Løsningsforslag eksamen etter forkurs til lærerutdanningene 2018

Del 1 – uten hjelpemidler

Oppgave 1

Totalt er det 60 epler i kassa.

20 % grønne epler tilsvarer: $\frac{60 \cdot 20}{100} = \frac{1200}{100} = 12$ grønne epler (eller $\frac{1}{5} av\ 60 = \frac{60}{5} = 12$)

$\frac{7}{12}$ røde epler tilsvarer: $\frac{7 \cdot 60}{12} = 7 \cdot 5 = 35$ røde epler

Resten av eplene i kassa må da være gule: 60 epler – 12 grønne – 35 røde = 13 gule epler

Oppgave 2

$$\frac{7{,}5 \cdot 10^5 \cdot 4{,}0 \cdot 10^6}{2{,}5 \cdot 10^{-4}} = \frac{7{,}5 \cdot 4{,}0 \cdot 10^{5+6}}{2{,}5 \cdot 10^{-4}} = 3{,}0 \cdot 4{,}0 \cdot 10^{5+6+4} = 12{,}0 \cdot 10^{15} = 1{,}2 \cdot 10^{16}$$

Oppgave 3

$$Reallønn = \frac{nominell\ lønn \cdot 100}{KPI} = \frac{440\ 000\ kr \cdot 100}{88} = \frac{44}{88} \cdot 10\ 000\ kr \cdot 100$$
$$= 0{,}5 \cdot 1000\ 000\ kr = 500\ 000\ kr$$

Reallønna til Svein i 2008 var på 500 000 kr

Oppgave 4

Typetallet er 0, fordi det er denne verdien som har høyest frekvens (80 personer har ikke benyttet treningsrommet). Siden vi har totalt 150 ansatte, vil de to midterste verdiene være ansatt nr. 75 og 76. Vi ser at begge disse personene befinner seg i gruppen som trente 0 ganger (fordi denne gruppen inneholder de 80 første personene). **Det betyr at medianen er 0** i dette tallmaterialet. Til slutt finner gjennomsnittet ved å multiplisere antall ganger med antall personer og dividere med det totale antallet personer:

$$Gjennomsnitt = \frac{0 \cdot 80 + 1 \cdot 10 + 2 \cdot 15 + 3 \cdot 25 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 15}{150} = \frac{210}{150} = \frac{21}{15} = \frac{7}{5} = 1{,}4$$

De ansatte trener i gjennomsnitt 1,4 ganger i løpet av en uke.

(Vi kan også utvide tabellen med en kolonne for kumulativ frekvens og en for x · f, men det er ikke nødvendig hvis vi forklarer og viser utregninger som ovenfor)

Oppgave 5

Vi setter lengden av AB = x og lengden av BC = 2x (fordi den er dobbelt så lang som AB).

Vi vet at arealet av en trekant er gitt ved: $A = \frac{g \cdot h}{2}$

Da får vi følgende likning å løse:

$$\frac{x \cdot 2x}{2} = 49 \Leftrightarrow \frac{2x^2}{2} = 49 \Leftrightarrow x^2 = 49 \Rightarrow x = 7$$

Det betyr at AB = 7 cm og BC = 7 cm · 2 = 14 cm

I denne oppgaven er det også mulig å prøve seg fram, slik at man til slutt finner at

$$\frac{7cm \cdot 14cm}{2} = 49\ cm^2$$

Oppgave 6

a) Vi ser at produktet av antall elever multiplisert med prisen per elev alltid blir 8000 kr, f.eks. 2·4000 kr = 8000 kr, 4·2000 kr = 8000 kr, 10·800 kr = 8000 kr etc.
Vi har altså et omvendt proporsjonalt forhold mellom antall elever og pris per elev.
Hvis 25 elever blir med på klassefesten, blir altså prisen per elev:

$$\frac{8000\ kr}{25} = \frac{80}{25} \cdot 100\ kr = 3{,}2 \cdot 100\ kr = 3200\ kr$$

b) Vi setter **x** lik antall elever og **f(x)** lik prisen per elev. Da får vi uttrykket:
$$f(x) = \frac{8000}{x}$$

Oppgave 7

a) Ole reduserer vekten med 16 kg på 40 uker, altså blir stigningstallet $a = \frac{-16}{40} = -0{,}4$
Konstantleddet vil være Oles vekt i dag, b = 100
Vi setter f(x) lik Oles vekt etter x uker. Da får vi den lineære modellen
$f(x) = -0{,}4x + 100$ (eller vi kan skrive $f(x) = 100 - 0{,}4x$)

b) Vi bruker den lineære modellen vi fant i oppgave a)
$$-0{,}4x + 100 = 88 \Leftrightarrow -0{,}4x = -12 \Leftrightarrow x = \frac{12}{0{,}4} = \frac{120}{4} = 30$$
Det vil gå 30 uker før Ole veier 88 kg ifølge den lineære modellen.

c) I en eksponentiell modell vil utgangsvekta bli multiplisert med en vekstfaktor (vf) opphøyd i x antall uker. Her blir vf = 100 % - 0,4 % = 99,6 % = 0,996
Vi setter g(x) lik Oles vekt etter x uker og får følgende eksponentielle modell:
$\underline{\underline{g(x) = 100 \cdot 0{,}996^x}}$

d) Den første uka vil han gå ned $\frac{100kg \cdot 0{,}4}{100} = 0{,}4\ kg$ altså like mye som han går ned hver uke etter den lineære modellen, men den neste uka vil han gå ned 0,4 % av den gjenværende vekta på 99,6 kg. Dette blir mindre enn 0,4 kg, og slik vil det fortsette etter den eksponentielle modellen. Han vil stadig gå ned mindre i vekt for hver uke, fordi den faste prosenten på 0,4 % nedgang regnes av et stadig mindre tall.
<u>Det betyr at han vil gå ned mest i vekt den førts uka, og at han ikke vil klare målet sitt om å gå ned 16 kg på 40 uker etter den eksponentielle modellen.</u>

Oppgave 8

a) Vi ser at antall sirkler øker med 4 for hver figur.
Vi kan derfor skrive mønsteret på følgende måte:
Figur 1 = 6 sirkler
Figur 2 = 6 + 4 = 10 sirkler
Figur 3 = 6 + 4 + 4 = 6 + 2 · 4 = 14 sirkler
Figur 4 = 6 + 4 +4 +4 = 6 + 3 · 4 = 18 sirkler
Figur 5 = 6 + 4 +4 +4 +4 = 6 + 4 · 4 = 22 sirkler
………………………………………………
Figur n = 6 + (n - 1) · 4 = 6 + 4n – 4 = 4n + 2

Det gir følgende tabell:

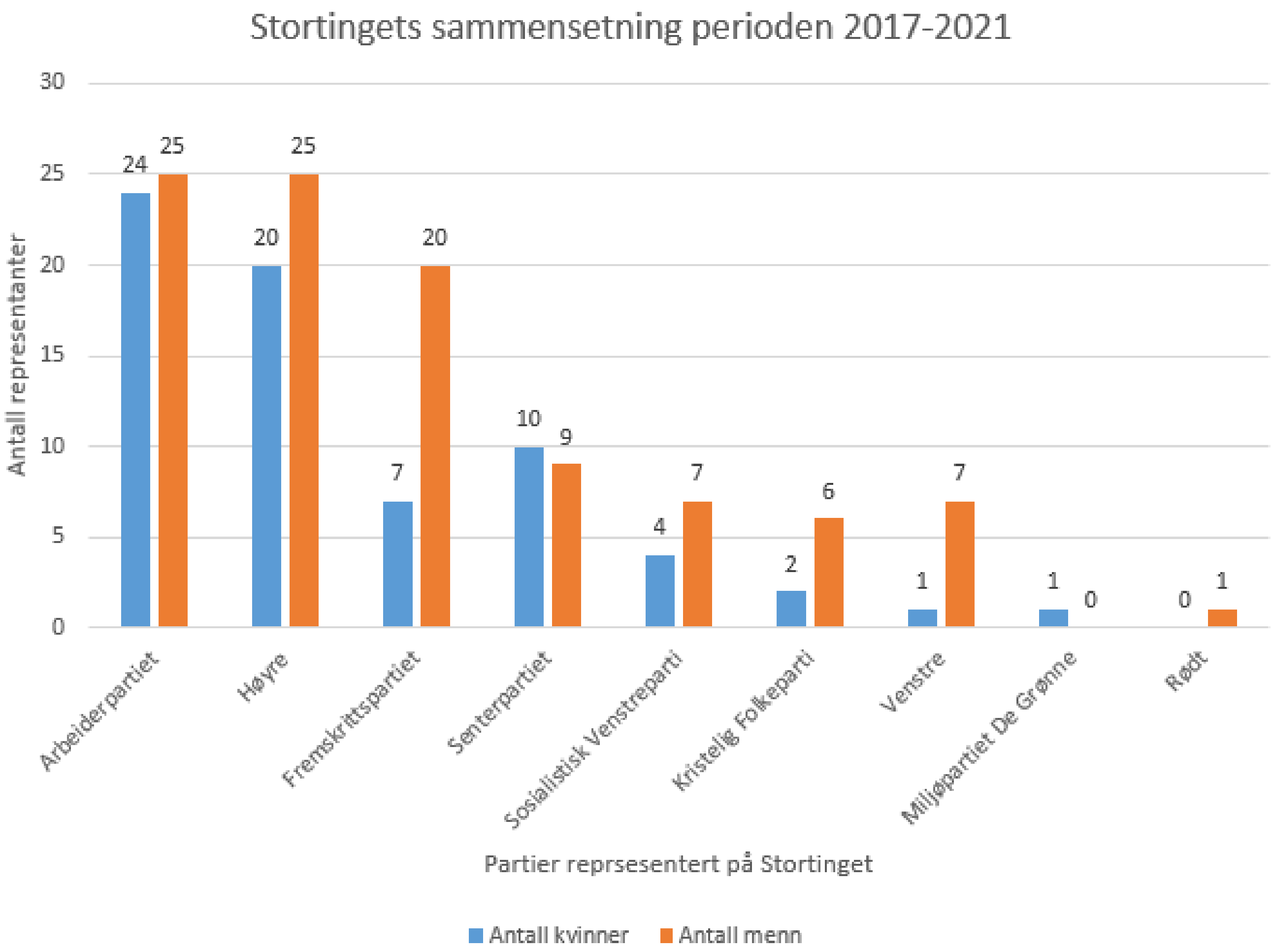
Figur	Antall sirkler
1	6
2	10
3	14
4	18
5	22
n	4n + 2

b) Når n = 100 vil vi altså få 4 · 100 + 2 = 402 sirkler
<u>I figur nummer 100 vil det være 402 sirkler.</u>

Del 2 – med hjelpemidler

Oppgave 1

a) Legger tabellen inn i Excel og bruker diagramveiviseren for å velge et egnet diagram. Skriver inn overskrift og navn på aksene.



b) Lager en ny kolonne i regnearket i Excel, som viser prosentandelen kvinner i hvert parti.

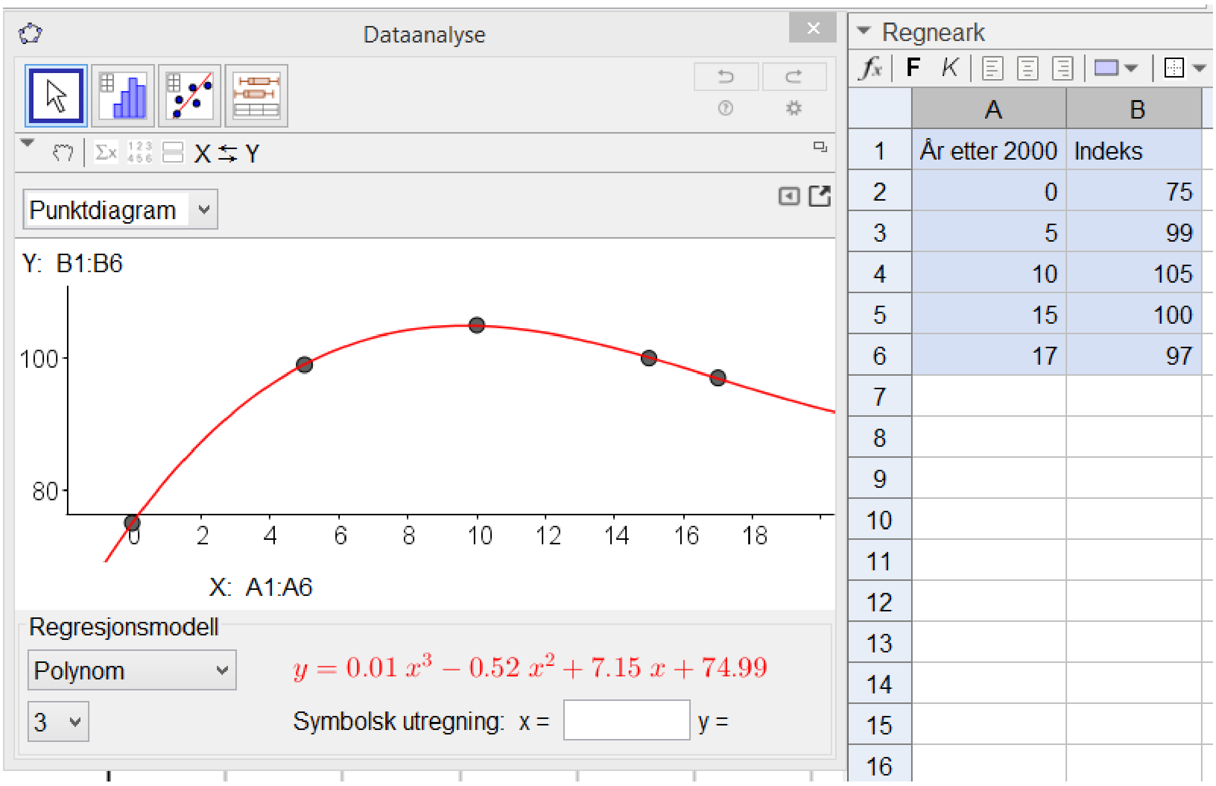
	A	B	C	D
1	**Stortinget ved starten av perioden 2017 - 2021**			
2				
3	**Parti**	**Antall kvinner**	**Antall menn**	**Prosentandel kvinner**
4	Arbeiderpartiet	24	25	49,0 %
5	Høyre	20	25	44,4 %
6	Fremskrittspartiet	7	20	25,9 %
7	Senterpartiet	10	9	52,6 %
8	Sosialistisk Venstreparti	4	7	36,4 %
9	Kristelig Folkeparti	2	6	25,0 %
10	Venstre	1	7	12,5 %
11	Miljøpartiet De Grønne	1	0	100,0 %
12	Rødt	0	1	0,0 %

Formelark til oppgave 1b):

	A	B	C	D
1	**Stortinget ved starten av perioden 2017 - 2021**			
2				
3	**Parti**	**Antall kvinner**	**Antall menn**	**Prosentandel kvinner**
4	Arbeiderpartiet	24	25	=B4/(B4+C4)
5	Høyre	20	25	=B5/(B5+C5)
6	Fremskrittspartiet	7	20	=B6/(B6+C6)
7	Senterpartiet	10	9	=B7/(B7+C7)
8	Sosialistisk Venstreparti	4	7	=B8/(B8+C8)
9	Kristelig Folkeparti	2	6	=B9/(B9+C9)
10	Venstre	1	7	=B10/(B10+C10)
11	Miljøpartiet De Grønne	1	0	=B11/(B11+C11)
12	Rødt	0	1	=B12/(B12+C12)

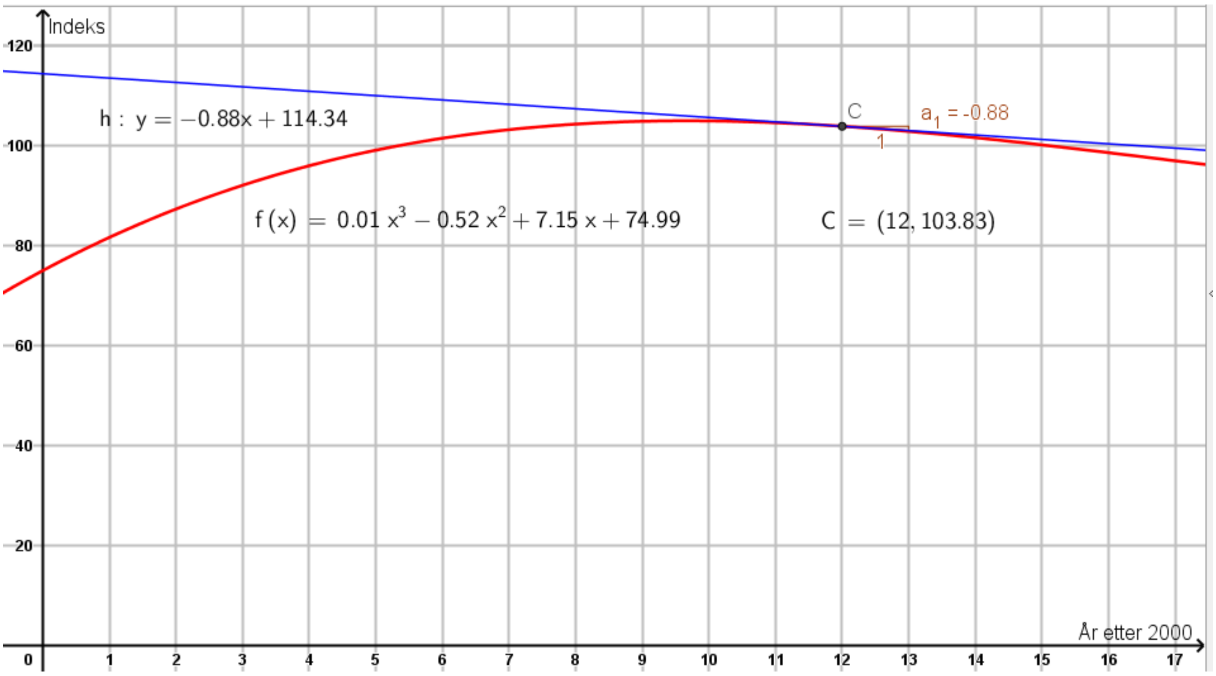
Oppgave 2

a) Skriver inn tabellen i Geogebra og bruker regresjonsanalyse. Velger polynom av tredje grad som modell. Vi ser da at vi får en modell som er temmelig lik tredjegradsmodellen f(x) som er oppgitt i oppgaven, kun konstanleddet er litt forskjellig pga. avrunding.



b) Kopierer modellen i oppgave a) til grafikkfeltet. Skriver inn linjene x = 1 og x = 4 og tar «skjæring mellom to objekt». Får da punktene A og B. Trekker en linje gjennom punktene og bruker kommandoen «stigning» for å finne linjas stigningstall. Den gjennomsnittlige veksten i indeksen er på 4,77 poeng per år mellom 2001 og 2004.

c) Skriver inn linja x = 12 og tar «skjæring mellom to objekt» for å finne punkt C. Bruker kommandoen «tangent» i dette punktet og deretter «stigning» for å finne tangentens stigningstall. Vi ser at den momentane vekstfarten er −0,88 i dette punktet. Det betyr at i 2012 synker indeksen med −0,88 poeng.



(Hvis man skriver inn det oppgitte funksjonsuttrykket, blir svarene 4,76 i b) og −1,01 i c))

Oppgave 3

a) Sannsynligheten for at Jan liker begge bitene, finner vi ved å bruke produktsetningen for avhengige hendelser:

$$\frac{15}{25} \cdot \frac{14}{24} = \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{12} = \frac{21}{60} = \frac{7}{20} = \underline{\underline{35\ \%}}$$

b) Det er kun på to måter Jan kan like nøyaktig en av sjokoladebitene. Enten kan han like første bit og ikke den andre, eller han liker ikke første bit men den andre biten. Her må vi derfor bruke både produktsetningen og addisjonssetningen:

$$\frac{15}{25} \cdot \frac{10}{24} + \frac{10}{25} \cdot \frac{15}{24} = \frac{150}{600} + \frac{150}{600} = \frac{300}{600} = \frac{1}{2} = \underline{\underline{50\ \%}}$$

(I denne oppgaven kan det med fordel tegnes et valgtre, slik at man lettere ser de ulike løsningene)

Oppgave 4

a) Skriver inn verdiene i regnearket i Geogebra og bruker «analyse av en variabel»:

1	Streaks
2	562
3	543
4	514
5	387
6	329
7	280
8	229
9	133
10	118
11	102

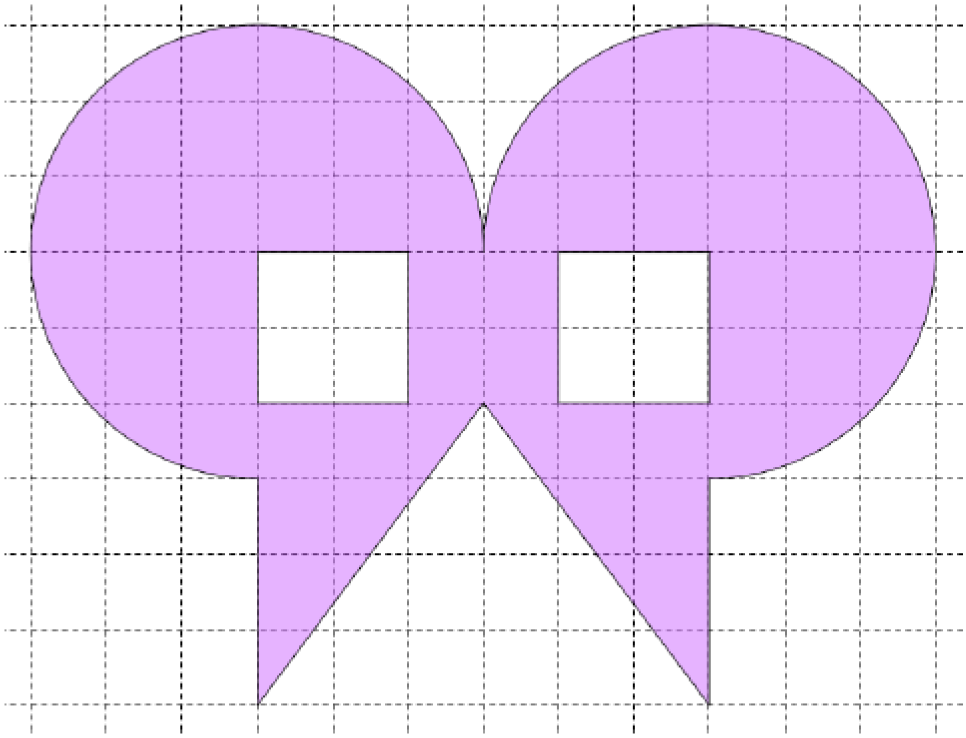
Statistikk

n	10
Gjennomsnitt	319.7
σ	168.4269
s	177.5375
Σx	3197
Σx²	1305757
Min	102
Q1	133
Median	304.5
Q3	514
Maks	562

Gjennomsnittet er 319,7 «streaks» og standardavviket er 177,5 «streaks».

b) Påstand 1) må være feil – i så fall må hun ha et høyere gjennomsnitt enn Anders.
Påstand 2) må også være feil – i så fall ville standardavviket vært null. Det er det ikke.
Påstand 3) kan være riktig – da vil hun høyst sannsynlig få et lavere gjennomsnitt, men et høyere standardavvik enn Anders.

Oppgave 5



a) Hver rute i rutenettet ovenfor er kvadratisk med sider på 1 cm. Vi ser at det lilla området består av to $\frac{3}{4}$ sirkler med radius på 3 cm (til sammen 1,5 sirkler), to trekanter med grunnlinje på 3 cm og høyde på 4 cm og et kvadrat med sider på 2 cm. Vi finner arealet ved å regne ut arealet av hver av disse delene og legge dem sammen:

$$Areal = 1{,}5 \cdot \pi \cdot 3^2 + 2 \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} + 2 \cdot 2 \approx 42{,}4 + 12 + 4 = 58{,}4$$

<u>Arealet av det lilla området er ca. 58,4 cm^2</u>

b) Omkretsen av det lilla området består av to $\frac{3}{4}$ sirkler med radius på 3 cm (til sammen 1,5 sirkler), «kortsider» til to trekanter (3 cm · 2), to hypotenuser til to trekanter og til slutt to hvite kvadrater inne i figuren som hver har en omkrets på 2 cm · 4 = 8 cm.

Vi starter først med å finne lengden til hypotenusene:
$x^2 = 3^2 + 4^2 \Leftrightarrow x^2 = 9 + 16 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$
Lengden til hypotenusene er 5 cm.

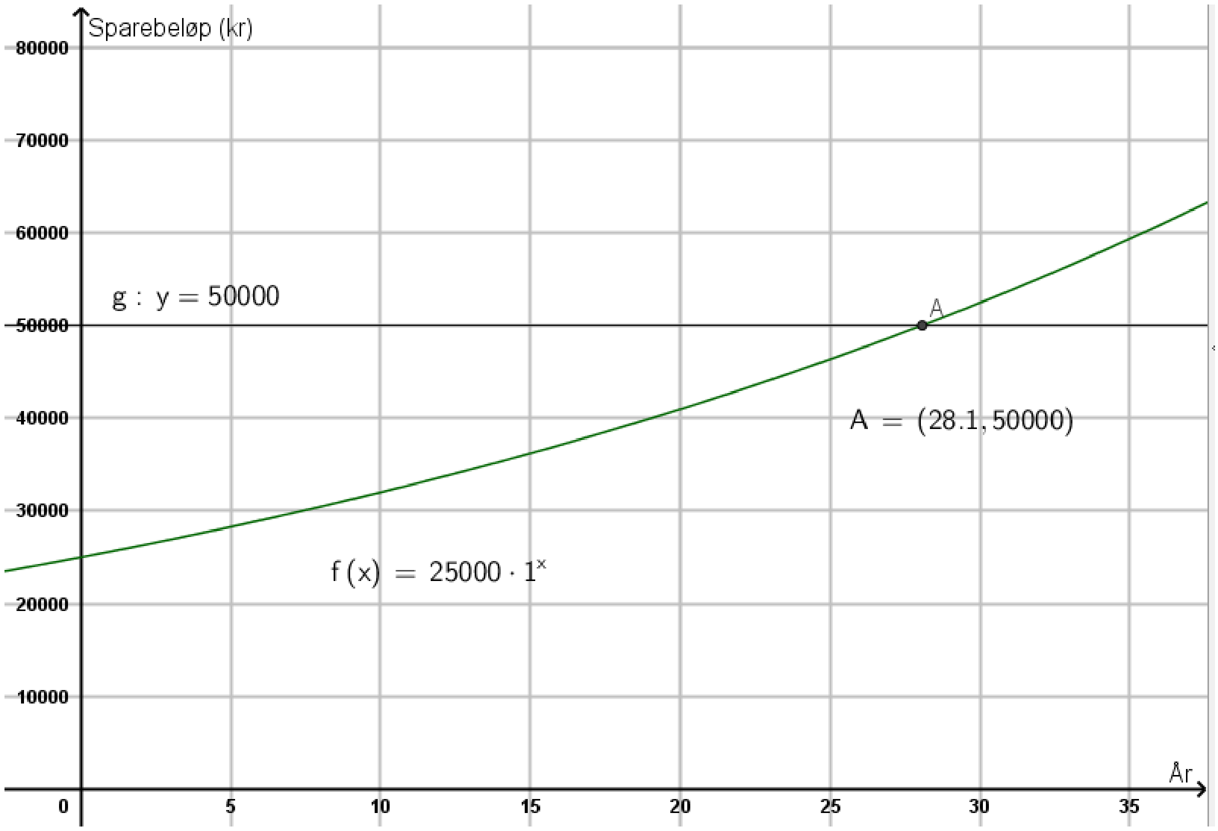
Da kan vi regne ut den samlede omkretsen til det lilla området:
$Omkrets = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 1{,}5 + 3 \cdot 2 + 5 \cdot 2 + 8 \cdot 2 \approx 28{,}3 + 6 + 10 + 16 = 60{,}3$

<u>Omkretsen av det lilla området er på ca. 60,3 cm</u>

Oppgave 6

a) Årlig økning på 2,5 % tilsvarer en vekstfaktor på 1,025.
$25000\ kr\ \cdot 1{,}025^5 \approx 28\,285{,}21\ kr$
<u>Kari har litt over 28 285 kr på sparekontoen i dag.</u>

b) Velger å løse denne oppgaven grafisk i Geogebra (kan også prøve seg fram). Skriver inn funksjonsuttrykket $f(x) = 25000 \cdot 1{,}025^x$ der x er antall år og f(x) er sparebeløpet. Skriver deretter inn y = 50 000 og tar «skjæring mellom to objekt» for å finne punkt A.
<u>Det tar litt over 28 år før beløpet har vokst til 50 000 kr.</u>



c) $25\,000\ kr\ \cdot 1{,}025^9 \approx 31\,221{,}57\ kr$
Hvis hun ikke setter inn mer penger på kontoen vil startbeløpet på 25 000 kr ha vokst til 31 221,57 kr om fire år (dvs. ni år etter at hun satte pengene inn på kontoen).

Hun mangler altså 50 000 kr – 31 221,57 kr = 18 778,43 kr om fire for å få 50 000 kr på kontoen.

Vi regner oss derfor tilbake i tid med 4 år for å finne ut hvor mye hun da må sette inn på kontoen i dag: $18\,778{,}43\ kr\ \cdot\ 1{,}025^{-4} \approx 17\,012{,}33\ kr$

<u>Kari må sette inn ca. 17 012 kr på kontoen i dag for at sparebeløpet skal bli 50 000 kr om fire år.</u>

Oppgave 7

a) 5 L vann tilsvarer 20 deler av blandingsforholdet.
Da er én del lik: $\frac{50\ dl}{20} = \frac{5\ dl}{2} = 2{,}5\ dl$
Lars må tilsette 2,5 dl Jotun Husvask for at blandingsforholdet skal bli 1 **:** 20

b) 6,3 L = 63 dl
Én del av nåværende blanding er: $\frac{63\ dl}{(20+1)} = \frac{63\ dl}{21} = 3\ dl$
Blandingen består altså nå av 3 dl Jotun Husvask og 60 dl vann.

Vannmengden skal være uforandret i blandingsforholdet 1 **:** 15
Én del av den nye blandingen er altså: $\frac{60\ dl}{15} = 4\ dl$
Den nye blandingen skal altså inneholde 4 dl Jotun Husvask.

Det betyr at Lise må tilsette 1 dl Jotun Husvask for å få blandingsforholdet 1 **:** 15

Oppgave 8

Setter alle opplysningene inn i et Excel-regneark. Lager regnearket dynamisk med absolutte cellereferanser og betingelse (hvis-setning) i kolonnen for feriepengesats.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**Feriepenger**							
2	**År**	2018						
3								
4	Feriepengesats for arbeidstakere under 60 år				12,0 %			
5	Feriepengesats for arbeidstakere over 60 år				14,30 %			
6								
7	**Navn**	**Fødselsår**	**Årslønn i 2017 inkludert feriepenger**	**Feriepenger i 2017**	**Feriepenge-grunnlag for 2018**	**Alder**	**Feriepenge-sats**	**Feriepenger i 2018**
8	Mari	1970	kr 734 567,00	kr 76 661,00	kr 657 906,00	48	12,0 %	kr 78 948,72
9	Morten	1998	kr 430 124,00	kr 45 972,00	kr 384 152,00	20	12,0 %	kr 46 098,24
10	Stein	1982	kr 649 345,00	kr 66 540,00	kr 582 805,00	36	12,0 %	kr 69 936,60
11	Inger	1957	kr 385 433,00	kr 40 902,00	kr 344 531,00	61	14,3 %	kr 49 267,93

Formelark til oppgave 8:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**Feriepenger**							
2	**År**	2018						
3								
4	Feriepengesats for arbeidstakere under 60 år				0,12			
5	Feriepengesats for arbeidstakere over 60 år				0,143			
6								
7	**Navn**	**Fødselsår**	**Årslønn i 2017 inkludert feriepenger**	**Feriepenger i 2017**	**Feriepenge-grunnlag for 2018**	**Alder**	**Feriepenge-sats**	**Feriepenger i 2018**
8	Mari	1970	734567	76661	=C8-D8	=$B$2-B8	=HVIS(F8<60;$E$4;HVIS(F8>59;$E$5))	=E8*G8
9	Morten	1998	430124	45972	=C9-D9	=$B$2-B9	=HVIS(F9<60;$E$4;HVIS(F9>59;$E$5))	=E9*G9
10	Stein	1982	649345	66540	=C10-D10	=$B$2-B10	=HVIS(F10<60;$E$4;HVIS(F10>59;$E$5))	=E10*G10
11	Inger	1957	385433	40902	=C11-D11	=$B$2-B11	=HVIS(F11<60;$E$4;HVIS(F11>59;$E$5))	=E11*G11