FASIT:1P OG 2P EKSEMPELOPPGAVER 2016

DEL 1:

Oppgave 1:

Tabellen gir oss: 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 4 4 4 4 4 4 5 5 6 6

Variasjonsbredde: $6 - 1 = 5$

Typetall: 4

Median: ~~1 1 1 2 2 2 2 3 3~~ **3 4** ~~4 4 4 4 4 5 5 6 6~~ → Gjennomsnitt av de to verdiene: $\frac{3+4}{2} = 3{,}5$

Gjennomsnitt: $\frac{\mathbf{1+1+1+2+2+2+2+3+3+3+4+4+4+4+4+4+5+5+6+6}}{\mathbf{20}} = \frac{\mathbf{66}}{\mathbf{20}} = 3{,}3$

Oppgave 2:

$$\frac{5{,}0 \cdot 10^5 \cdot 6{,}0 \cdot 10^6}{2{,}5 \cdot 10^{-4}} = \frac{30 \cdot 10^{11}}{2{,}5 \cdot 10^{-4}} = \frac{30 \cdot 10^{11-(+4)}}{2{,}5} = \frac{30 \cdot 10^7}{2{,}5}$$

Forkorter videre 30 på 2,5, for så at jeg videre gjør det om til riktig standardform.

$$\frac{30 \cdot 10^7}{2{,}5} = 12 \cdot 10^7 = 1{,}2 \cdot 10^8$$

Oppgave 3:

For å løse denne setter jeg det opp som to brøker, for så å kryss multiplisere brøkene:

$$\frac{Pris}{Indeks} = \qquad \frac{6}{120} = \frac{x}{160}$$

Når jeg kryss multipliserer, så multipliserer jeg det under brøkstreken med det som er over brøkstreken på den andre brøken og omvendt etterpå.

$6 \cdot 160 = 120x$

$960 = 120x \qquad [Dividerer\ på\ 120\ på\ begge\ sider\ for\ å\ få\ x\ alene]$

$x = 8 \qquad Varen\ vil\ ha\ kostet\ 8kr\ i\ 2015\ dersom\ prisen\ hadde\ fulgt\ indeksen.$

Oppgave 4:

Det denne oppgave spør etter er diagonalen til vinduet som har form som et rektangel. For at det kvadratiske vinduet skal få plass gjennom, må diagonalen være større enn 9dm for å få det gjennom på tvers.

Vi vet at den ene siden er 6dm og at den andre siden er 7dm, dette utgjør katetene.

For å finne diagonalen benytter vi oss av Pytagoras-setningen:

$$k_1^2 + k_2^2 = h^2$$

$[De\ små\ tallene\ nederst\ brukes\ for\ å\ illustrere\ at\ katetene\ som\ er\ variabler\ kan\ ha\ ulik\ verdi]$

$6^2 + 7^2 = h^2$
$36 + 49 = h^2$
$85 = h^2$ $\quad [Vi\ må\ nå\ ta\ kvadratroten\ av\ 85]$

Det å ta kvadratroten av 85 vil bli noe plundrete uten kalkulator. Her vi sensor være ute etter forståelsen din og refleksjonen din i forhold til det matematiske. Fordi:

Vi vet at $9 * 9 = 81$ og at $10 * 10 = 100$, ut ifra dette kan vi se at kvadratroten til 85 vil ligge et sted mellom 9 og 10. På bakgrunn av dette har vi gjort en beregning og kan avgjøre at det er mulig å få det kvadratiske vinduet inn gjennom det rektangulære vinduet, da diagonalen er større enn 9dm.

Oppgave 5:

15% minking svarer til vekstfaktoren $100\% - 15\% = 85\% = 0{,}85$. For hvert år som går, finner vi verdien ved å multiplisere forrige års verdi med 0,85. Etter 10 år har vi multiplisert nybilverdien med 0,85 ti (10) ganger. Da får vi:

Uttrykket for verdien etter 10 år: $\underline{\underline{250\ 000\ kr\ \cdot 0{,}85^{10}}}$

[Det er her viktig å ikke henge seg opp i hva prisen blir, for her spør de etter uttrykket!]

Oppgave 6:

a) I et histogram kan vi si at det er **arealet** av «søylen» eller klassen som vi bruker i denne diagramtypen som har mye å si. Vi kan forklare at det var 30 besøkende mellom 30 og 50 år på følgende måte:

Vi kan se på histogrammet som bli oppgitt at klassebredden på x-aksen er $50 - 30 = 20$. Ser vi bort på y-aksen ser vi at denne er gitt ved $\frac{frekvens}{klassebredde}$ og som gir oss informasjonen at antallet innenfor 30år og 50år dividert på klassebredden gir oss 1,5.
Hvis vi nå regner arealet av akkurat denne klassen vil vi få følgende:

$$20 \cdot 1{,}5 = 30$$

Vi kan også sette det opp på denne måten:

$$\frac{frekvens}{klassebredde} = 1{,}5$$

Hvis vi vet at klassebredden er 20, og ser at høyden på klassen er 1,5. Kan vi sette frekvensen som vår ukjent:

$$\frac{x}{20} = 1{,}5$$
$$x = 1.5 \cdot 20$$
$$x = 30$$

b)

Klasse	Klassebredde (x-aksen)	$\frac{Frekvens}{Klassebredde}$ (y-aksen)	Frekvens	Brøk	Prosent
[0, 10>	10	1	$10 \cdot 1 = 10$	$\frac{10}{100}$	10%
[10, 30>	20	2	$20 \cdot 2 = 40$	$\frac{40}{100}$	40%
[30, 50>	20	1,5	$20 \cdot 1{,}5 = 30$	$\frac{30}{100}$	30%
[50, 90>	40	0,5	$40 \cdot 0{,}5 = 20$	$\frac{20}{100}$	20%
Sum			100	$\frac{100}{100}$	100%

<u>Det var 10% av de besøkende som var mellom 0 og 10år.</u>

c) Bruker informasjon fra løsning oppg. b)

Klasse	Klassebredde (x-aksen)	Midtpunkt (Midten av klassen)	Frekvens	$Frekvens \cdot Midtpunkt$
[0, 10>	10	5	10	$10 \cdot 5 = 50$
[10, 30>	20	20	40	$20 \cdot 40 = 800$
[30, 50>	20	40	30	$40 \cdot 30 = 1200$
[50, 90>	40	70	20	$70 \cdot 20 = 1400$
Sum			100	3450

Gjennomsnittsalderen: $\frac{3450}{100} = 34{,}5 \approx 35 år$

Oppgave 7:

$Forholdet\ ren\ saft\ og\ vann\ 1:9 \rightarrow 10\ deler$

$Antall\ personer\ multiplisert\ med\ 0{,}2L = 500 \cdot 0{,}2L = 50 \cdot 2L = 100L\ blandet\ saft\ tilsammen$

$$1\ av\ 10\ deler\ er\ ren\ saft:$$

$$\frac{1}{10} \cdot 100L = \frac{100L}{10} = 10L\ ren\ saft\ går\ med$$

Sander Syvertsen

Oppgave 8:

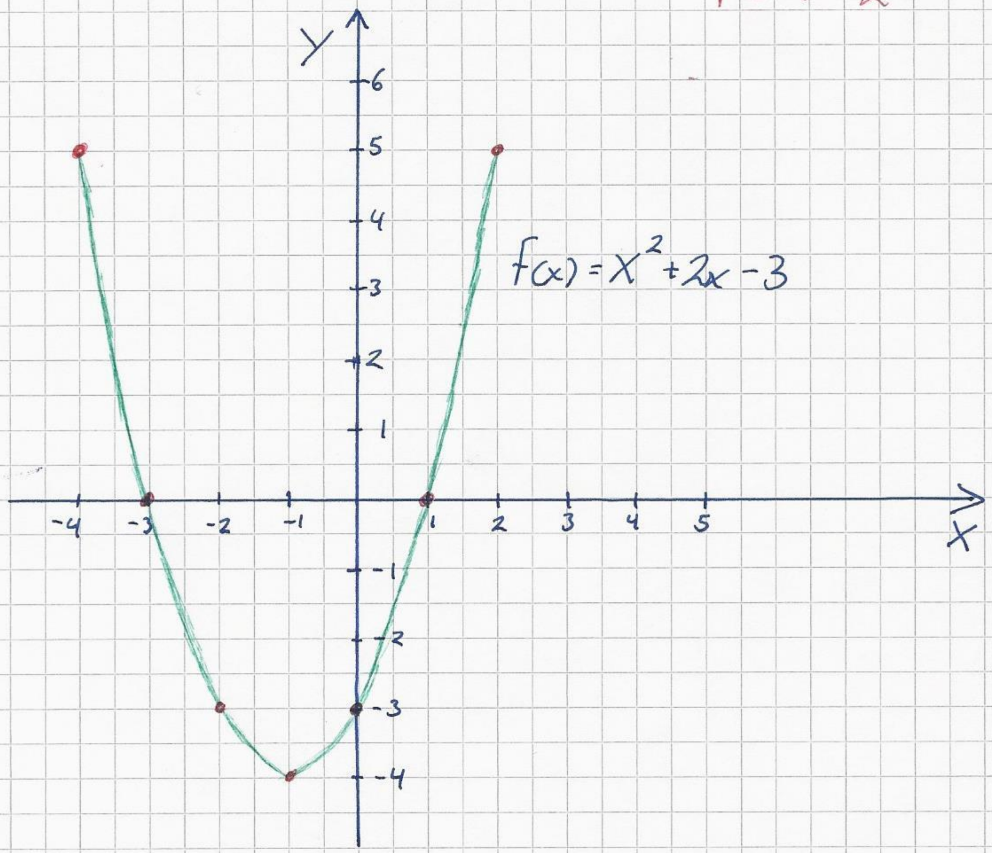
a)

X	-4	-3	-2	-1	0	1	2
f(x)	5	0	-3	-4	-3	0	5

Sett inn x-verdien og regn ut for å finne f(x)

$-4 \leq x \leq 2$

b)



Oppgave 9:

a)

Når jeg skal løse denne oppgaven, benytter jeg meg først av koordinatene vi har blitt gitt, nemlig:

$$(25, 450)\ og\ (50, 650)$$

Vi kan ikke benytte Geogebra til å finne stigningstallet, så dette må vi gjøre ved regning slik:

For å finne stigningstallet, må vi finne ut hvor mye grafen stiger per x-verdi. Dette gjør vi slik:

$$(Størst\ x - verdi) - (Minst\ x - verdi) = lengde\ på\ x - aksen\ mellom\ punktene$$
$$50 - 25 = 25$$

$$(Størst\ y - verdi) - (minst\ y - verdi) = lengden\ på\ y - aksen\ mellom\ punktene$$
$$650 - 450 = 200$$

For å finne ut stigningen per x, kan vi sette opp regnestykket: $\frac{200}{25} = 8 = a$

Vi har nå funnet a i uttrykket $y = ax + b$

Vi må nå finne b ved hjelp av a og informasjonen vi har på en av slangene:

$$450 = 8 \cdot 25 + b$$
$$450 = 200 + b$$
$$450 - 200 = b$$
$$b = 250$$

$$a = 8\ og\ b = 250$$

Uttrykket som passer til lengden på slangen og prisen er: $y = 8x + 250$

b)

b = 250 er prisen som er konstant uansett lengde på slangen.

a = 8 er prisen per meter slange som blir kjøpt.

Oppgave 10:

Navn:	Biggie	Normal	Mini
Pris:	210kr	140kr	35kr
Milliliter (mL):	600	400	100

For å finne prisen til de to andre, velger jeg å finne prisen per mL.

$$\frac{140}{400} = \frac{14}{40} = \frac{1{,}4}{4} = 0{,}35$$

Prisen per mL er 0,35kr og vil si at prisen for Mini vil være gitt ved:

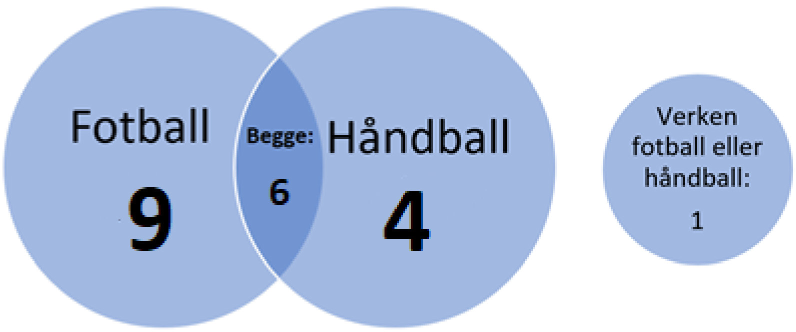
$$0{,}35kr \cdot 100 = 35kr$$

Ettersom Biggie er 6 ganger så stor som Mini, vil prisen til denne være gitt ved:

$$35 \cdot 6 = 210kr$$

Oppgave 11:

a)



Forklaring: Da det er 1 som ikke spiller fotball eller håndball, vil det være 19 elever som driver med sport.

Som vi kan se vil fotball og håndball tilsvare totalt 13 som spiller, altså er det 6 av elevene som spiller både fotball og håndball.

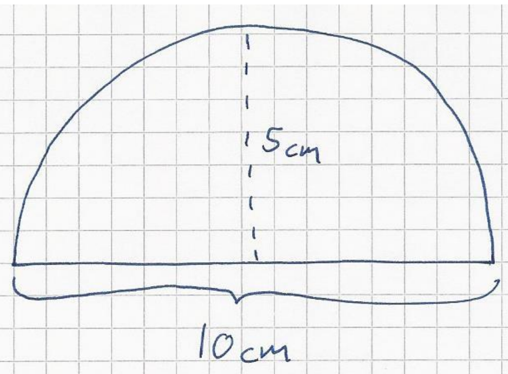
b) De har trukke én elev som spiller fotball, sannsynligheten for at denne eleven i tillegg spiller håndball vil da være $\frac{6}{15}$ ettersom vi vet at han er i gruppen til de som spiller fotball, som er totalt 15 stykker, og av de 15 elevene er det 6 som også spiller håndball.

$$P(At\ en\ som\ spiller\ fotball, også\ spiller\ håndball) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0{,}4 \qquad 0{,}4 \cdot 100\% = 40\%$$

Sander Syvertsen

Oppgave 12:

a)

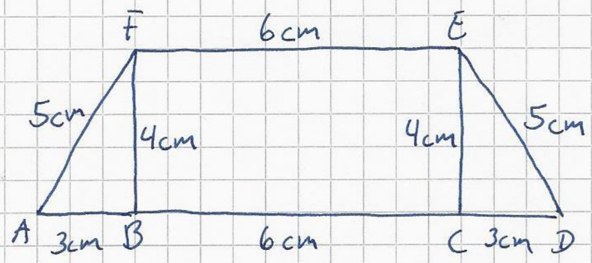


$r = 5\text{ cm}$

$O = D \cdot \pi = 10 \cdot 3{,}14 = 31{,}4$

Halvsirkel: $\frac{31{,}4}{2} = 15{,}7$

Halvsirkel + diameter: $15{,}7 + 10 = \underline{25{,}7\text{ cm}}$



AB og CD:

$k^2 + 4^2 = 5^2$

$k^2 = 5^2 - 4^2$

$k^2 = 25 - 16$

$\sqrt{k^2 = 9}$

$k = 3$

$O = 3 + 3 + 6 + 6 + 5 + 5$

$= 6 + 12 + 10$

$= 28\text{ cm}$

Det er trapeset som har størst omkrets med 28cm.

b)

Areal av halvsirkel: $\frac{\pi r^2}{2} = \frac{3,14 \cdot 5^2}{2} = \frac{3,14 \cdot 25}{2}$

$$\begin{array}{r} \overset{2}{} \\ 3,14 \cdot 25 \\ \hline 1570 \\ 628 \\ \hline = \; 78,50 \\ \hline \end{array}$$

$\frac{78,5}{2} = \underline{39,25\ cm^2}$

Areal av trapes:

Rektangel: $6cm \cdot 4cm = 24cm^2$

trekant: $\frac{3 \cdot 4}{2} = \frac{12}{2} = 6cm^2$

2 trekanter gir $12\ cm^2$

Rektangel + trekantene $= 24cm^2 + 12cm^2 = \underline{36cm^2}$

Rettelse: Det er halvsirkelen som har størst areal med 39,25cm^2

Oppgave 13:

$Areal\ av\ sirkel: \pi r^2$

Areal av trekant: $\frac{g \cdot h}{2} = \frac{(r+r) \cdot r}{2} = \frac{2r^2}{2} = r^2$

Trekker fra arealet til trekanten fra arealet til sirkelen:

$\pi r^2 - r^2$

Vi kan ikke ta bort r^2 da det er multiplikasjon i det ene leddet. Men vi kan faktorisere.

Vi spør oss selv derfor:
1. Hva er felles i de to leddene? Jo, r^2 og vi kan da sette denne utenfor en parentes.

$r^2(\quad\quad)$

2. Vi har r^2, hva må vi multiplisere r^2 med for å få πr^2? Jo, nemlig π

Vi får da: $r^2(\pi\quad\quad)$ men vi er ikke helt ferdig enda!

3. Hva må vi multiplisere r^2 med for å få $-r^2$? Jo, vi må multiplisere med -1

Vi får da: $r^2(\pi - 1)$

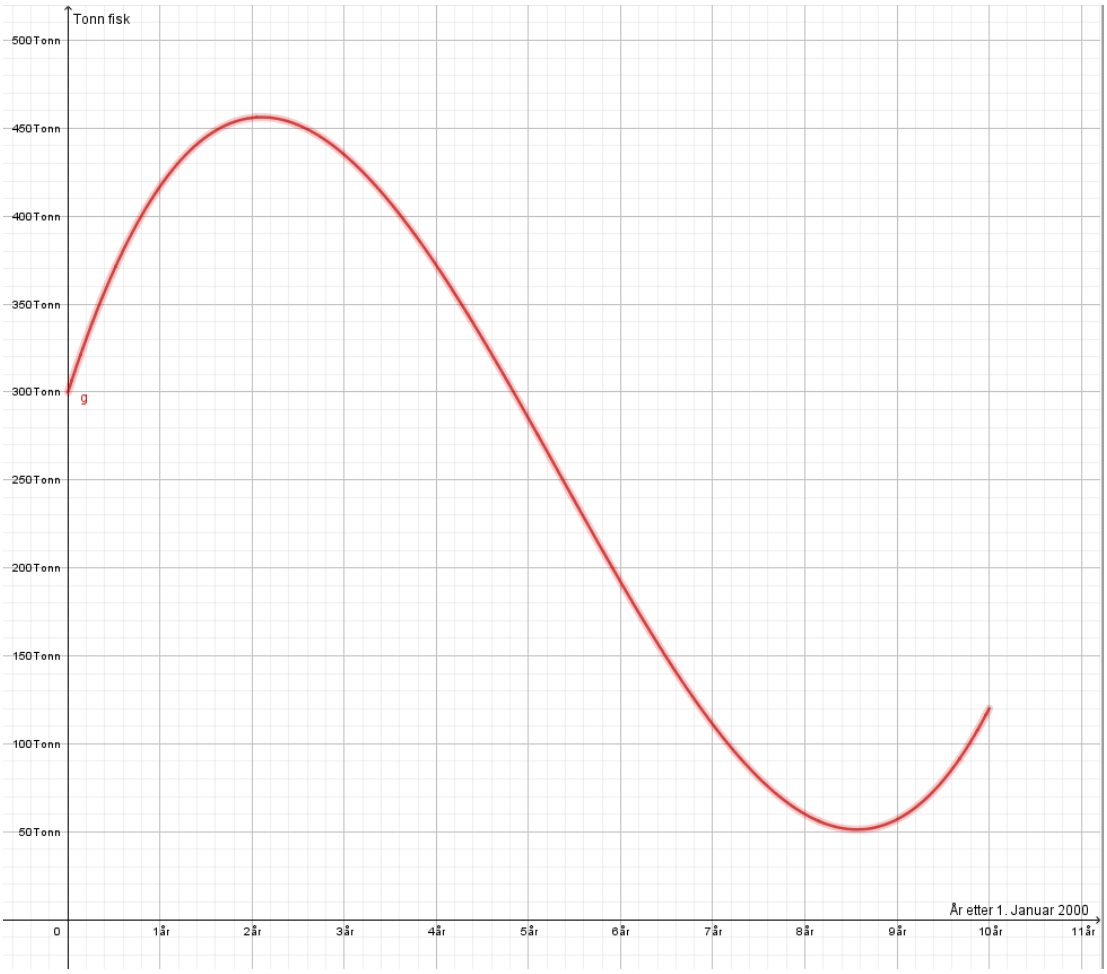
Vi har nå trukket fra arealet til trekanten fra arealet til sirkelen og faktorisert dette og med dette vist at arealet av det mørke området på figuren er $r^2(\pi - 1)$

FASIT:1P OG 2P EKSEMPELOPPGAVER 2016

DEL 2:

Oppgave 1:

a) Skriver inn funksjonen i Geogebra og får følgende graf:



Funksjon

$f(x) = 3x^3 - 48x^2 + 162x + 300$

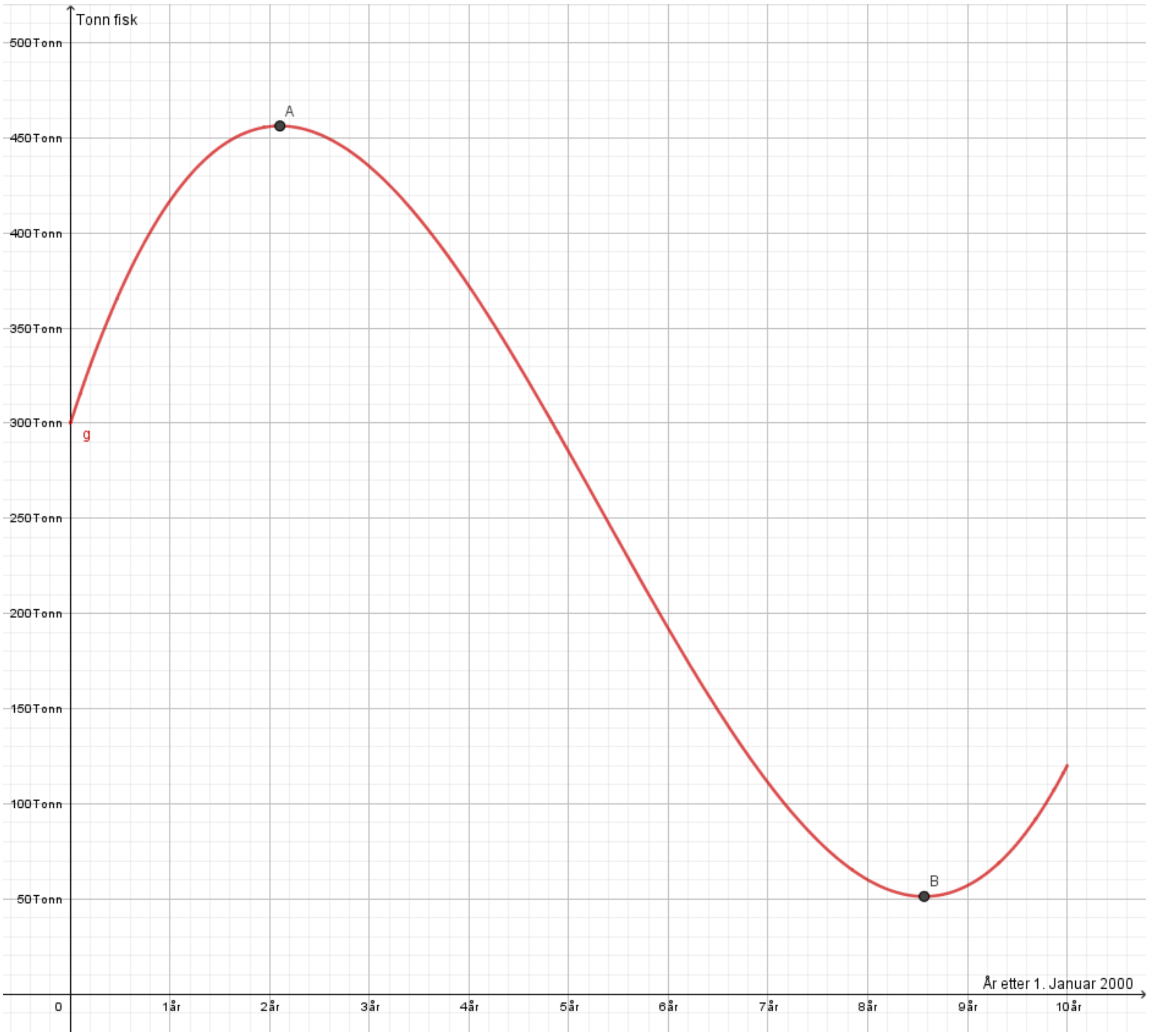
$g(x) = 3x^3 - 48x^2 + 162x + 300, \quad (0 \leq x \leq 10)$

Nr.	Navn	Forklaring	Verdi
1	Funksjon f		$f(x) = 3x^3 - 48x^2 + 162x + 300$
2	Funksjon g	g(x) = Dersom($0 \leq x \leq 10$, f(x))	g(x) = Dersom($0 \leq x \leq 10$, $3x^3 - 48x^2 + 162x + 300$)

b)

For å finne når fiskebestanden var minst, må vi finne bunnpunktet / ekstremalpunktene til grafen, vi gjør dette ved hjelp av kommandoen med samme navn:

3	Punkt A	Ekstremalpunkt(g, 0, 10)	A = (2.1, 456.3)
3	Punkt B	Ekstremalpunkt(g, 0, 10)	B = (8.57, 51.25)



Når vi skal finne når fiskebestanden var minst er det her punkt B vi er ute etter. Punkt B har koordinatene $B\ (8.57, 51.25)$.

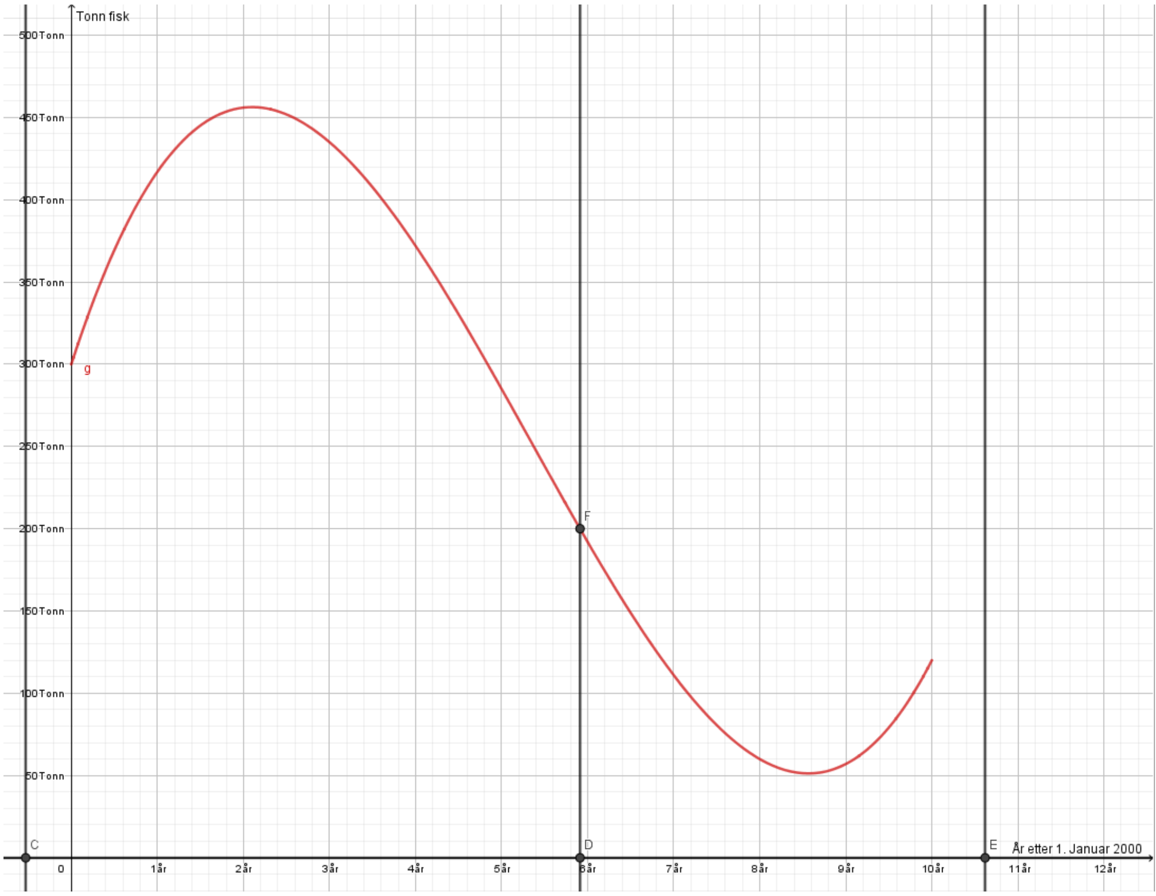
Slik vi kan tolke dette punktet er at fiskebestanden vil være på sitt minste litt over halvveis i året 2008, mer nøyaktig i slutten av juni måned. $(12\ måneder\ \cdot 0{,}57 = 6{,}84\ \approx Slutt\ juni)$

Fiskebestanden var på dette punktet på 51,25 tonn fisk.

c)

For å løse likningen $f(x) = 200$ skriver jeg inn hele funksjonen og setter denne lik 200.

Vi får da følgende resultat:



Funksjon

$f(x) = 3x^3 - 48x^2 + 162x + 300$

$g(x) = 3x^3 - 48x^2 + 162x + 300, \quad (0 \leq x \leq 10)$

Implisitt kurve

a: $3x^3 - 48x^2 + 162x + 300 = 200$

Linje

h: $y = 0$

Punkt

A = (2.1, 456.3)

B = (8.57, 51.25)

C = (-0.53, 0)

D = (5.91, 0)

E = (10.62, 0)

F = (5.91, 200)

4	Implisitt kurv...		a: $3x^3 - 48x^2 + 162x + 300 = 200$
5	Punkt F	Skjæringspunkt mellom a,g	F = (5.91, 200)
6	Linje h		h: y = 0
7	Punkt C	Skjæring mellom a og h	C = (-0.53, 0)
8	Punkt D	Skjæring mellom a og h	D = (5.91, 0)
9	Punkt E	Skjæring mellom a og h	E = (10.62, 0)

Når vi har tastet inn likningen, får vi opp 3 streker som tilsvarer de tre løsningene som x-verdien kan ha, ettersom det er snakk om en tredjegradslikning i dette tilfellet.

Vi kan se at løsningene vi får er:

$x_1 = -0{,}53$
$x_2 = 5{,}91$
$x_3 = 10{,}62$

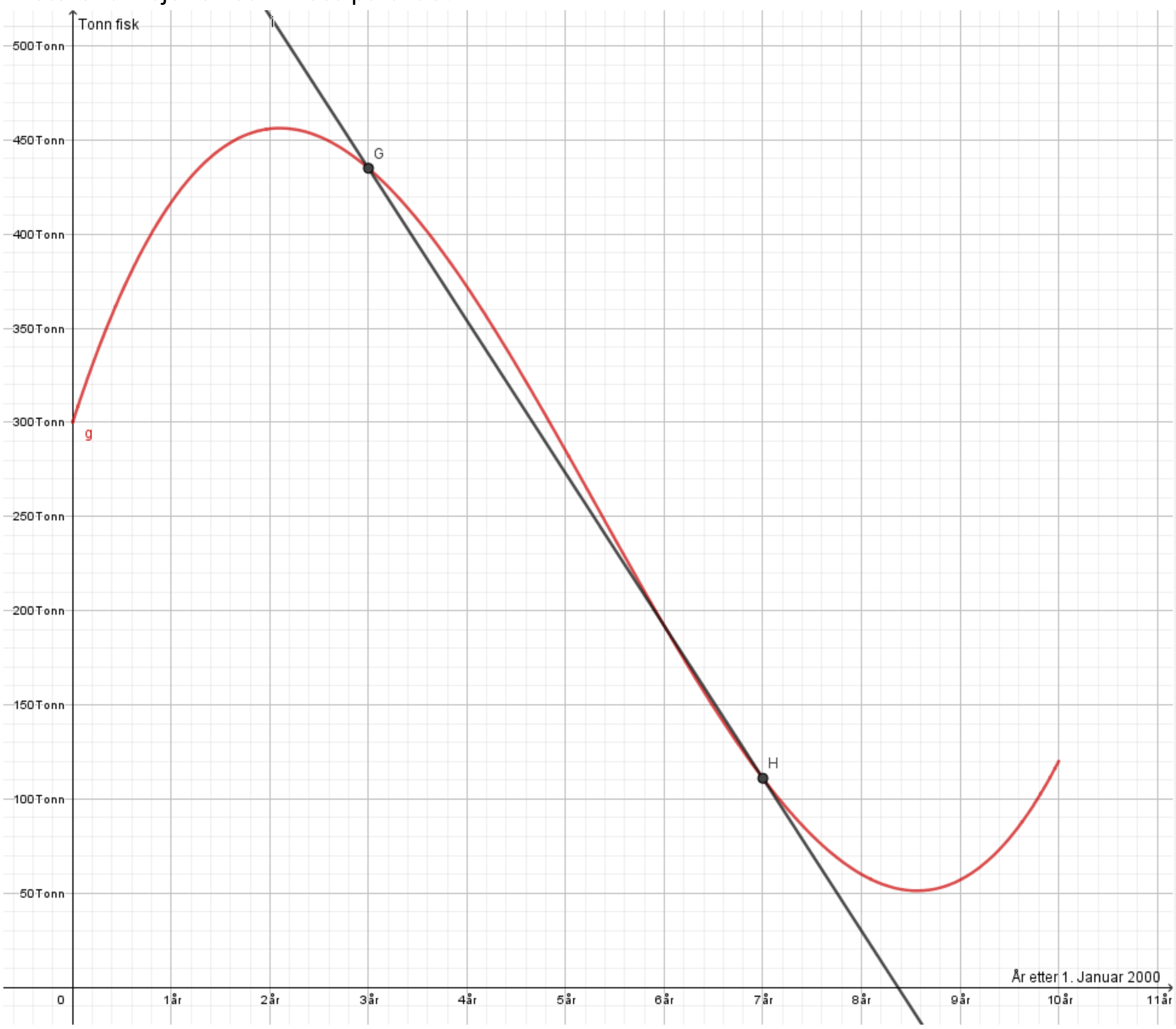
Selv om vi her har fått tre x-verdier, er det kun en av de som er innenfor intervallet vi har tegnet grafen. De to andre befinner seg enten før år 2000 eller etter 2010.

Derimot har vi $x_2 = 5{,}91$ som er løsningen innenfor intervallet. Det denne løsningen forteller oss er at det i slutten av 2005, mer nøyaktig i slutten av oktober$(12 \cdot 0{,}92 = 10{,}92 \approx slutten\ av\ oktober)$ vil være tidspunktet hvor fiskebestanden tilsvarer 200 tonn fisk.

Hvis grafen hadde fortsatt utover intervallet vi er avgrenset til, vil de andre x-verdiene også tilsvare hvilket år før eller etter 1. januar 2000 hvor fiskebestanden ville tilsvart 200 tonn fisk.

d)

Plotter inn punkt $(3, f(3))\ og\ (7, f(7))$. Trekker så en linje mellom de to punktene og får den lineære funksjonen som vises på bildet.



Funksjon
- $f(x) = 3x^3 - 48x^2 + 162x + 300$
- $g(x) = 3x^3 - 48x^2 + 162x + 300, \quad (0 \le x \le 10)$

Implisitt kurve
- a: 3x³ - 48x² + 162x + 300 = 200

Linje
- h: y = 0
- i: y = -81x + 678

Punkt
- A = (2.1, 456.3)
- B = (8.57, 51.25)
- C = (-0.53, 0)
- D = (5.91, 0)
- E = (10.62, 0)
- F = (5.91, 200)
- G = (3, 435)
- H = (7, 111)

10	Punkt G	(3, f(3))	G = (3, 435)
11	Punkt H	(7, f(7))	H = (7, 111)
12	Linje i	Linje G, H	i: y = -81x + 678

Den lineære funksjonen vi får på Linje G, H er $y = -81x + 678$

Stigningstallet -81 forteller oss i denne sammenhengen at fiskebestanden synker med 81 tonn fisk i gjennomsnitt for hvert år mellom 2003 og 2007.

Oppgave 2:
a)

	A	B
1	By A	Datamaterialet:
2		20
3		18
4		20
5		19
6		19
7		21
8		20
9		22
10		22
11		18
12		17
13		18
14		22
15		19
16		21
17		20
18		22
19		22
20		21
21		17
22		
23	Gjennomsnitt:	19,9
24	Standardavvik:	1,670329309

	A	B
1	By A	Datamaterialet:
2		20
3		18
4		20
5		19
6		19
7		21
8		20
9		22
10		22
11		18
12		17
13		18
14		22
15		19
16		21
17		20
18		22
19		22
20		21
21		17
22		
23	Gjennomsnitt:	=GJENNOMSNITT(B2:B21)
24	Standardavvik:	=STDAV.P(B2:B21)

b)

By A: Gjennomsnitt 19,9 ℃ og Standardavvik 1,67 ℃

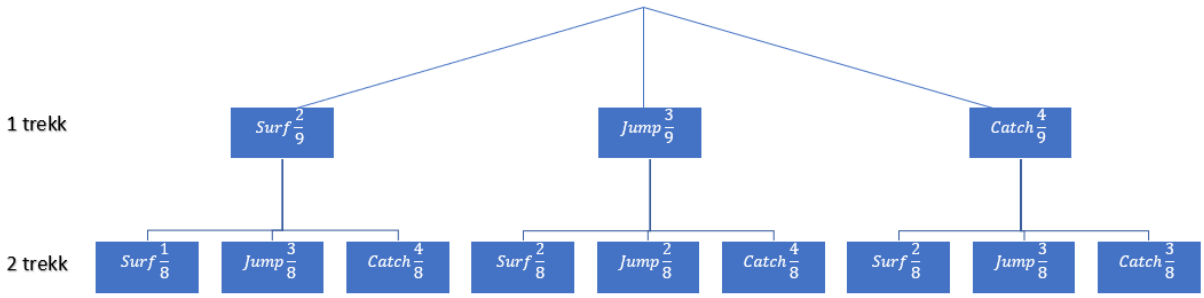
By B: Gjennomsnitt 20,8 ℃ og Standardavvik 3,4 ℃

Ut ifra resultatene vi har samlet i forhold til gjennomsnitt og standardavvik, vil jeg råde dem til å holde arrangementet i By A.

Grunnen til dette er at gjennomsnittet i By B er kanskje høyere enn gjennomsnittet i By A, men standardavviket er større i By B enn i By A. Dette betyr at det vil være større mulighet for svingninger i temperaturen i By B i forhold til By A, da dette er et mål på hvor mye temperaturen fraviker gjennomsnittet. Det vil altså være bedre mulighet til å forutsi temperaturen i By A, enn By B.

Oppgave 3:

a)



b)

$$P(\text{Én } flaske \text{ "Jump" og Én flakse "Catch"}) = \mathbf{\frac{3}{9} \cdot \frac{4}{8} + \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{12}{72} + \frac{12}{72} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}}$$

$$\mathbf{\frac{1}{3} \cdot 100\% = 33,33\%}$$

c)

Komplimentere hendelser:

$Hendelse\ A: Minst\ 1\ «Catch» - smoothie$

$Hendelse\ \bar{A}: Ingen\ «Catch» - smoothie$

$P(A) + P(\bar{A}) = 1$

$P(A) = 1 - P(\bar{A})$

Sannsynligheten for ingen «Catch» - smoothie: (Når vi tar to flasker tilfeldig)

$$P(ingen\ «Catch» - smoothie) = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{20}{72} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

Sannsynligheten for minst 1 «Catch»-smoothie: (Når vi tar to falsker tilfeldig)

$$P(Minst\ en\ «Catch» - smoothie) = 1 - \frac{5}{18} = \frac{18}{18} - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}$$

$$\frac{13}{18} \cdot 100\% = 72{,}22\%$$

Det er 72,22% sannsynlighet for å trekke minst en «Catch»-smoothie når vi skal trekke to flasker tilfeldig.

Oppgave 4:

a)

$Sylinder: Diameter = 5{,}4cm \quad Radius = 2{,}7cm \quad Høyde = 14{,}4cm$

$V = G \cdot h$

$V = \pi r^2 \cdot h$

$V = \pi \cdot 2{,}7^2 \cdot 14{,}4$

$V = 329{,}63cm^3$

$$\frac{329{,}63cm^3}{1000} = 0{,}329 \approx 0{,}33dm^3$$

$\underline{\underline{0{,}33dm^3 = 0{,}33L = 3{,}3dL}}$

b)

$0{,}2L = 0{,}2dm^3$

$0{,}2dm^3 \cdot 1000 = 200cm^3$

$200 = \pi \cdot 2{,}7^2 \cdot h$

$200 = 22{,}89 \cdot h$

$$\frac{200}{22{,}89} = \frac{22{,}89 \cdot h}{22{,}89}$$

$\underline{\underline{h = 8{,}74cm}}$ Vannet står 8,74cm høyt i flasken.

Oppgave 5:
a) 1

	A	B	C	D	E	F	G
1	Årstall	2010	2011	2012	2013	2014	2015
2	Innbyggertall	650	550	467	396	336	284
3	Endring fra året før		-100	-83	-71	-60	-52
4	Prosentvis endring fra året før		-15,38 %	-15,09 %	-15,20 %	-15,15 %	-15,48 %

	A	B	C	D	E	F	G
1	Årstall	2010	2011	2012	2013	2014	2015
2	Innbyggertall	650	550	467	396	336	284
3	Endring fra året før		=C2-B2	=D2-C2	=E2-D2	=F2-E2	=G2-F2
4	Prosentvis endring fra året før		=((C2-B2)/B2)*100%	=((D2-C2)/C2)*100%	=((E2-D2)/D2)*100%	=((F2-E2)/E2)*100%	=((G2-F2)/F2)*100%

For å finne prosentvis ending gjorde jeg følgende:

$$\frac{Innbyggertall\ før - Innbyggertall\ "nå"}{Innbyggertallet\ før} \cdot 100\% = Prosentvis\ ending$$

a) 2

Hans og Grete burde ikke velge en lineær modell da det ikke er proporsjonale størrelser, for som vi kan se synker antallet mindre og mindre etter hvert, selv om vi beveger oss et år om gangen. Hadde vi brukt en lineær funksjon ville denne gitt oss et feil inntrykk i forhold til dataenes potensielle utvikling videre år. Da vil en eksponentiell funksjon være mer hensiktsmessig, da denne vil få en mer buet form, og passe dataene bedre.

Kort oppsummert:

Om en lineær modell hadde funket best, burde «Endringen fra året før» være tilnærmet konstant. Det er den ikke i dette tilfellet.

Siden den prosentvise endringen er tilnærmet konstant, passer en eksponentiell modell veldig bra i dette tilfellet.

b)

I forhold til modellen vil jeg som sagt valgt en eksponentiell funksjon. Ved å taste informasjonen inn i Geogebra kan vi få en liste med punkter. Ved hjelp av kommandoen RegEksp(<Liste med punkt>) beregner Geogebra ut den mest passelige eksponentielle funksjonen:

$$f(x) = 649.72 \cdot 0.85^{x}$$

	A	B
1	Årstall etter 2010	Innbyggertall
2	0	650
3	1	550
4	2	467
5	3	396
6	4	336
7	5	284

Sander Syvertsen

Nr.	Navn	Forklaring	Verdi
1	Tekst A1		"Årstall etter 2010"
2	Tekst B1		"Innbyggertall"
3	Tall A2		A2 = 0
4	Tall A3		A3 = 1
5	Tall A4		A4 = 2
6	Tall A5		A5 = 3
7	Tall A6		A6 = 4
8	Tall A7		A7 = 5
9	Tall B2		B2 = 650
10	Tall B3		B3 = 550
11	Tall B4		B4 = 467
12	Tall B5		B5 = 396
13	Tall B6		B6 = 336
14	Tall B7		B7 = 284
15	Punkt A	(A2, B2)	A = (0, 650)
16	Punkt B	(A3, B3)	B = (1, 550)
17	Punkt C	(A4, B4)	C = (2, 467)
18	Punkt D	(A5, B5)	D = (3, 396)
19	Punkt E	(A6, B6)	E = (4, 336)
20	Punkt F	(A7, B7)	F = (5, 284)
21	Liste L_1	{A, B, C, D, E, F}	L_1 = {(0, 650), (1, 550), (2, 467), (3, 396), (4, 336), (5, 284)}
22	Funksjon f	RegEksp(L_1)	f(x) = 649.72 * 0.85^x

c) 1

For å finne innbyggertallet i 2025 ved bruk av den eksponentielle funksjonen skriver jeg inn punktet $(15, f(15)$ [Fordi 0 tilsvarer 2010], får videre punktet opp og kan lese av koordinatene: $(15, 54.49)$.

Innbyggertallet vil altså være $54{,}49\ \approx 54$ i 2025.

23	Punkt G	(15, f(15))	G = (15, 54.49)

c) 2

For å finne når innbyggertallet vil gå under 100 skriver jeg inn følgende kommandoen:

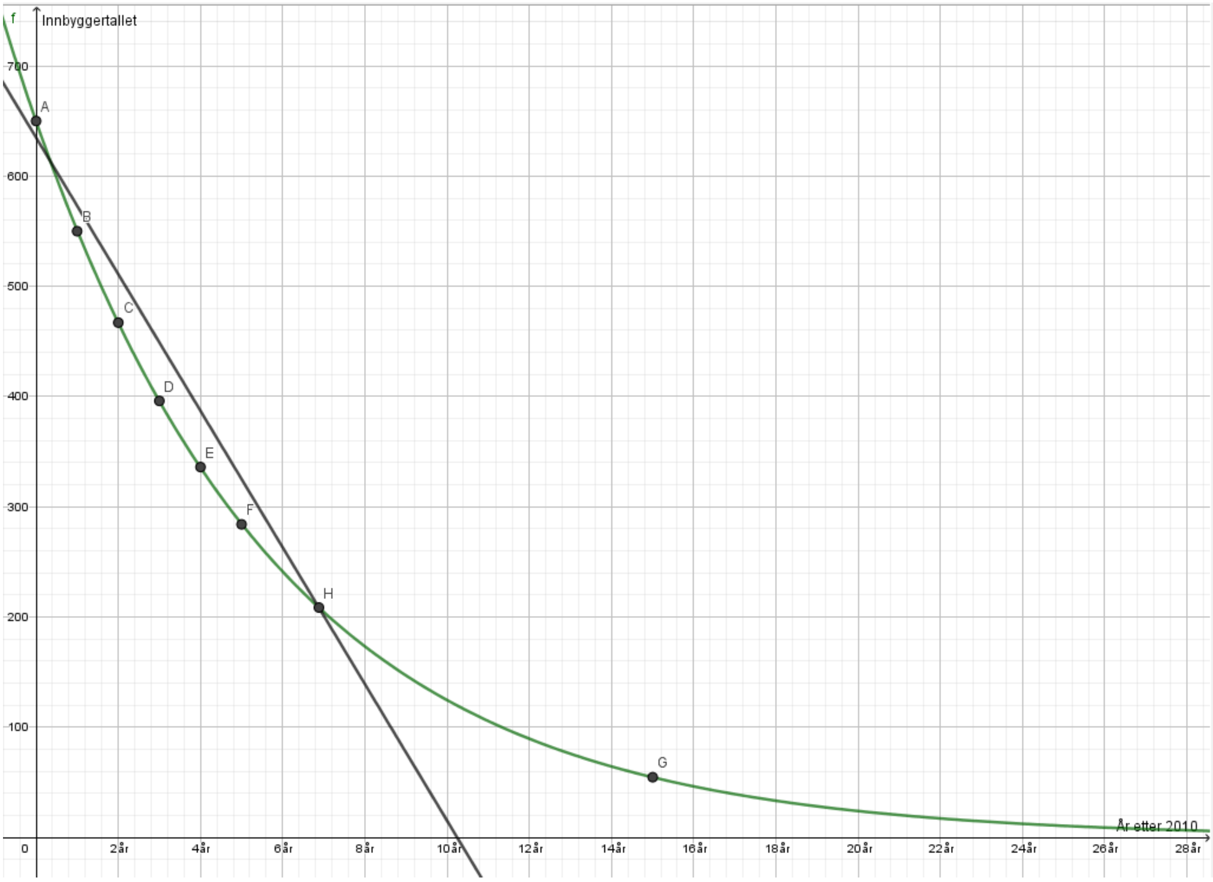
24	Linje g		g: y = 100
25	Punkt H	Skjæringspunkt mellom f,g med	H = (11.33, 100)

Jeg får da opp en rett linje, som krysser f(x) i punktet: $(11.33, 100)$

Det vil altså ta 11,33år etter 2010 (2021) før innbyggertallet går under 100.

$$(12\ måneder\ \cdot 0{,}33 = 3{,}96\ \approx Slutten\ av\ Mars)$$

d)



24	Funksjon g		g(x) = -62x + 635

Den lineære funksjonen til Hans har et konstantledd som kan passe til informasjonen i tabellen, men stigningstallet gjør at informasjonen blir noe unøyaktig etter hvert. Som vi kan se på grafen passer den noenlunde for $0 \leq x \leq 8$ altså gir den tall som er i omtrentlig riktige fram til 2018, etter år 2020 er grafen meget unøyaktig og innbyggertallet går i negativ verdi. På bakgrunn av dette vil jeg konkluder med at modellen kan brukes fram til år 2018, men ikke fram til 2025 da informasjonen blir helt feil ut fra modellen.

Sander Syvertsen

Oppgave 6:

Oppgave a) og b):

	A	B	C		D	E	F	G	H
1									
2		INNDATA				TIMELISTE			
3		Ordinær timelønn	kr	160,00		Uke	Antall timer totalt	Antall timer ordinær arbeidstid	Antall timer overtid
4		Timelønn overtid	kr	240,00		6	40	37,5	2,5
5		Pensjonstrekk		2 %		7	41	37,5	3,5
6		Skattetrekk		38 %		8	37,5	37,5	0
7		Fagforeningskontigent (per måned)	kr	470,00		9	39	37,5	1,5
8						SUM	157,5	150	7,5
9									
10		LØNNSBEREGNING							
11		Ordinær lønn	kr	24 000,00					
12		Lønn for overtid	kr	1 800,00					
13		Bruttolønn	kr	25 800,00					
14		Pensjonstrekk (av ordinær lønn)	kr	480,00					
15		Fagforeningskontigent	kr	470,00					
16		Trekkgrunnlag	kr	24 850,00					
17		Skattetrekk	kr	9 443,00					
18		Netto månedslønn	kr	15 407,00					
19									
20		SPARING							
21		Overføring til sparekonto, 20% av netto månedslønn	kr	3 081,00					
22		Ekstra overføring til sparekonto, 60% av netto månedslønn som overstiger 15 000kr	kr	244,00					
23		Sum overføring sparekonto	kr	3 325,00					

	A	B	C
1			
2		INNDATA	
3		Ordinær timelønn	160
4		Timelønn overtid	240
5		Pensjonstrekk	0,02
6		Skattetrekk	0,38
7		Fagforeningskontigent (per måned)	470
8			
9			
10		LØNNSBEREGNING	
11		Ordinær lønn	=C3*G8
12		Lønn for overtid	=C4*H8
13		Bruttolønn	=C11+C12
14		Pensjonstrekk (av ordinær lønn)	=C11*C5
15		Fagforeningskontigent	=C7
16		Trekkgrunnlag	=C13-C14-C15
17		Skattetrekk	=C16*C6
18		Netto månedslønn	=C16-C17
19			
20		SPARING	
21		Overføring til sparekonto, 20% av netto månedslønn	=AVRUND.GJELDENDE.MULTIPLUM.NED.MATEMATISK(C18*20%;1)
22		Ekstra overføring til sparekonto, 60% av netto månedslønn som overstiger 15 000kr	=AVRUND.GJELDENDE.MULTIPLUM.NED.MATEMATISK(HVIS(C18>15000;(C18-15000)*60%;0))
23		Sum overføring sparekonto	=C21+C22

Sander Syvertsen

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		NNDAT			TIMELISTE			
3		Or	16(		Uke	Antall timer totalt	Antall timer ordinær arbeidstid	Antall timer overtid
4		Tir	24(		6	40	37,5	=F4-G4
5		Pe	0,0		7	41	37,5	=F5-G5
6		Ska	0,3		8	37,5	37,5	=F6-G6
7		Fa	47(		9	39	37,5	=F7-G7
8					SUM	=SUMMER(F4:F7)	=SUMMER(G4:G7)	=SUMMER(H4:H7)

På bildene fra Excel er informasjonen i oppgaven fylt inn og formler er satt inn slik at regnearket er brukt til sin hensikt. Formelvisning er lagt ved, for å vise hvilke formler som har blitt brukt, og ved hjelp av kolonnene og radene kan vi lese av hvilke celler formlene er knyttet til.

Som svar på oppgave a) kan vi se at nettolønnen til Sofie i februar er $15\ 407kr$.

Som svar på oppgave b) kan vi se at det er totalt $3325kr$ som overføres til sparekontoen i februar.

c)

Hvis Sofie arbeidet nøyaktig 37,5 timer hver av de fire ukene, ville regnearket blitt slik:

	A	B	C		D	E	F	G	H
1									
2		INNDATA				TIMELISTE			
3		Ordinær timelønn	kr	160,00		Uke	Antall timer totalt	Antall timer ordinær arbeidstid	Antall timer overtid
4		Timelønn overtid	kr	240,00		6	37,5	37,5	0
5		Pensjonstrekk		2 %		7	37,5	37,5	0
6		Skattetrekk		38 %		8	37,5	37,5	0
7		Fagforeningskontigent (per måned)	kr	470,00		9	37,5	37,5	0
8						SUM	150	150	0
9									
10		**LØNNSBEREGNING**							
11		Ordinær lønn	kr	24 000,00					
12		Lønn for overtid	kr	-					
13		Bruttolønn	kr	24 000,00					
14		Pensjonstrekk (av ordinær lønn)	kr	480,00					
15		Fagforeningskontigent	kr	470,00					
16		Trekkgrunnlag	kr	23 050,00					
17		Skattetrekk	kr	8 759,00					
18		Netto månedslønn	kr	14 291,00					
19									
20		**SPARING**							
21		Overføring til sparekonto, 20% av netto månedslønn	kr	2 858,00					
22		Ekstra overføring til sparekonto, 60% av netto månedslønn som overstiger 15 000kr	kr	-					
23		Sum overføring sparekonto	kr	2 858,00					

Formelvisningen til dette regnearket er fortsatt det samme som i oppgave a) og b), da formlene gjør arket dynamisk og vi ikke trenger å gjøre noe annet enn å endre på tallene for at utregningene skal bli riktig.

Med de nye tallene gitt i oppgave c) vil ikke nettolønnen overstige $15\ 000kr$, noe som gjør at vi overfører $2858\ kr$ i dette tilfellet til sparekontoen.

Oppgave 7:

a)

	A	B	C	D	E
1					
2	Sparebeløp	kr 60 000,00			
3	Rente per år (%)	5		Vekstfaktor	1,05
4					
5					
6	År	Begynnelsen av året	Slutten av året		
7	2010	kr 60 000,00	kr 63 000,00		
8	2011	kr 63 000,00	kr 66 150,00		
9	2012	kr 66 150,00	kr 69 457,50		
10	2013	kr 69 457,50	kr 72 930,38		
11	2014	kr 72 930,38	kr 76 576,89		
12	2015	kr 76 576,89	kr 80 405,74		
13	2016	kr 80 405,74	kr 84 426,03		
14	2017	kr 84 426,03	kr 88 647,33		
15	2018	kr 88 647,33	kr 93 079,69		
16	2019	kr 93 079,69	kr 97 733,68		
17	2020	kr 97 733,68	kr 102 620,36		

	A	B	C	D	E
1					
2	Sparebeløp	60000			
3	Rente per år (%)	5		Vekstfaktor	=(B3/100)+1
4					
5					
6	År	Begynnelsen av året	Slutten av året		
7	2010	=B2	=B7*E3		
8	2011	=C7	=B8*E3		
9	2012	=C8	=B9*E3		
10	2013	=C9	=B10*E3		
11	2014	=C10	=B11*E3		
12	2015	=C11	=B12*E3		
13	2016	=C12	=B13*E3		
14	2017	=C13	=B14*E3		
15	2018	=C14	=B15*E3		
16	2019	=C15	=B16*E3		
17	2020	=C16	=B17*E3		

b)

	A	B	C	D	E
1					
2	Sparebeløp	kr 60 000,00			
3	Rente per år (%)	5		Vekstfaktor	1,05
4					
5					
6	År	Begynnelsen av året	Slutten av året		
7	2010	kr 60 000,00	kr 63 000,00		
8	2011	kr 63 000,00	kr 66 150,00		
9	2012	kr 66 150,00	kr 69 457,50		
10	2013	kr 69 457,50	kr 72 930,38		
11	2014	kr 72 930,38	kr 76 576,89		
12	2015	kr 76 576,89	kr 80 405,74		
13	2016	kr 80 405,74	kr 84 426,03		
14	2017	kr 84 426,03	kr 88 647,33		
15	2018	kr 88 647,33	kr 93 079,69		
16	2019	kr 93 079,69	kr 97 733,68		
17	2020	kr 97 733,68	kr 102 620,36		
18	2021	kr 102 620,36	kr 107 751,38		
19	2022	kr 107 751,38	kr 113 138,95		
20	2023	kr 113 138,95	kr 118 795,90		
21	2024	kr 118 795,90	kr 124 735,69		
22	2025	kr 124 735,69	kr 130 972,48		
23	2026	kr 130 972,48	kr 137 521,10		
24	2027	kr 137 521,10	kr 144 397,15		
25	2028	kr 144 397,15	kr 151 617,01		

	A	B	C	D	E
1					
2	Sparebeløp	60000			
3	Rente per år (%)	5		Vekstfaktor	=(B3/100)+1
4					
5					
6	År	Begynnelsen av året	Slutten av året		
7	2010	=B2	=B7*E3		
8	2011	=C7	=B8*E3		
9	2012	=C8	=B9*E3		
10	2013	=C9	=B10*E3		
11	2014	=C10	=B11*E3		
12	2015	=C11	=B12*E3		
13	2016	=C12	=B13*E3		
14	2017	=C13	=B14*E3		
15	2018	=C14	=B15*E3		
16	2019	=C15	=B16*E3		
17	2020	=C16	=B17*E3		
18	2021	=C17	=B18*E3		
19	2022	=C18	=B19*E3		
20	2023	=C19	=B20*E3		
21	2024	=C20	=B21*E3		
22	2025	=C21	=B22*E3		
23	2026	=C22	=B23*E3		
24	2027	=C23	=B24*E3		
25	2028	=C24	=B25*E3		

Ved hjelp av de samme formlene kopiert nedover i regnearket, er vi i stand til å finne hvilket år Geir har 150 000kr på kontoen. Vi kan se at dette blir i løpet av 2028.

c)

For å bruke graftegneren, tar jeg i bruk en funksjon for å sette opp grafen.

Dette vil være en eksponentiell graf og vil inneholde startbeløpet og vekstfaktoren. Vekstfaktoren vil være opphøyd i x, ettersom denne representerer antall år etter 2010.

$$f(x) = 60000 \cdot 1{,}05^x$$

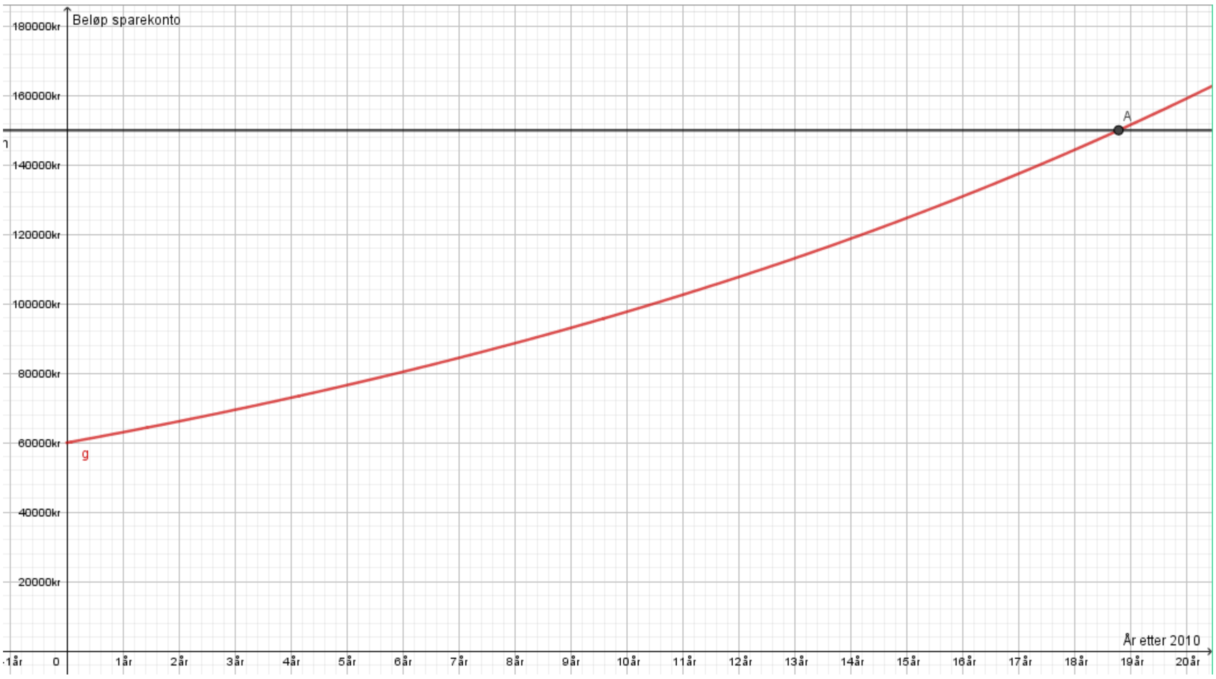
Ettersom grafen skal vise økning av beløpet x-år etter 2010, velger jeg å starte grafen fra $x = 0$ og ettersom beløpet kan fortsette å vokse i mange år, velger jeg å sette slutten til grafen til uendelig. Jeg lager derfor funksjonen:

$$g(x) = 60000 \cdot 1{,}05^x \qquad 0 \leq x \leq \infty$$

(For å få tegnet for uendelig (∞) på Geogebra, kan dere gjøre ALT+U)

Videre skriver jeg inn $y = 150\ 000$, jeg får da en linje, og kan velge skjæring mellom to objekt mellom $g(x)$ og denne linjen. Jeg får da punktet: $(18.78, 150000)$

Dette forteller at Geir vil passere $150\ 000kr$ på sparekontoen 18,78år etter 2010, noe som tilsvarer mot slutten av 2028. $(0{,}78 * 12\ måneder = 9{,}36\ \approx September)$



Nr.	Navn	Forklaring	Verdi
1	Funksjon f		f(x) = 60000 * 1.05^x
2	Funksjon g	g(x) = Dersom(0 ≤ x ≤ ∞, f(x))	g(x) = Dersom(0 ≤ x ≤ ∞, 60000 * 1.05^x)
3	Linje h		h: y = 150000
4	Punkt A	Skjæringspunkt mellom g,h med startverdi (18.78, 150000)	A = (18.78, 150000)

Oppgave 8:

a)

Rad 1	**5**	**5**
Rad 2	**5+1**	**6**
Rad 3	**5+2**	**7**
Rad 4	**5+3**	**8**
Rad 5	**5+4**	**9**
Rad 6	**5+3**	**8**
Rad 7	**5+2**	**7**
Rad 8	**5+1**	**6**
Rad 9	**5**	**5**
Sum:		**61**

Figur F_5 vil ha et antall på 61 små sjokolader

b)

Figur 4 (F_4)	$3 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 4 = 37$
Figur 3 (F_3)	$2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 4 + 6 + 9 = 19$
Figur 5 (F_5)	$4 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 5 = 16 + 20 + 25 = 61$

c)

Tips!	**Se etter mønsteret! Her er det viktig å se når de tar i bruk figurtallet, sånn at du kan bytte ut dette med n i formelen.**
Figur n (F_n)	$(n-1) \cdot (n-1) + (n-1) \cdot n + n \cdot n$ $n^2 - n - n + 1 + n^2 - n + n^2$ $\underline{\underline{3n^2 - 3n + 1}}$
Test av formel: **Når** $n = 2$ **Forventet svar: 7**	$3 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 1 =$ $3 \cdot 4 - 6 + 1 =$ $12 - 6 + 1 = 7$ **PS! Det kan være lurt å teste ut med flere, sånn at du er 100% sikker på at formelen fungerer for alle og blir riktig!**

Hvor mange små sjokolader trenger hun for å lage figur F_{10}?

$$n = 10$$

$$3 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10 + 1 = 3 \cdot 100 - 30 + 1 = 300 - 30 + 1 = 270 + 1 = 271$$

Thea trenger 271 små sjokolader for å fullføre figur F_{10}

d)

Når jeg skal finne den største figuren hun kan lage dersom hun har 5000 små sjokolader er det mest hensiktsmessig å gjøre dette på Geogebra for å spare tid, men også for å få et nøyaktig svar:

Skriver inn funksjonen: $f(n) = 3n^2 - 3n + 1$

[Det er her viktig å bruke samme variabel i hele funksjonen!]

Nr.	Navn	Forklaring	Verdi
1	Funksjon f		f(n) = 3n² - 3n + 1
2	Linje g		g: y = 5000
3	Punkt A	Skjæring mellom f og g	A = (41.32, 5000)

1. Skriver inn funksjonen.

2. Setter inn $y = 5000$ ettersom vi har 5000 små sjokolader.

3. Finner skjæring mellom grafen og $y = 5000$.

4. Vi får da punktet: $41.32, 5000)$

Den største figuren Thea kan lage med 5000 små sjokolader er F_{41}.

Ekstra hvis tid og lyst til å imponere sensor litt:

Hvis vi skriver inn $(41, f(41))$ får vi punktet $(41, 4921)$. Hun vil altså kun trenge 4921 små sjokolader for å bygge F_{41} og ha 79 til overs.

4	Punkt B	(41, f(41))	B = (41, 4921)

[Punkt B vises ikke på grafen på neste side]

Sander Syvertsen