjonært punkt		I et stasjonært punkt er $f'(x) = 0$. Et stasjonært punkt er et toppunkt eller et bunnpunkt hvis $f'(x)$ skifter fortegn i punktet.	
Terrassepunkt		Et terrassepunkt er et stasjonært punkt hvor funksjonen ikke endrer seg fra voksende til minkende eller fra minkende til voksende.	

Absolutt maksimum og absolutt minimum:
En funksjon f har absolutt maksimum i c hvis $f(c) \geq f(x) \quad \forall\, x \in D_f$. $f(c)$ kalles maksimumsverdien til f i D_f. En funksjon f har absolutt minimum i c hvis $f(c) \leq f(x)$ $\forall\, x \in D_f$. $f(c)$ er minimumsverdien til f i D_f. Her kalles $f(c)$ ekstremalverdier til f.

Lokalt maksimum og lokalt minimum:
En funksjon f har et lokalt maksimum i c hvis det finnes et åpent intervall I om c slik at $f(c) \geq f(x) \quad \forall\, x \in I$. Hvis f har et lokalt maksimum i c, kalles $f(c)$ for lokal maksimumsverdi.

En funksjon f har et lokalt minimum i c hvis det finnes et åpent intervall I om c slik at $f(c) \leq f(x) \quad \forall\, x \in I$. Hvis f har et lokalt minimum i c, kalles $f(c)$ for lokal minimumsverdi.

Fellesbetegnelsen for lokale maksimums- og minimumsverdier til en funksjon f er lokale ekstremalverdier for f.

Merk!
Med denne definisjonen kan en funksjon f ikke ha et lokalt maksimum eller et lokalt minimum i noen av endepunktene i D_f ettersom det ikke finnes et åpent intervall om et endepunkt.

Lukket intervall-metode:
For å finne absolutte maksimums- og minimumsverdier til en kontinuerlig funksjon f på et lukket intervall $\left[\, a, b \right]$:

1. Finn $f(x)$-verdier for kritiske x-verdier til f i $\left\langle a, b \right\rangle$.
2. Finn $f(x)$-verdier i endepunktene a og b.
3. De største $f(x)$-verdiene fra trinn 1 og 2 er absolutte maksimumsverdier. De minste $f(x)$-verdiene fra trinn 1 og 2 er absolutte minimumsverdier.

Førstederivert-test:
Anta at c er en kritisk x-verdi til en kontinuerlig funksjon f.

a) Hvis $f'(x) > 0$ før c og $f'(x) < 0$ etter c, har f et lokalt maksimum i c.
b) Hvis $f'(x) < 0$ før c og $f'(x) > 0$ etter c, har f et lokalt minimum i c.
c) Hvis $f'(x)$ ikke skifter fortegn (hvis $f'(x) > 0$ på begge sider av c, eller hvis $f'(x) < 0$ på begge sider av c), har f ikke lokalt maksimum eller lokalt minimum i c.

Fermats teorem:
Hvis funksjonen f har et lokalt minimum eller maksimum i c, og hvis $f'(c)$ eksisterer, så er $f'(c) = 0$.
NB! Selv om $f'(c) = 0$, behøver ikke f ha lokalt minimum eller lokalt maksimum i c.
Eksempel: Hvis $f(x) = x^3$, da er $f'(0) = 0$. Men f har ikke noe maksimum eller minimum.

Andrederivert-test:
a) Hvis $f'(c) = 0$ og $f''(c) > 0$, har f et lokalt minimum i c.
b) Hvis $f'(c) = 0$ og $f''(c) < 0$, har f et lokalt maksimum i c.

Konkavitetstest:

a) Hvis $f''(x) > 0 \ \ \forall x \in \langle a, b \rangle$, er grafen til f **konkav opp** på $\langle a, b \rangle$.

b) Hvis $f''(x) < 0 \ \ \forall x \in \langle a, b \rangle$, er grafen til f **konkav ned** på $\langle a, b \rangle$.

Hvis grafen til f ligger over alle sine tangenter på $\langle a, b \rangle$, kalles grafen konkav opp på $\langle a, b \rangle$.
Hvis grafen til f ligger under alle sine tangenter på $\langle a, b \rangle$, kalles grafen konkav ned på $\langle a, b \rangle$.

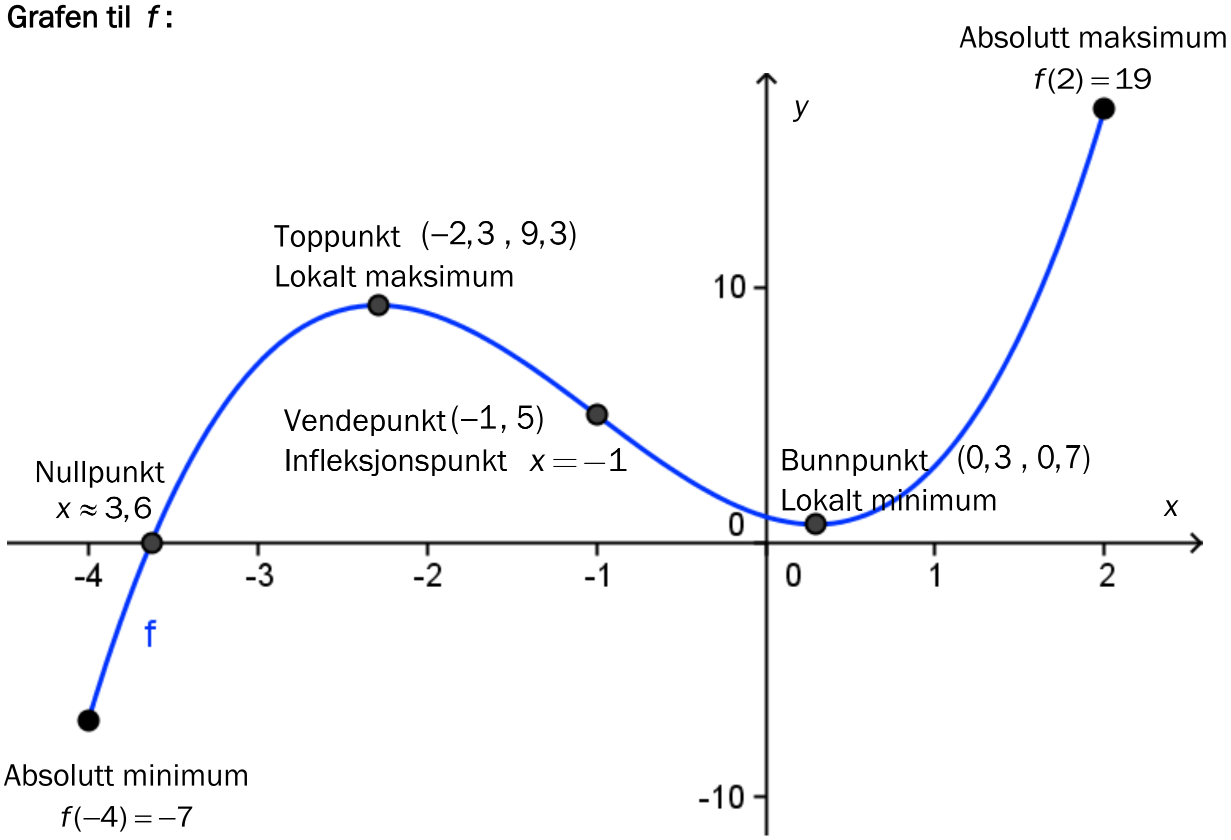
Vendepunkt:
Et punkt P på grafen til f kalles et vendepunkt hvis f er kontinuerlig der og grafen endrer seg fra konkav opp til konkav ned eller fra konkav ned til konkav opp i P.
NB! Selv om $f''(c) = 0$ behøver ikke f ha et vendepunkt for $x = c$.

Eksempel 1

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 1 \ , \ \ D_f = [-4, 2]$$

Grafen til f:



Kommentarer til eksempel 1:

1. **Nullpunkt til** *f*:

$f(x)=0 \Leftrightarrow x \approx 3{,}6$ (et nullpunkt er løsningen av likningen $f(x)=0$)

Når nullpunktet er 3,6, er skjæringspunktet mellom grafen og *x*-aksen $(3{,}6\ ,\ 0)$.

2. **Bunnpunkt:** $(0{,}3\ ,\ 0{,}7)$ Et punkt på grafen til *f*.

Bunnpunkt består av en lokal minimalverdi ($f(x)$-verdi) og en kritisk *x*- verdi.

3. **Toppunkt:** $(-2{,}3\ ,\ 9{,}3)$ Et punkt på grafen til *f*.

Toppunkt består av en lokal maksimalverdi ($f(x)$-verdi) og en kritisk *x*-verdi.

4. **Ekstremalpunkt:**

Argumentet (*x*-verdien) til toppunkt og/eller bunnpunkt, jf. punkt 2. og 3.

5. **Vendepunkt:** $(-1, 5)$ Et punkt på grafen til *f*.

6. **Infleksjonspunkt:** $x=-1$

7. **Absolutt maksimum**

$f(2)=19$ Største verdi som funksjonen kan få i $D_f=[-4, 2]$

8. **Absolutt minimum**

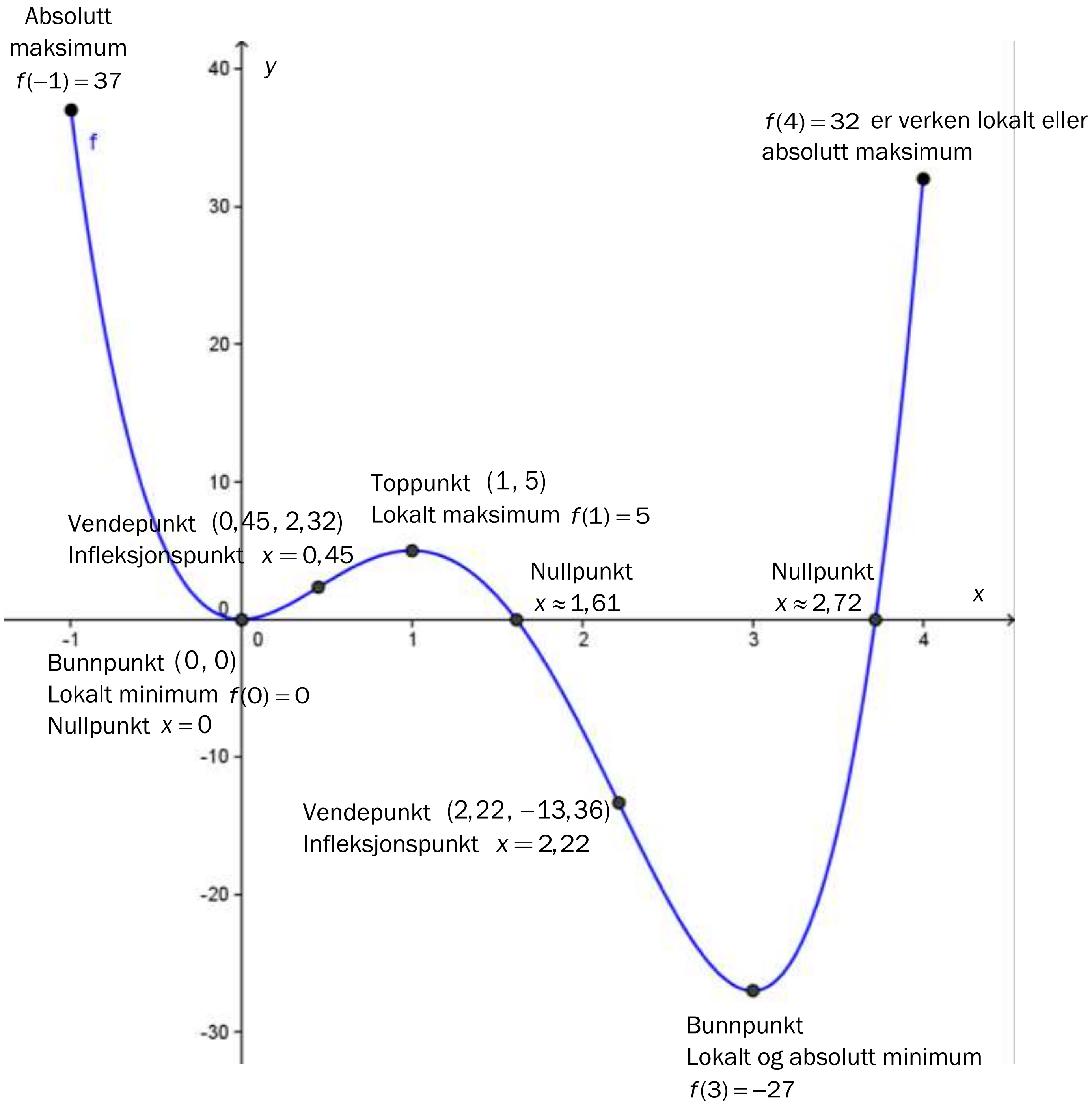
$f(-4)=-7$ Minste verdi som funksjonen kan få i $D_f=[-4, 2]$

Eksempel 2

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = 3x^4 - 16x^3 + 18x^2 \quad , \quad D_f = [-1, 4]$$

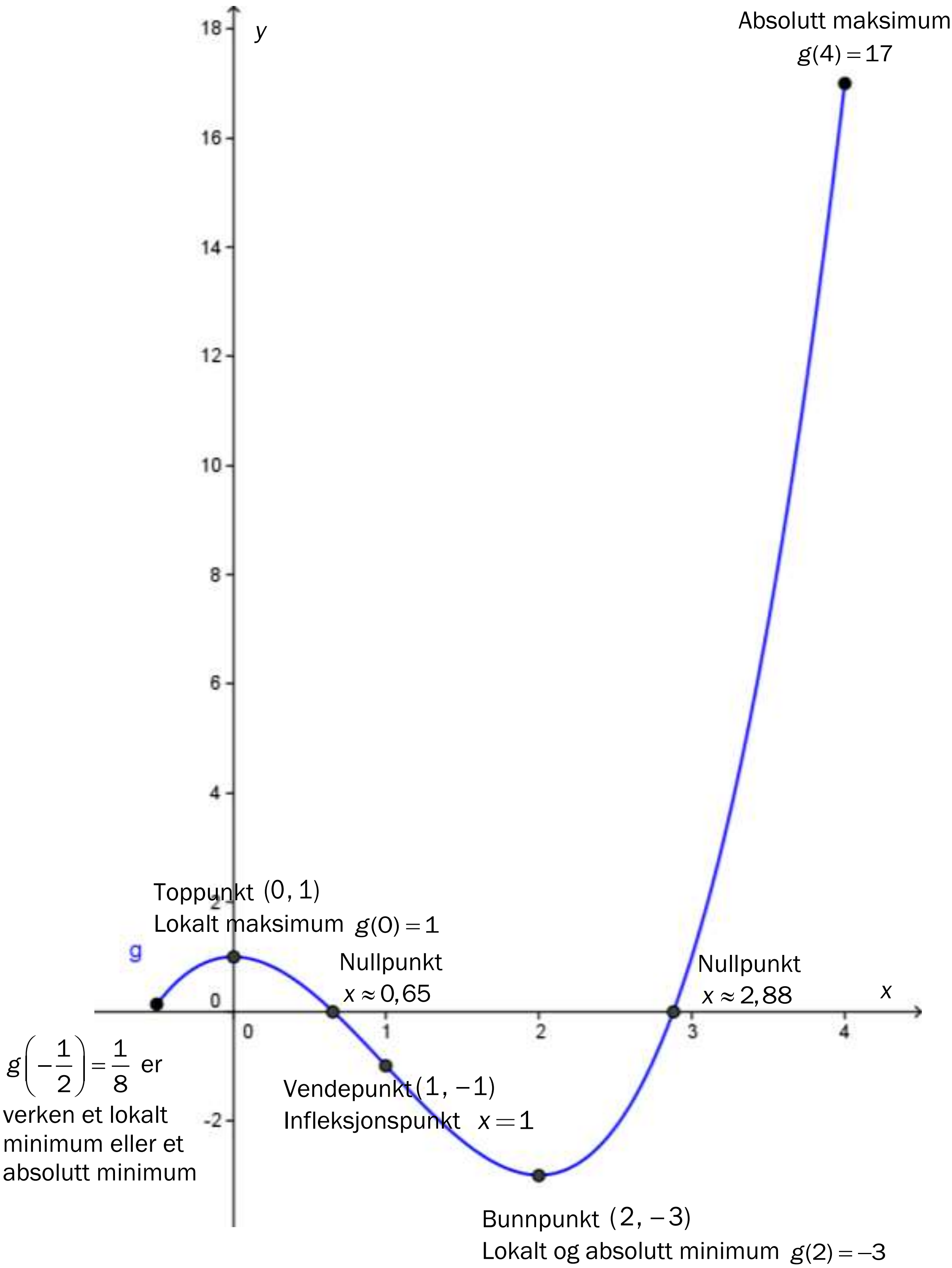
Grafen til *f*:



Eksempel 3

En funksjon g er gitt ved

$$g(x) = x^3 - 3x^2 + 1 \ , \ D_f = \left[-\frac{1}{2}, 4\right]$$



Integral

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Det ubestemte integral eller den antideriverte	$\int f(x)\,\mathrm{d}x$	Integralet til f (integralet av f)	Betyr alle de funksjonene som har $f(x)$ til derivert. Annen betegnelse er primitiv funksjon.
Integrand			I $\int f(x)\,\mathrm{d}x$ er $f(x)$ integrand og x er integrasjonsvariabel.
Det bestemte integralet	$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$	Integralet fra a til b av f	
Integrasjonsgrenser			I $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ kalles b øvre og a nedre grense. Med $\int_a^\infty f(x)\,\mathrm{d}x$ mener vi $\lim\limits_{b\to\infty} \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ dersom denne grenseverdien eksisterer. Tilsvarende for $\int_{-\infty}^b f(x)\,\mathrm{d}x$

Tallfølger. Rekker.

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Tallfølge	$a_1, a_2, a_3, \ldots\ a_n, \ldots$ $\{a_n\}$		En tallfølge framkommer ved at det til hvert naturlig tall n er tilordnet et tall a_n. Dette kaller vi også en uendelig tallfølge. Hvis vi tar n fra en endelig delmengde av $\mathbb{N}$, får vi en endelig tallfølge.
Ledd			Hvert enkelt tall i tallfølgen er et ledd.
Generelt ledd i en tallfølge eller rekke	a_n	Det n-te ledd i tallfølgen eller rekken	
Aritmetisk tallfølge			En tallfølge der hvert ledd er lik det foregående pluss et konstant tall, differensen d. $a_n = a_{n-1} + d$
Geometrisk tallfølge			En tallfølge der hvert tall er lik det foregående multiplisert med et konstant tall, kvotienten k. $a_n = a_{n-1} \cdot k$
Rekke Uendelig rekke	$a_1 + a_2 + a_3$ $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots$		Framkommer av en tallfølge ved å sette addisjonstegn mellom leddene.
Summasjonssymbol	$\sum$	Sigma eller summen (av) ...	Annet navn: summetegn
Sum av n ledd	$S_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$		Summen av de n første leddene i rekken
Konvergent rekke			$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ $S = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots$ $\lim_{n\to\infty} S_n = S$

Induksjonsbevis

Induksjonsbevis	Vi skal bevise at en påstand $P(n)$ er sann $\forall\ n \in \mathbb{N}$. 1. Vis at $P(1)$ er sann. 2. Anta at $P(k)$ er sann, og bruk dette til å vise at $P(k+1)$ er sann. Da er påstanden $P(n)$ sann $\forall\ n \in \mathbb{N}$.

Statistikk, sannsynlighet og kombinatorikk

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Forventningsverdi	μ eller $\mathrm{E}(X)$		X er stokastisk variabel
Varians	σ^2 eller $\mathrm{Var}(X)$		
Standardavvik	σ eller $\mathrm{SD}(X)$		
Nullhypotese	H_0		
Alternativ hypotese	H_1 eller H_A		
Hendelser	$A, B,$ ...		
Utfallsrom			
Komplementær hendelse	$\overline{A}$	Ikke A	$P(\overline{A})+P(A)=1$
Sannsynlighet	$P(A)$	Sannsynligheten av hendelsen A	
Snitt	$A \cap B$	A snitt B	Hendelsen at både A og B inntreffer
Union	$A \cup B$	A union B	Hendelsen at A eller B eller både A og B inntreffer
Fakultet	$n!$	n fakultet	$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$
Antall permutasjoner	nPr	$n\,P\,r = n(n-1)\cdot \ldots \cdot (n-r+1) = \dfrac{n!}{(n-r)!}$	
Binomialkoeffisient	nCr	$n\,C\,r = \dbinom{n}{r} = \dfrac{n!}{r!\cdot(n-r)!}$	

Økonomi

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Inntektsfunksjon	$I(x)$		x: antall produserte (og solgte) enheter
Kostnadsfunksjon	$K(x)$		x: antall produserte (og solgte) enheter
Overskuddsfunksjon	$O(x)$		$O(x) = I(x) - K(x)$
Grenseinntekt for inntekt $I(x)$	$I'(x)$		
Grensekostnad for kostnad $K(x)$	$K'(x)$		
Enhetskostnad	$E(x) = \frac{K(x)}{x}$		Kalles også gjennom-snittskostnad, $G(x)$
Vinningsoptimal produksjonsmengde			Produksjonsmengde som gir størst overskudd, $O(x)_{\text{maks}}$ Bestem $O'(x) = 0$ der $O'(x) = I'(x) - K'(x)$
Etterspørsels-funksjon	$E(p)$		p er pris per enhet $x = E(p)$
Vinningsoptimal pris			Pris som gir størst overskudd, $O(p)_{\text{maks}}$ Bestem $O'(p) = 0$ der $O'(p) = I'(p) - K'(p)$
Kostnadsoptimal produksjonsmengde			$E(x) = K'(x)$ $E(x)_{\text{min}}$

Blank side.

Blank side.

Blank side.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet