Løsningsforslag til eksamen i matematikk 1P og 2P forkurs 2017

Del 1 – uten hjelpemidler

Oppgave 1

a) Variasjonsbredden = 6 – 0 = $\underline{\underline{6}}$, Gjennomsnitt $= \frac{42}{12} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} = 3{,}5$
For å finne medianen setter vi opp i stigende rekkefølge: 0 1 1 2 3 4 5 5 5 5 5 6
Her har vi 12 verdier og de to midterste verdiene blir derfor verdi nummer 6 og 7.
Medianen $= \frac{4+5}{2} = \frac{9}{2} = 4{,}5$

b) Setter opp en tabell som viser frekvens og kumulativ frekvens for antall treninger hver uke:

Treninger	Frekvens	Kumulativ frekvens
0	1	1
1	2	3
2	1	4
3	1	5
4	1	6
5	5	11
6	1	12
Sum	12	

c) Den kumulative frekvensen for fire treninger hver uke, forteller oss at Inger i 6 uker har trent 4 eller færre ganger per uke.

Oppgave 2

$$2{,}5 \cdot 10^{15} \cdot 0{,}00006 = 2{,}5 \cdot 10^{15} \cdot 6 \cdot 10^{-5} = 2{,}5 \cdot 6 \cdot 10^{15} \cdot 10^{-5} = 15 \cdot 10^{10} = 1{,}5 \cdot 10^{11}$$

Oppgave 3

Espresso : Melk = 1 : 3

En del av blandingen = $\frac{3\ dl}{(1+3)} = \frac{3\ dl}{4} = 0{,}75$ dl

Det skal være 3 deler melk, altså blir det 0,75 dl · 3 = 2,25 dl melk i blandingen.

Oppgave 4

Setter opp en tabell for å strukturere opplysningene i oppgaven:

År	2016	2020
Pris (kr)	480	x
Indeks	120	96

Bruker indeksformelen for å finne varens pris i 2020 når prisen skal følge indeksen:

$$\frac{x}{480} = \frac{96}{120} \Leftrightarrow 120x = 96 \cdot 480 \Leftrightarrow x = \frac{96 \cdot 480}{120} = 96 \cdot 4 = 384$$

<u>Varen vil koste 384 kr i 2020 hvis prisen følger indeksen.</u>

(**OBS**: Her kan veien om 1 være enklere: $\frac{480\ kr}{120} \cdot 96 = 4 \text{ kr} \cdot 96 = 384 \text{ kr}$)

Oppgave 5

a) Areal halvsirkel $= \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = \frac{\pi}{2}$ Areal trapes $= \frac{(a+b)\cdot h}{2} = \frac{(4+2)\cdot 1}{2} = \frac{6}{2} = 3$
Da er arealet av det lys lilla området = $3 - \frac{\pi}{2}$
Siden $\pi > 3$, vil arealet av halvsirkelen være større enn arealet av det lys lilla området.

b) Høyden vil være lik radius i halvsirkelen = 1 og linjestykket fra A til der høyden treffer AB vil også være 1. Samtidig vil AD = BC.
Bruker Pytagoras for å regne ut AD og BC: $x^2 = 1^2 + 1^2 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$
Omkretsen av trapeset = $4 + 2 + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 6 + 2\sqrt{2}$
Da har vi vist at uttrykket som er oppgitt i oppgaven stemmer!

Oppgave 6

a) Dette er eksponentiell vekst, som kan uttrykkes ved funksjonen
$f(x) = 200\,000 \cdot 0{,}90^x$ der 0,90 er vekstfaktoren ved 10 % nedgang.
Grafen g uttrykker lineær vekst, så den kan det ikke være.
Når verdien synker med 10 % per år vil bilens verdi være 180 000 kr etter ett år.
Dette stemmer med grafen f. Derfor må dette være den riktige grafen.

b) Vekstfaktoren = 100 % - 15 % = 85 % = 0,85
Han kjøpte bilen for tre år siden, så da vil uttrykket bli: $200\,000 \text{ kr} \cdot 0{,}85^{-3}$

Oppgave 7

a) Prisen for ei postkasse: $\frac{19000\ kr - 12850\ kr}{3} = \frac{6150\ kr}{3} = 2050\ kr$
Prisen for ett postkassestativ: 12850 kr – 20150 kr · 3 = 12850 kr – 6150 kr = 6700 kr

b) x er antall postkasser og P(x) er totalprisen for stativet og postkassene.
Da blir den lineære modellen: $\mathrm{P(x)} = 2050\mathrm{x} + 6700$

c) Bruker modellen fra b) for å regne ut prisen for åtte postkasser:
$\mathrm{P}(8) = 2050 \cdot 8 + 6700 = 16400 + 6700 = 23\,100$
Åtte postkasser med ett stativ koster 23 100 kr.

Oppgave 8

Antar at det er 100 fisk i bollen. Det betyr at det er 25 fisk av typen Oranda. Hvis vi slipper oppi like mange Oranda som vi allerede har i bollen, blir det totalt 50 fisk av typen Oranda i bollen. Bollen vil nå inneholde totalt 125 fisk. Regner så ut prosentandelen Oranda i bollen:
$50 \text{ av } 125 \text{ fisk} = \frac{50}{125} = \frac{2}{5} = 40\ \%$

Oppgave 9

Her er det 155 elever. Den midterste verdien blir derfor: $\frac{155+1}{2} = 78$

Vi ser at gruppen [20, 40> går fra verdi nr. 76 til nr. 135 ved å legge sammen frekvensene (kumulativ frekvens). Verdi nr. 78, som vil være medianen, er altså den tredje verdien i denne gruppa.

Vi regner ut medianen: $20 + \frac{20}{60} \cdot 3 = 20 + 1 = 21$

Medianen er 21 minutter reisetid.

Del 2 – med hjelpemidler

Oppgave 1

Siri får 15 % avslag i butikk A. Hun betaler altså 85 % av full pris. Vekstfaktoren er 0,85

For 1,5 kg epler betaler hun da: 18 kr · 1,5 · 0,85 = 22,95 kr

Eivind kjøper 1,5 kg epler i butikk B. Han får 10 % avslag, så da betaler han 90 % av full pris.

Hvis han skal betale det samme som Siri vil det si at 90 % = 22,95 kr.

Da må full pris (100 %) være: $\frac{22{,}95\ kr}{90} \cdot 100 = 25{,}50\ kr$

Dette er for 1,5 kg, så da blir prisen per kg: $\frac{25{,}50\ kr}{1{,}5} = 17\ kr$

Oppgave 2

a) Volumet er grunnflaten · høyden
Her består grunnflaten av et kvadrat og en halvsirkel, mens tykkelsen på isen tilsvarer høyden. Vi regner først ut grunnflaten (G) og deretter volumet av isen.

$$\mathrm{G} = \text{areal kvadrat} + \text{areal halvsirkel} = 6 \cdot 6 + \frac{\pi \cdot 3^2}{2} \approx 50{,}14\ cm^2$$
$$V = 50{,}14\ cm^2 \cdot 1{,}5\ cm = 75{,}21\ cm^3 \approx 75\ ml$$

<u>Volumet til isen er ca. 75 ml.</u>

b) Overflaten (O) av hele isen vil bestå av til sammen arealet av åtte flater.
O = topp+bunn+2 kvadratiske sideflater+2 halvsirkelformede sideflater+2 kortsider

$$\mathrm{O} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3}{2} \cdot 1{,}5 + 6 \cdot 1{,}5 + 2 \cdot 6 \cdot 6 + \frac{2 \cdot \pi \cdot 3^2}{2} + 2 \cdot 6 \cdot 1{,}5$$
$$\approx 14{,}1 + 9 + 72 + 28{,}3 + 18 = 141{,}4\ cm^2$$

<u>Samlet overflate av hele isen er 141,4 cm^2</u>

Oppgave 3

$\frac{1}{5}$ av myntene er laget før 1940 $= \frac{200}{5} = 40$ mynter

Av disse er $\frac{1}{4}$ kobbermynter $= \frac{40}{4} = 10$ kobbermynter

Resten av myntene er laget etter 1940 $= 200 - 40 = 160$ mynter

Av disse myntene er halvparten av kobber $= \frac{160}{2} = 80$ kobbermynter

Velger å sette disse opplysningene opp i en krysstabell:

	Kobber	Ikke kobber	Sum
Før 1940	10	30	40
Etter 1940	80	80	160
Sum	90	110	200

a) P(kobbermynt) = $\frac{10+80}{200} = \frac{90}{200} = \frac{9}{20} = 45\ \%$

b) P(laget før 1940 gitt at vi tar en kobbermynt) = $\frac{10}{90} = \frac{1}{9} \approx 11{,}1\ \%$

Oppgave 4

a) Vinkel A er felles for begge trekantene ABC og ADE. Videre ser vi at vinkel C = vinkel E = 90° (rettvinklet). Da må den siste vinkelen i hver av trekantene også være like store, altså må vinkel B = vinkel D. Dette betyr at trekant ABC er formlik trekant ADE.

b) Regner først ut lengden AB ved Pytagoras: $x^2 = 8^2 + 6^2 \Leftrightarrow x^2 = 100 \Leftrightarrow x = 10$
AB = 10, og da må AD = BD = 5 (siden D er midtpunktet på AB).
Vi vet fra oppgave a) at trekant ABC er formlik trekant ADE. Dette bruker vi til å finne lengden AE:

$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} \Leftrightarrow \frac{x}{8} = \frac{5}{10} \Leftrightarrow 10 \cdot x = 8 \cdot 5 \Leftrightarrow 10x = 40 \Leftrightarrow x = 4$

Lengden AE = 4. Da vet vi også automatisk at lengden CE = 4 (fordi AB = 8)

Vi finner lengden DE ved Pytagoras
$x^2 + 4^2 = 5^2 \Leftrightarrow x^2 + 16 = 25 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = 3$ Altså er DE = 3.

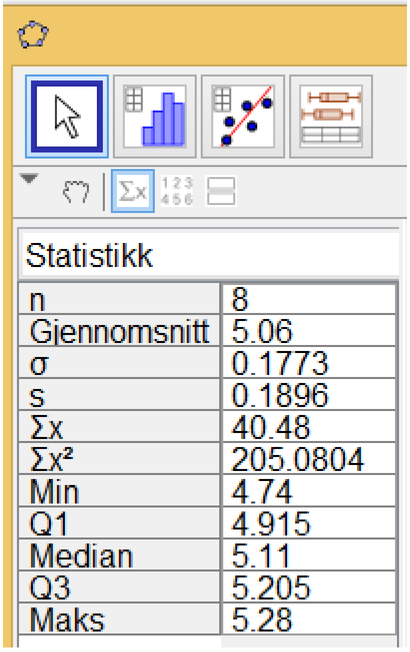
Nå har vi alle lengder vi trenger for å regne ut arealet av trekant ACD og trekant BCD:

$$\text{Arealet av trekant ACD} = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12$$
$$\text{Arealet av trekant BCD} = \text{arealet av trekant ABC} - \text{arealet av trekant ACD}$$
$$= \frac{8 \cdot 6}{2} - 12 = 24 - 12 = 12$$

<u>Da har vi vist at arealet av trekant ACD er lik arealet av trekant BCD</u>

Oppgave 5

a) Vi skriver inn hopplengdene i regnearket i Geogebra og bruker «analyse av en variabel». Da ser vi at gjennomsnittet av Elisabets hopp er 5,06 meter og at standardavviket er 0,1773 meter ≈17,7 cm (kan også bruke 0,1896 som standardavvik)



Statistikk	
n	8
Gjennomsnitt	5.06
σ	0.1773
s	0.1896
Σx	40.48
Σx²	205.0804
Min	4.74
Q1	4.915
Median	5.11
Q3	5.205
Maks	5.28

b) Tone har 25 cm i standardavvik, mens Elisabet har ca. 18 cm i standardavvik på lengdehoppene sine. Det betyr at Tone hadde et større gjennomsnittlig avvik fra sitt gjennomsnitt enn det Elisabet hadde. Hun varierte altså mer i lengdene på hoppene sine enn det Elisabeth gjorde. Elisabet hoppet «jevnere».

Oppgave 6

Bruker Excel til å løse denne oppgaven:

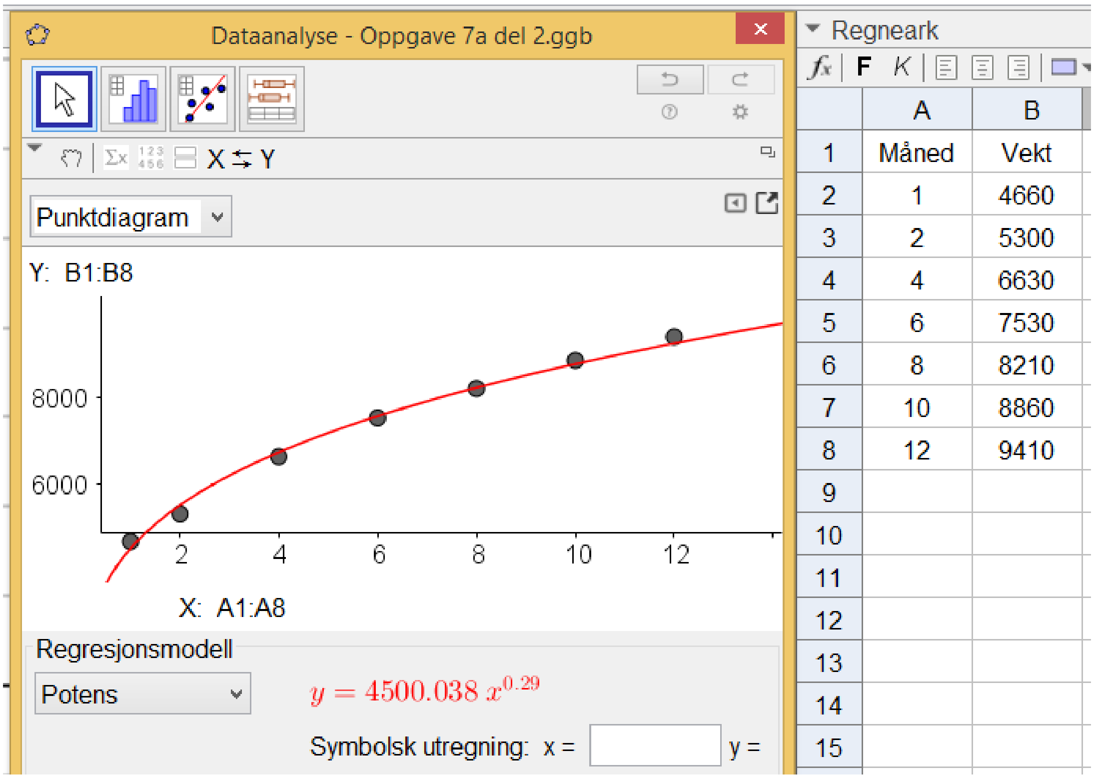
	A	B	C	D	E	F
1	**MAT PÅ NETT**					
2						
3	Kunde	Hansen				
4	Rabatt	10 %				
5						
6						
7		**Antall porsjoner**	**Pris per porsjon**	**Totalt**	**Rabatt (kroner)**	**Å betale**
8	**Dagens fisk**	1	kr 110,00	kr 110,00	kr 11,00	kr 99,00
9	**Dagens kjøtt**	1	kr 120,00	kr 120,00	kr 12,00	kr 108,00
10	**Dagens pasta**	2	kr 75,00	kr 150,00	kr 15,00	kr 135,00
11						
12	**Sum**					kr 342,00
13						
14						
15	**Levering**					
16	**Antall km**	6	**Pris for levering**	50		
17						
18						
19	**Å betale**	kr 392,00				

Her er formelarket:

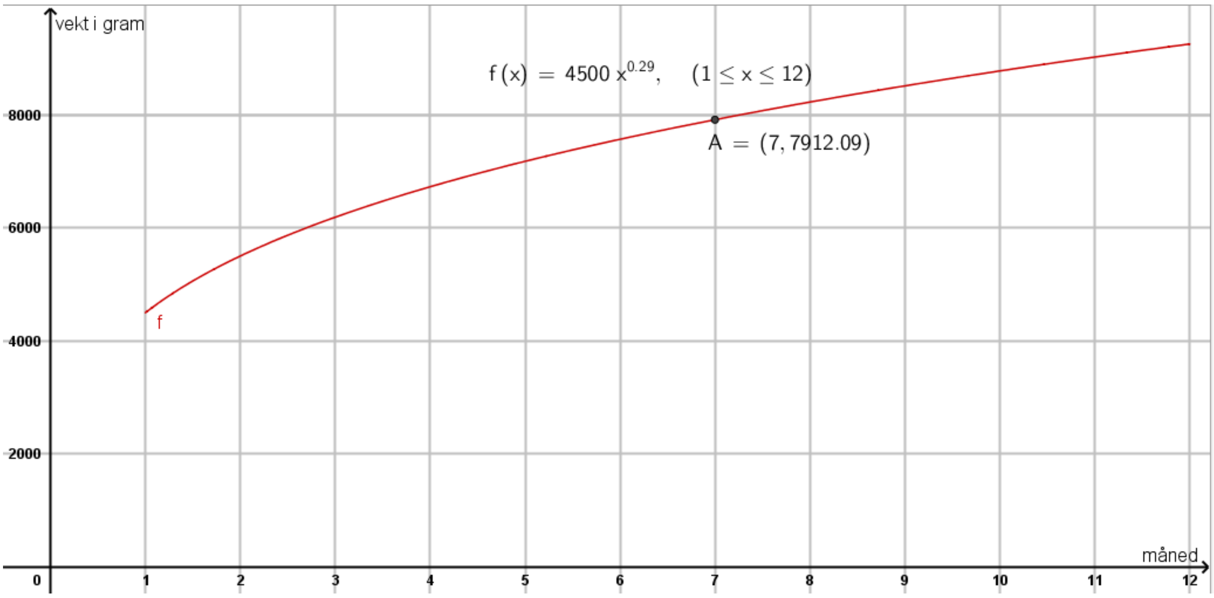
	A	B	C	D	E	F
1	**MAT PÅ NETT**					
2						
3	Kunde	Hansen				
4	Rabatt	0,1				
5						
6						
7		Antall porsjoner	Pris per porsjon	Totalt	Rabatt (kroner)	Å betale
8	Dagens fisk	1	110	=B8*C8	=D8*B4	=D8-E8
9	Dagens kjøtt	1	120	=B9*C9	=D9*B4	=D9-E9
10	Dagens pasta	2	75	=B10*C10	=D10*B4	=D10-E10
11						
12	Sum					=SUMMER(F8:F10)
13						
14						
15	Levering					
16	Antall km	6	Pris for levering	=HVIS(B16<=7;"50";HVIS(B16>=8;"100"))		
17						
18						
19	Å betale	=F12+D16				

Oppgave 7

a) Skriver inn tabellen i regnearket i Geogebra og bruker regresjonsanalyse. Velger potens som modell. Ser at den oppgitte funksjonen stemmer bra med denne modellen.

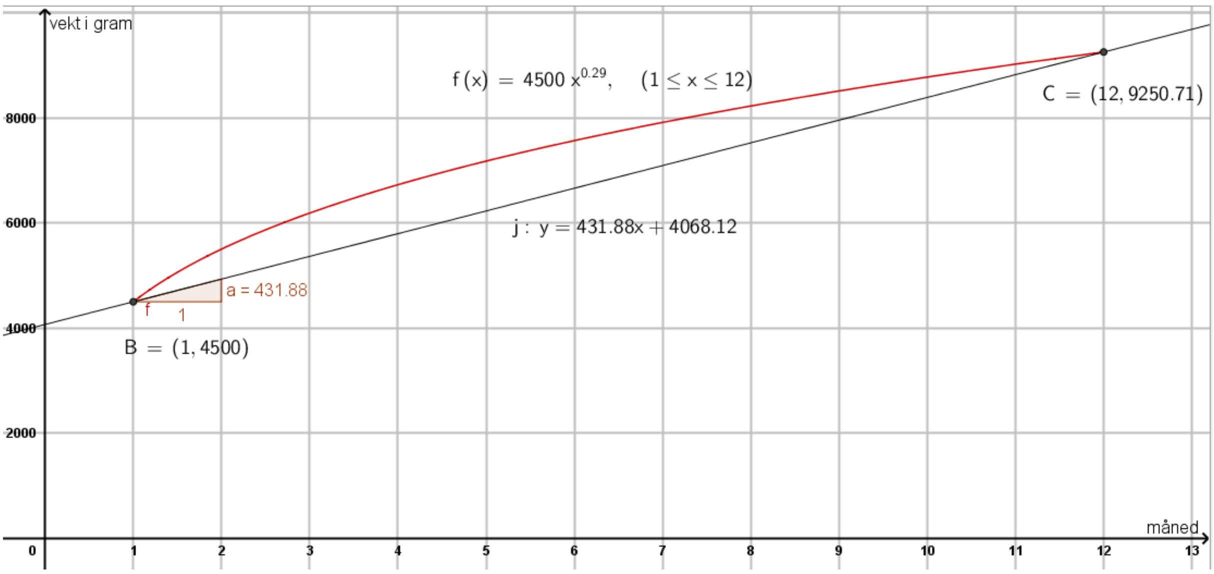


b) Tegner grafen til funksjonen i Geogebra innenfor riktig område og skriver navn på aksene.



c) Skriver inn linja x = 7 og bruker kommandoen «skjæring mellom to objekt». Da får jeg punkt A (se utklippet under forrige deloppgave). Det forteller oss at 7 måneder etter fødeselen er vekten til Tonje ca. 7912 gram.

d) Skrev først inn linjene x = 1 og x = 2, tok «skjæring mellom 2 objekt» og fant punktene B og C. Brukte deretter kommandoen «linje» gjennom disse to punktene. Til slutt brukte jeg kommandoen «stigning» for å finne linjas stigningstall. Ser da at den gjennomsnittlige veksten er ca. 432 gram. Det betyr at Tonjes vekt øker med 432 gram i gjennomsnitt per måned fra den første til den 12 måneden etter hennes fødsel.



e) Skriver inn linja x = 2, tar «skjæring mellom to objekt, og finner punktet D på grafen. Bruker kommandoen «tangent» i dette punktet og til slutt kommandoen «stigning». Den momentane vekstfarten er på ca. 798 gram. Det betyr at akkurat i dette punktet, altså når Tonje er 2 måneder gammel, øker vekta hennes med 798 gram.