Eksamen, forkurs matematikk, 7. september 2016

Oppgave 1

Sorterer data:

-13, -7, -3, -3, -3, 0, 4, 5, 8, 8

Gjennomsnitt:

$$\frac{(-13)+(-7)+(-3)+(-3)+(-3)+0+4+5+8+8}{10}°C = \underline{\underline{-0{,}4°C}}$$

Median:

$$\frac{(-3)+0}{2} = \underline{\underline{1{,}5℃}}$$

Typetall: <u>-3 °C</u>

Variasjonsbredde: 8 - (-13) °C = <u>21 °C</u>

Oppgave 2

$$\begin{gathered} 2:5 = 8:x \\ \frac{2}{5} = \frac{8}{x} \\ 2 \cdot x = 8 \cdot 5 \\ \frac{2x}{2} = \frac{40}{2} \\ \underline{x = 20} \end{gathered}$$

8 dl + 20 dl = <u>28 dl</u>

<u>Charlotte får 28 dl ferdig blandet saft.</u>

Oppgave 3

$$\begin{aligned} &x \cdot 20\ \% = 120\ kr \\ &0{,}2x = 120 \\ &x = \frac{120 \cdot 10}{0{,}2 \cdot 10} = \frac{1200}{2} = 600 \end{aligned}$$

<u>Varen kostet 600 kr før prisen ble satt opp.</u>

Oppgave 4

$$\begin{aligned} 2x - 4 + x &= -8 + x - 7 \\ 3x - x &= -15 + 4 \\ 2x &= -11 \\ \frac{2x}{2} &= -\frac{11}{2} \\ x &= -5{,}5 \end{aligned}$$

Oppgave 5

$$\frac{72 \cdot 10^5 \cdot (10^6)^{-3}}{0{,}06 \cdot 10^{-4}} = \frac{72}{6} \cdot \frac{10^5 \cdot 10^{6\cdot(-3)}}{10^{-2} \cdot 10^{-4}} = 12 \cdot 10^{5+(-18)-\left(\overbrace{(-2)+(-4)}^{-6}\right)} = 12 \cdot 10^{-7} = \underline{\underline{1{,}2 \cdot 10^{-8}}}$$

Oppgave 6

a) <u><DAE = <BAC = <A</u>
<u><DEA = <ABC = 90°</u>

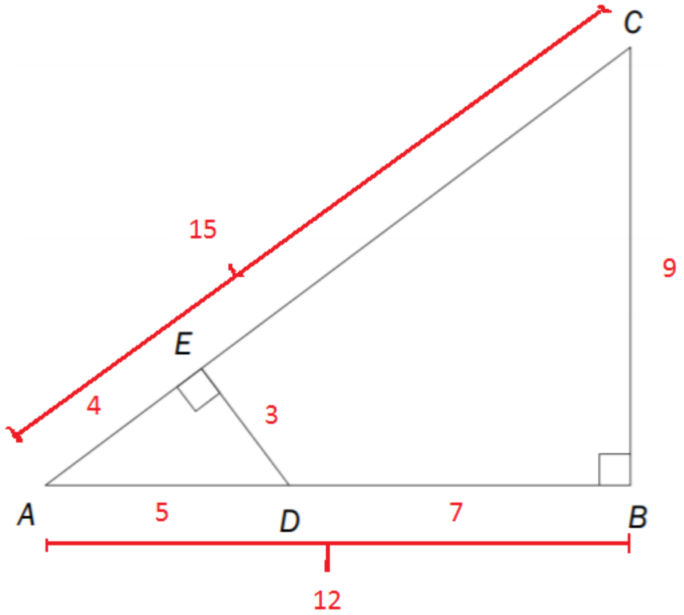
<ADE = 180° - <DEA - <DAE , <u><ADE</u>= 180° - 90° - <A = <u>90° - <A</u>

<ACB = 180° - <ABC - <BCA , <u><ACB</u> = 180° - 90° - <A = <u>90° - <A</u>

Siden to av vinklene i hver trekant er like store, og vinkelsummen alltid er 180°:
<ACB = <ADE.

<u>Hver av vinklene i ΔABC har en vinkel med samme størrelse i ΔADE. Trekantene er da formlike.</u>

b)



Bruker Pythagoras’ læresetning for å finne BC:

$$\begin{aligned} AB^2 + BC^2 &= AC^2 \\ 12^2 + BC^2 &= 15^2 \\ BC^2 &= 225 - 144 = 81 \\ \underline{BC} &= \sqrt{81} = \underline{9} \end{aligned}$$

<u>Når BC er kjent kan arealet av ΔABC regnes ut:</u>

$$\underline{\underline{\Delta ABC}} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{12 \cdot 9}{2} = \frac{108}{2} = \underline{\underline{54}}$$

Siden trekantene er formlike kan vi benytte sammenhengen i proporsjonalitet:

$$\frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AB}$$
$$\frac{5}{15} = \frac{DE}{9} = \frac{AE}{12}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{DE}{9}$$
$$9 \cdot \frac{1}{3} = \mathrm{DE}$$
$$\underline{\mathrm{DE} = 3}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{AE}{12}$$
$$12 \cdot \frac{1}{3} = AE$$
$$\underline{AE = 4}$$

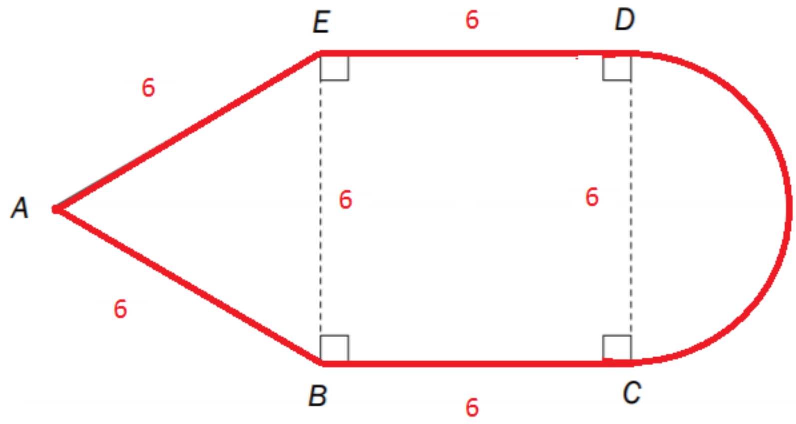
Når AE og DE er regnet ut, kan arealet av ΔADE regnes ut:

$$\underline{\underline{A}} = \frac{3 \cdot 4}{2} = \underline{\underline{6}}$$

Arealet av trekant ΔABC og ΔADE er hhv. 54 og 6.

Oppgave 7

I kvadrater og likesidede trekanter er alle sidene like lange. Den ene siden i trekanten og diameteren i halvsirkelen ligger inntil siden til kvadratet. Det gir at alle sidene i kvadratet og trekanten og diameteren i halvsirkelen er 6.



Omkrets av en sirkel: $O = \pi d \,, \pi \approx 3$

Omkretsen av figuren blir da: $\underline{\underline{O}} = 4 \cdot 6 + \frac{3 \cdot 6}{2} = 24 + 9 = \underline{\underline{33}}$

Oppgave 8

Antall elever i klassen: 5 gutter + 5 jenter = 7 elever

Når vi tar ut to elever, vil trekk nr to være avhengig av første trekk.

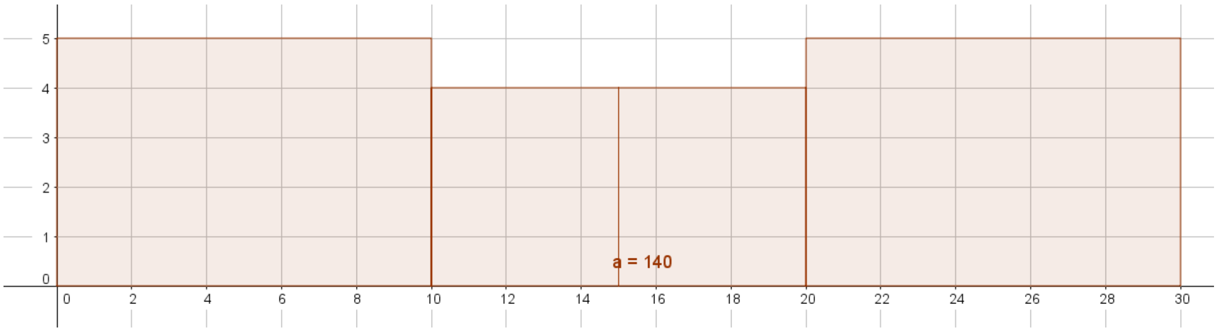
a) $P(\acute{e}n\ gutt\ og\ \acute{e}n\ jente) = P(f\o rst\ gutt,\ s\aa\ jente) + P(f\o rst\ jente, s\aa\ gutt)$
$= \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{10}{42} + \frac{10}{42} = \frac{20}{42} = \frac{20:2}{42:2} = \frac{10}{21}$

Oppgave 9

Lengde (km)	Uker	Midtpunkt (x_m)	$x_m \cdot f$
$[0, 10\rangle$	5	5	25
$[10, 15\rangle$	4	12,5	50
$[15, 20\rangle$	4	17,5	70
$[20, 30\rangle$	5	25	125
Sum	**18**		**270**

Gjennomsnittet av det klassedelte materialet er: $\underline{\underline{\overline{x}}} = \frac{270}{18} = \underline{\underline{14{,}75km}}$

b) Histogram over fordelingen:



Oppgave 10

Endring i inntekt fra 1972 til 2015: $\frac{420\,000\ kr}{40\,000\ kr} = \frac{42}{4} = \underline{10{,}5}$

Endring i KPI fra 1972 til 2015: $\frac{139{,}8}{20{,}4}$

Siden dette er tungvint og tar litt tid å beregne, gjør vi heller et overslag:

$$\frac{139{,}8}{20{,}4} < \frac{140}{20} = \underline{7}$$

$$\underline{\underline{\frac{139{,}8}{20{,}4} < 7 < 10{,}5}}$$

Ved å runde opp teller og runde ned nevner vil vi få en verdi som er litt større enn den egentlige.

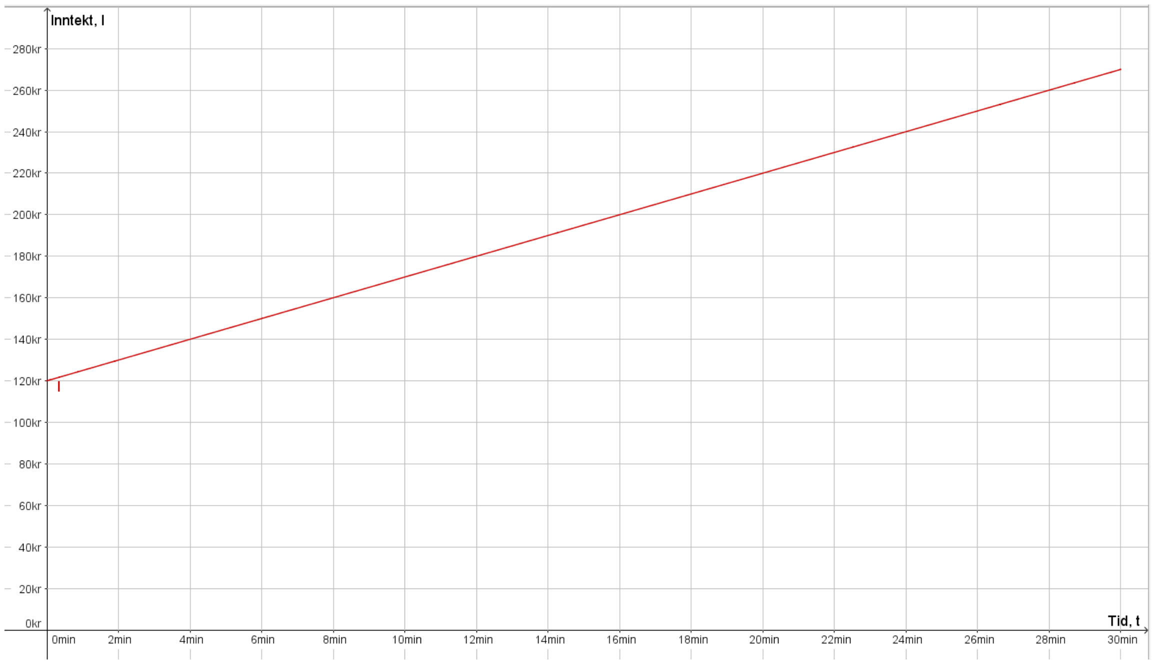
Ådnes datter har i 2015 en inntekt 10,5 ganger større enn Ådnes i 1972. I samme periode har KPI steget i underkant av 7 ganger 1972-nivå.

<u>Ådnes datter har større kjøpekraft i 2015 enn Ådne hadde i 1972.</u>

Oppgave 11

Bob-Kåre kjører drosje. Inntekt fra hver drosjetur beregnes i taksameteret ut fra et fast påslag på 120 kr ved oppstart av hver tur (starttakst), og en tidstakst på 5 kr per minutt fra turen starter frem til 30 min er gått, da taksameteret går over til kilometertakst. Inntekten (I) i tidstakstintervallet kan beskrives som en funksjon av tiden (t):

$$\boldsymbol{I(t) = 5t + 120}, \qquad \boldsymbol{0 \leq t \leq 30}$$



Oppgave 12

a) Generell formel for eksponentialfunksjon:

$$f(x) = a \cdot p^x$$

der a er startverdi, p er vekstfaktor og x er tid.

Siden funksjonen skal vise penger i banken x år etter innskudd, blir a = 8 000.
Det gir funksjonen:

$$f(x) = 8000 \cdot p^x$$

Etter 1 år er sparebeløpet blitt 8200 kr. Dette kan vi sette inn funksjonen:

$$f(1) = 8200 = 8000 \cdot p^1$$
$$8200 = 8000p$$
$$p = \frac{8200}{8000} = \frac{8000}{8000} + \frac{200}{8000} = 1 + \frac{2}{80} = 1 + \frac{1}{40} = 1 + \frac{1}{40} = \underline{1{,}025}$$

Funksjon for sparebeløpet blir da:

$$f(x) = 8000 \cdot 1{,}025^x$$

der x er antall år etter innskudd.

Del 2

Oppgave 1

Aksjeverdi i dag: 80 000 kr

Månedlig verdiøkning de neste seks mnd: 4,5 % $\Rightarrow$ Vekstfaktor: 1,045

Månedlig økning fra 6 til 12 mnd: -4,5 % $\Rightarrow$ Vekstfaktor: 0,955

Aksjeverdi etter 1 år: $80\,000\ kr \cdot 1{,}045^6 \cdot 0{,}955^6 = \underline{\underline{79\,032{,}91\ kr}}$

Oppgave 2

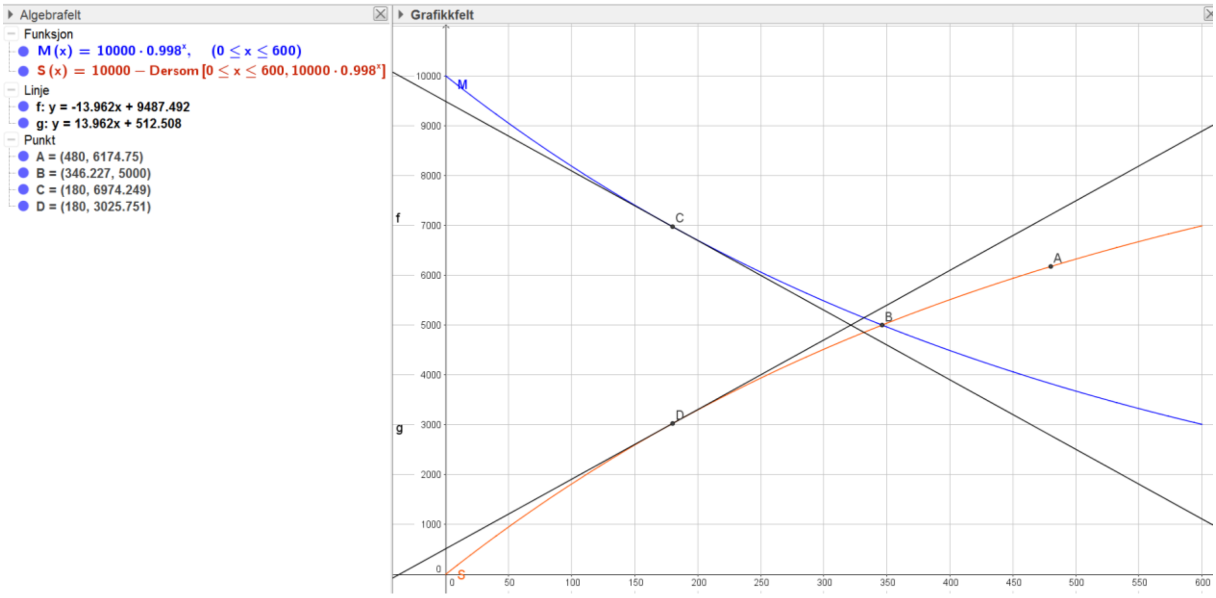
a) $M(0) = 10\,000 \cdot 0{,}998^0 = \underline{10\,000}$

<u>10 000 er innholdet av melk i tanken, i antall liter, når lekkasjen oppstår.</u>

0,998 vil da være vekstfaktoren. 1,000 – 0,998 = 0,002 = <u>0,2 %</u>
Tanken taper 0,2 % av innholdet sitt hvert minutt. <u>Dvs at 0,998 forteller hvor mye melk som er igjen på tanken etter x antall minutter.</u>

b) og c) Funksjonene er definert i intervallet 0≤x≤600. Geogebra-kommandoen Funksjon[<Funksjon>, <Start>, <Slutt>] kan benyttes til å plotte grafen.

Skriver inn «M(x)=Funksjon[10000*0.998^x, 0, 600]».
$S(x) = 10000 \cdot (1-0{,}998^x) = 10000 - M(x)$. Legger inn «S(x) = 10000 – M» i Geogebra.



Skjæringspunkt:
Velger «Skjæring mellom to objekt» i GeoGebra og markerer grafene. Skjæringspunktet, som er gitt som punkt B på grafen, er (346,227 , 5000).

d) S(480) = 6174.75
Siden M(x) er gjenværende mengde melk på tanken og S(x) = 10000 – M(x), gir S(x) hvor mye melk som har lekket ut.

e) Skriver «Tangent[180, M]» og gjentar for S(x). Vekstfarten er stigningstallet til tangentene.
Momentan vekstfart M, når x = 180 (linje f): -13,962 l/min
Momentan vekstfart S, når x = 180 (linje g): 13,962 l/min

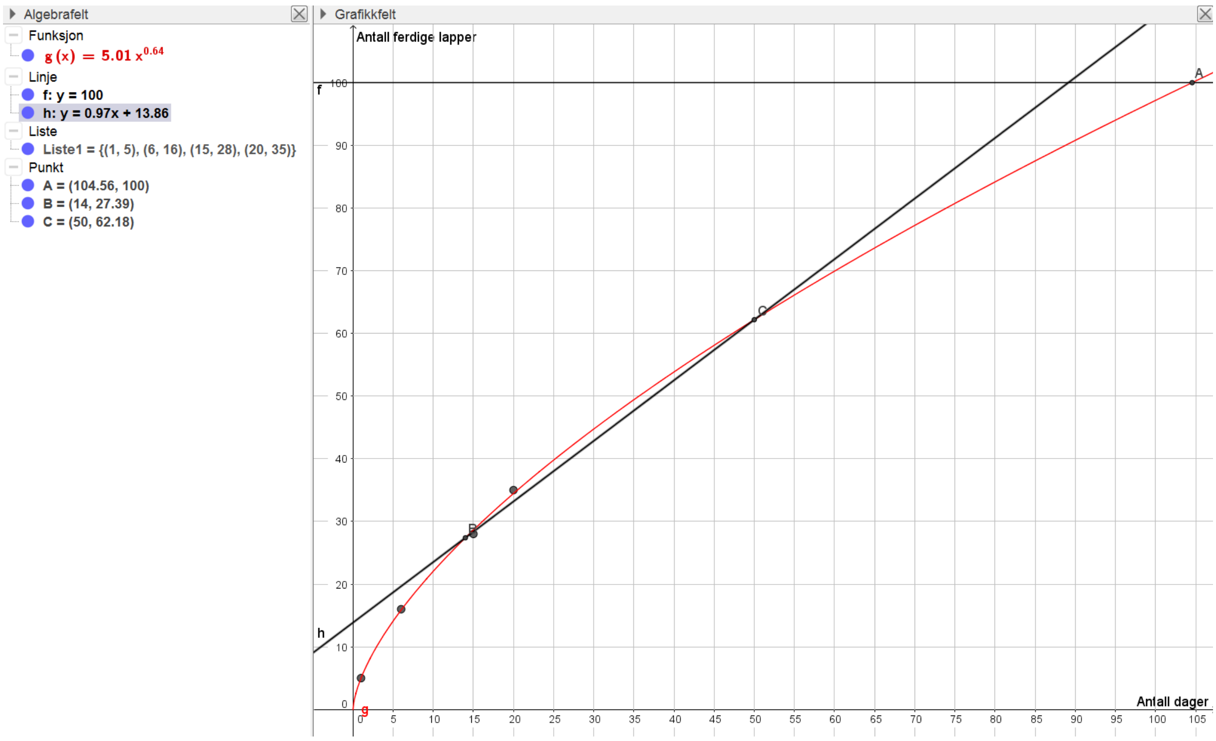
Momentan vekstfart for M forteller hvor fort det gjenværende volumet av melk i tanken avtar. Momentan vekstfart for S forteller hvor fort melken lekker ut. (Derfor man får samme mengde med ulikt fortegn.)

Oppgave 3

a) Oppgaven kan løses i Excel eller Geogebra. Her har jeg valgt Geogebra.

Legg verdiene inn i regnearket og velg «Regresjonsanalyse». Velger «potens» som regresjonsmodell.

Antall dager etter start	1	6	15	20
Antall ferdige lapper	5	16	28	35



Antall lapper kan uttrykkes med funksjonen $g(x) = 5{,}01x^{0{,}64}$.

b) Legger inn en linje y=100, og deretter «Skjæring mellom to objekt». Dette gir punkt A = (104,56 , 100). (Her er det naturlig å runde opp til nærmeste hele dag fordi alle verdier mellom 104 og 105 kan tolkes som at dag nr 105 er påbegynt.)

Hun kan forvente å få ferdig 100 lapper i løpet av 105 dager.

c) Den gjennomsnittlige vekstfarten vil være stigningstallet til linjen h.
Gjennomsnittlig vekstfart er da 0,97 lapper/dag.
Svaret gir en prediksjon om hvor mange lapper hun vil i gjennomsnitt vil kunne hekle per dag ifra dag 14 til dag 50.

Oppgave 4

Vi kan lage et kryssdiagram for å vå oversikt:

	Spiller fotball	Spiller ikke fotball	Totalt
Spiller håndball	16-12 = 4 / 10-6 = 4	8-2 = 6	10
Spiller ikke håndball	14-2 = 12	2	24-10 = 14
Totalt	16	24-16 = 8	24

a) Seks elever spiller håndball, men ikke fotball.
Sannsynligheten for å trekke ut en elev som spiller håndball, men ikke fotball blir da:

$$\frac{6}{24} = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$$

b) Det er 16 elever som spiller fotball. Av disse spiller fire også håndball. Siden forutsetningen er at eleven som har blitt trukket ut spiller fotball, vil sannsynligheten for at denne eleven også spiller håndball bli:

$$\frac{4}{16} = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$$

Oppgave 5

a) Formel for volumet av en sylinder er:

$$V = \pi r^2 h$$

$r = \frac{d}{2} = \frac{21\ cm}{2} = 10{,}5\ cm = 1{,}05\ dm$, h = 29 cm = 2,9 dm

Gryta kan da maksimalt romme:

$$V = \pi \cdot (1{,}05\ \text{dm})^2 \cdot 2{,}9\ \text{dm} \approx 10{,}04\ \text{dm}^3 \approx \underline{10\ \text{L}}$$

b) Volumet av en kjegle er gitt ved formelen:

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

Volumet av hvert glass vil da være:

$$V = \frac{\pi \cdot (0{,}5\ dm)^2 \cdot 1{,}2\ dm}{3} \approx \underline{0{,}31\ dm^3} = \underline{0{,}31\ L}$$

Siden gryta er ¾ full, trenger vi

$$\frac{10{,}04\ L \cdot \frac{3}{4}}{0{,}31L} \approx 23{,}98 \approx \underline{\underline{24\ glass}}$$

Oppgave 6

Løser denne i Excel.

a)

	A	B	C	D	E
1		2014	2015	Formler:	
2	Måned	Forbruk (kWh)	Forbruk (kWh)	Kolonne B	Kolonne C
3	Januar	1936	1704		
4	Februar	846	1505		
5	Mars	2144	1610		
6	April	1581	1422		
7	Mai	1499	1499		
8	Juni	521	1083		
9	**Gjennomsnitt**	**1421**	**1471**	=GJENNOMSNITT(B3:B8)	=GJENNOMSNITT(C3:C8)
10	**Standardavvik**	**571,6**	**195,1**	=STDAV.P(B3:B8)	=STDAV.P(C3:C8)

b) Standardavvik er et mål på hvor mye verdiene i utvalget i gjennomsnitt avviker fra gjennomsnittsverdien.
<u>Familien hadde et betraktelig høyere standardavvik første halvdel av 2014 i forhold til første halvdel av 2015. Det betyr at forbruket i første halvdel av 2014 har variert mer og avviker mer fra gjennomsnittsverdien, mens første halvdel av 2015 har hatt et mer jevnt strøforbruk over perioden.</u>

Oppgave 7

a)

	A	B	C	D
1		Relativ andel av innkjøpspris	Andel av pris:	Formler (kol. C)
2	Innkjøpspris:		kr 800,00	
3	Kostnader til transport, toll og merverdiavgift	60 %	kr 480,00	=B3*C2
4	Fortjeneste		kr 240,00	=HVIS(C2<1000;B5*C2;B6*C2)
5	*-varer med innkjøpspris < 1 000 kr*	30 %		
6	*-varer med innkjøpspris ≥ 1 000 kr*	25 %		
7	**Utsalgspris**		**kr 1 520,00**	=SUMMER(C2:C4)
8				

b) Innkjøpspris på 800 kr gir en utsalgspris på 1 520 kr.

	A	B	C	D
1		Relativ andel av innkjøpspris	Andel av pris:	Formler (kol. C)
2	Innkjøpspris:		kr 1 200,00	
3	Kostnader til transport, toll og merverdiavgift	60 %	kr 720,00	=B3*C2
4	Fortjeneste		kr 300,00	=HVIS(C2<1000;B5*C2;B6*C2)
5	*-varer med innkjøpspris < 1 000 kr*	30 %		
6	*-varer med innkjøpspris ≥ 1 000 kr*	25 %		
7	**Utsalgspris**		**kr 2 220,00**	=SUMMER(C2:C4)
8				

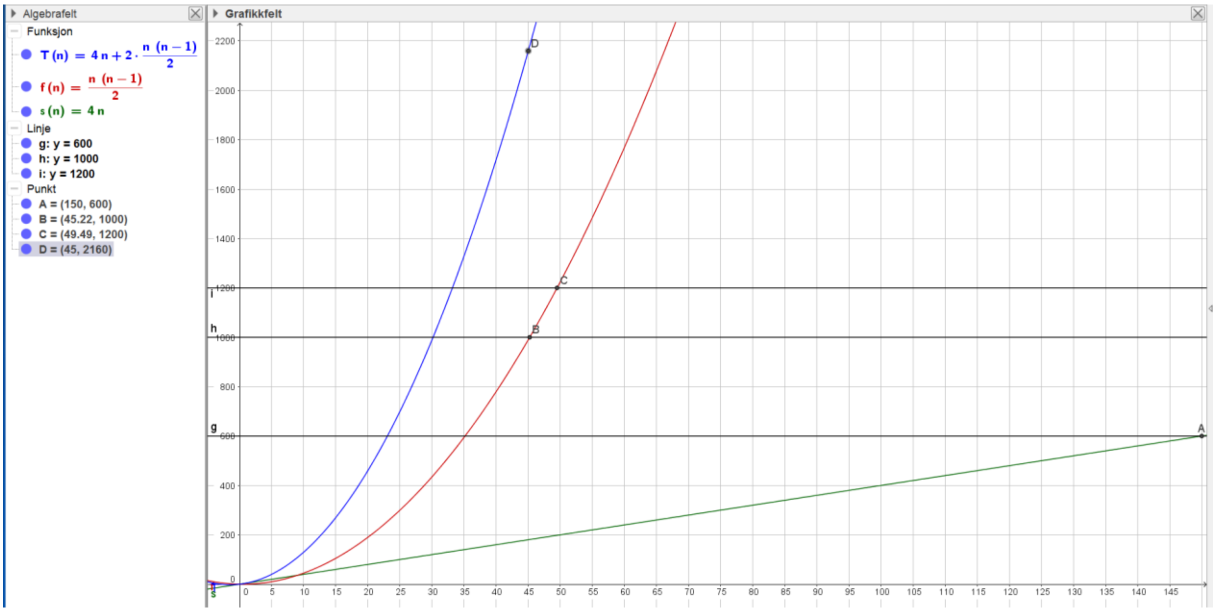
Innkjøpspris på 1 200 kr gir en utsalgspris på 2 220 kr.

Oppgave 8

a) , b) og c)

Figur	1	2	3	4	5	n
Antall svarte pinner	4 · 1 = 4	4 · 2 = 8	4 · 3 = 12	4 · 4 = 16	5 · 5 = 25	4n
Antall røde pinner	$\frac{1 \cdot 0}{2} = 0$	$\frac{2 \cdot 1}{2} = 2$	$\frac{3 \cdot 2}{2} = 3$	$\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$	$\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$	$\frac{n(n-1)}{2}$
Antall blå pinner	$\frac{1 \cdot 0}{2} = 0$	$\frac{2 \cdot 1}{2} = 2$	$\frac{3 \cdot 2}{2} = 3$	$\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$	$\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$	$\frac{n(n-1)}{2}$
Summen av røde og blå pinner	0	4	6	12	20	$2 \cdot \frac{n(n-1)}{2} = \underline{\underline{n(n-1)}}$

d) Funksjonen s(n) = 4n beskriver antall svarte pinner i figuren og funksjonen f(n) = $\frac{n(n-1)}{2}$ antallet av blå og røde pinner. Totalt antall pinner kan beskrives som T(n) = s(n) + 2 · f(n).



Plotter inn linjene y=600, y=100 og y=1200. Bruker «Skjæring mellom to objekt» for å få punktene hvor pinnene passerer antall tilgjengelige.

Da kommer det tydelig fram at man bruker opp antall røde pinner før de svarte (punkt B). Figur nr 45 i rekka er den største man kan lage med de tilgjengelige pinnene. Plotter punktet (45, T(45)) som er vist som punkt D på grafen.

<u>Figur nr 45 vil inneholde 2160 pinner.</u>