Utdanningsdirektoratet

Eksamen

26.05.2014

MAT1017 Matematikk 2T

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgåvene. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – vurderer om svar er rimelege – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar
Andre opplysningar:	Kjelder for bilete, teikningar osv. • Is: http://www.nicice.no/produkter/iskjeks__4446 (01.12.2013) http://www.diplom-is.no/kuleis-softis?nid=67661 (01.12.2013) • Andre bilde, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (4 poeng)

Gitt punkta $A(3, 1)$, $B(5, 3)$ og $C(2, 2)$.

a) Marker dei tre punkta i eit koordinatsystem.
Bruk vektorrekning til å vise at $\angle CAB = 90°$.
Bestem arealet av $\triangle ABC$.

b) Forklar kvar eit punkt D kan plasserast for at arealet av $\triangle ABD$ skal bli like stort som arealet av $\triangle ABC$.
Bruk koordinatsystemet frå oppgåve a), og marker alle moglege plasseringar av punktet D.

Oppgåve 2 (2 poeng)

Tenk deg to ulike situasjonar:

A: Du kastar ein terning 10 gonger for å sjå kor mange seksarar du får.
B: Du tek 10 drops frå ei eske for å sjå kor mange raude drops du får.

Kva for ein av dei to situasjonane A og B kan oppfattast som eit binomisk forsøk, og kva for ein av situasjonane kan oppfattast som eit hypergeometrisk forsøk? Grunngi svara.

Oppgåve 3 (4 poeng)

Eit rektangel skal ha omkrets 20 cm.
Vi set lengda av rektangelet lik x cm.

a) Bestem ein modell som viser samanhengen mellom lengda x og arealet $A(x)$ av rektangelet.

b) Kor lange må sidene i rektangelet vere for at arealet av rektangelet skal bli størst mogleg?

Oppgåve 4 (5 poeng)

Per og Pål skal kjøpe kvar sin is med tre kuler. I isbaren har dei fem ulike smakar: vanilje, sjokolade, pistasj, jordbær og nøtter.

Per vil ha tre ulike smakar. For Pål har det ingenting å seie om kulene har lik eller ulik smak.

Dei forklarer dette for ekspeditøren og ber henne så velje dei tre kulene tilfeldig for kvar av dei.

a) Bestem sannsynet for at Per får ein is som vist på biletet til høgre.

Bestem sannsynet for at Pål får ein is som vist på biletet til høgre.

b) Ta utgangspunkt i oppgåve a) og forklar kva vi meiner med eit ordna utval med tilbakelegging og eit ordna utval utan tilbakelegging.

c) Bruk eksempelet med ein kuleis med tre kuler til å forklare kva vi meiner med eit uordna utval utan tilbakelegging.

d) Kor mange ulike kombinasjonar av tre kuler kan vi få i denne isbaren dersom vi reknar at utvalet vi gjer, er uordna utan tilbakelegging?

Oppgåve 5 (3 poeng)

I eit land reknar ein med at folketalet vil auke. Myndigheitene ser for seg tre måtar dette kan skje på:

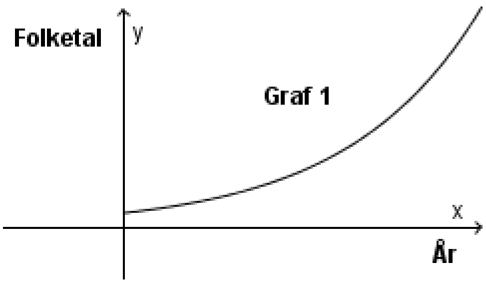
A: Folketalet vil auke med eit bestemt tal kvart år.
B: Folketalet vil auke med ein fast prosent kvart år.
C: Folketalet vil auke, men auken vil avta kvart år.

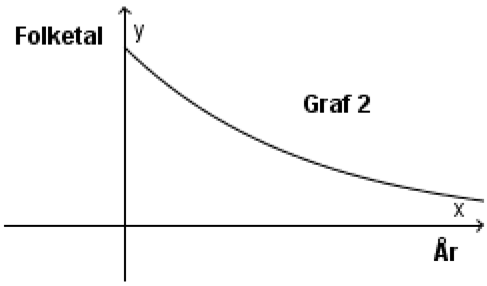
Nedanfor ser du seks grafar.

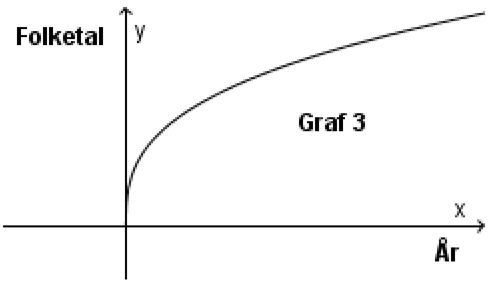
a) Kva for graf viser auken som er omtalt i A? Grunngi svaret.

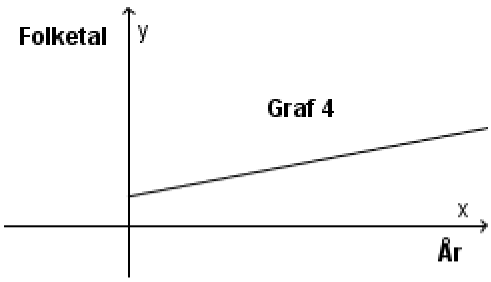
b) Kva for graf viser auken som er omtalt i B? Grunngi svaret.

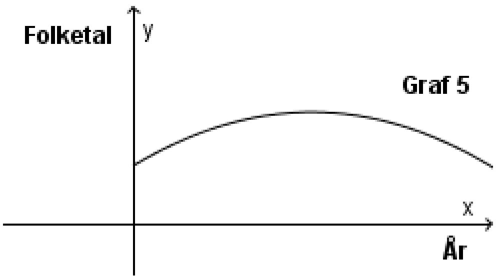
c) Kva for graf viser auken som er omtalt i C? Grunngi svaret.

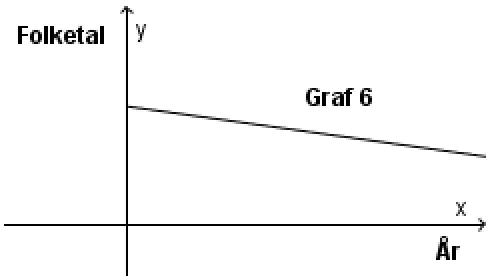












Oppgåve 6 (6 poeng)

Ei rett linje l er gitt ved $y = ax + b$

a) Vis at punkta $A(1, a+b)$ og $B(-1, -a+b)$ ligg på l.
Vis at $\overrightarrow{AB} \parallel [1, a]$.

Ei rett linje m er gitt ved $y = cx + d$
Punkta C og D ligg på m.

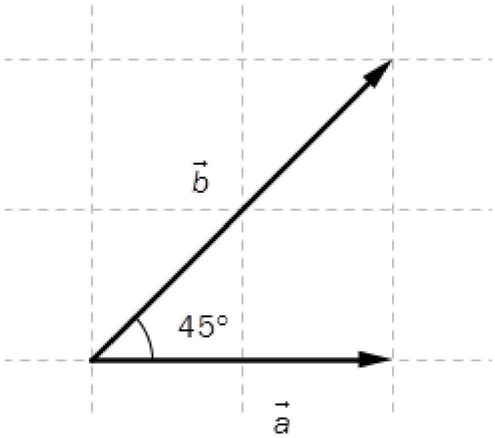
b) Vis at $\overrightarrow{CD} \parallel [1, c]$.

Linjene l og m står vinkelrett på kvarandre.

c) Bruk vektorrekning til å vise at $a \cdot c = -1$

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (4 poeng)



Ovanfor har vi teikna $\vec{a}$ og $\vec{b}$ i eit rutenett med kvadratiske ruter.

a) Bruk figuren ovanfor og skalarproduktet $\vec{a}\cdot\vec{b}$ til å vise at

$$\cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

b) Vis at $\cos 135° = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Oppgåve 2 (4 poeng)

I ei oppgåvebok i matematikk er fasiten riktig i 95 % av oppgåvene. Klara har rekna 50 oppgåver.

a) Bestem sannsynet for at fasiten er riktig i alle oppgåvene ho har rekna.

b) Bestem sannsynet for at fasiten er riktig i minst 45 av oppgåvene ho har rekna.

Oppgåve 3 (2 poeng)

I ein kortstokk er det 52 kort, 26 raude og 26 svarte.
Du trekkjer fem kort tilfeldig.

Bestem sannsynet for at du får nøyaktig tre raude kort.

Oppgåve 4 (2 poeng)

Fotballklubben Rosenheim speler 70 % av kampane sine på kveldstid og 30 % av kampane sine på dagtid. Dei vinn 60 % av kampane dei speler på kveldstid, men berre 40 % av kampane dei speler på dagtid.

Du får høyre at Rosenheim vann den førre kampen sin.

Bestem sannsynet for at kampen blei spelt på kveldstid.

Oppgåve 5 (4 poeng)

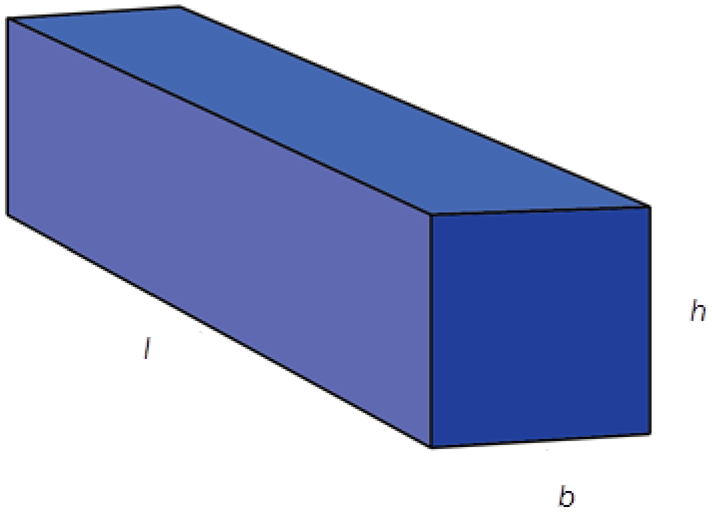
Ei parameterframstilling for ei kurve K er gitt ved

$$K: \quad \begin{cases} x = t^2 - 4 \\ y = 3t - \dfrac{t^3}{3} \end{cases} \quad \text{for } t \in [-4, 4]$$

a) Bestem koordinatane til skjeringspunkta mellom kurva og koordinataksane ved rekning.

b) Teikne kurva i eit koordinatsystem.

Oppgåve 6 (8 poeng)



Tenk deg at du skal lage ei eske med form som eit rett prisme.
Sjå figuren ovanfor.

Lengda l skal vere 4,0 dm lengre enn breidda b. Volumet av eska skal vere 2,0 L.

a) Vis at høgda h dm av eska er gitt ved

$$h = \frac{2{,}0}{b(b + 4{,}0)}$$

Eska har ikkje lokk.

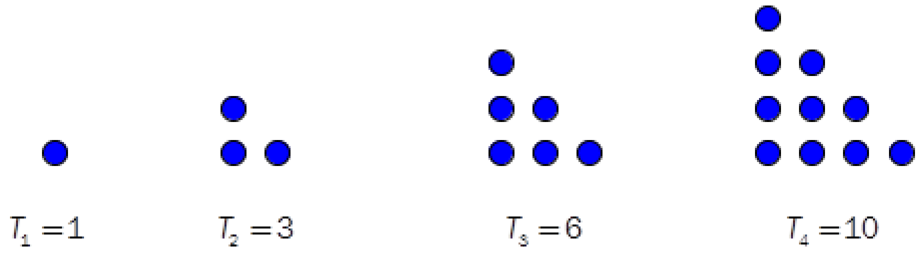
b) Bestem ein modell som viser samanhengen mellom breidda b og arealet $A(b)$ av overflata på eska.

Eska skal ha overflate 15 dm^2

c) Kor brei, kor lang og kor høg kan eska da vere?

d) Kor brei må eska vere for at arealet av overflata skal bli minst mogleg?
Kor lang og kor høg er eska da?

Oppgåve 7 (8 poeng)



Ovanfor ser du dei fire første trekanttala, $T_1 = 1$, $T_2 = 3$, $T_3 = 6$ og $T_4 = 10$.

a) Bestem dei to neste trekanttala, T_5 og T_6 .

Sigvart ser at $T_1 + T_2$, $T_2 + T_3$ og $T_3 + T_4$ er kvadrattal.
Han påstår at $T_n + T_{n+1}$ vil vere eit kvadrattal for alle $n \in \mathbb{N}$.

b) Bruk figuren ovanfor til å forklare at påstanden til Sigvart er riktig.

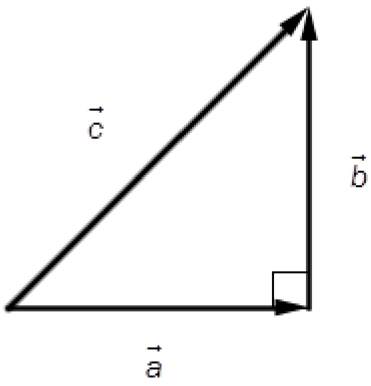
I ei bok finn Sigvart at T_n er eit andregradsuttrykk som kan bereknast ved å bruke formelen

$$T_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

c) Bruk regresjon til å kontrollere at denne formelen er riktig.

d) Bruk formelen til å vise at $T_n + T_{n+1}$ er eit kvadrattal.

Oppgåve 8 (4 poeng)



a) Bruk definisjonen av skalarproduktet til å forklare at $\vec{a}\cdot\vec{a}=\left|\vec{a}\right|^2$

b) Uttrykk $\vec{c}$ ved hjelp av $\vec{a}$ og $\vec{b}$. Sjå figuren ovanfor.

Bruk dette til å vise Pytagoras' læresetning.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgavene. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – vurderer om svar er rimelige – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. • Is: http://www.nicice.no/produkter/iskjeks__4446 (01.12.2013) http://www.diplom-is.no/kuleis-softis?nid=67661 (01.12.2013) • Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng)

Gitt punktene $A(3, 1)$, $B(5, 3)$ og $C(2, 2)$.

a) Marker de tre punktene i et koordinatsystem.
Bruk vektorregning til å vise at $\angle CAB = 90°$.
Bestem arealet av $\triangle ABC$.

b) Forklar hvor et punkt D kan plasseres for at arealet av $\triangle ABD$ skal bli like stort som arealet av $\triangle ABC$.
Bruk koordinatsystemet fra oppgave a), og marker alle mulige plasseringer av punktet D.

Oppgave 2 (2 poeng)

Tenk deg to ulike situasjoner:

A: Du kaster en terning 10 ganger for å se hvor mange seksere du får.
B: Du tar 10 drops fra en eske for å se hvor mange røde drops du får.

Hvilken av de to situasjonene A og B kan oppfattes som et binomisk forsøk, og hvilken kan oppfattes som et hypergeometrisk forsøk? Begrunn svarene.

Oppgave 3 (4 poeng)

Et rektangel skal ha omkrets 20 cm.
Vi setter lengden av rektangelet lik x cm.

a) Bestem en modell som viser sammenhengen mellom lengden x og arealet $A(x)$ av rektangelet.

b) Hvor lange må sidene i rektangelet være for at arealet av rektangelet skal bli størst mulig?

Oppgave 4 (5 poeng)

Per og Pål skal kjøpe hver sin is med tre kuler. I isbaren har de fem ulike smaker: vanilje, sjokolade, pistasj, jordbær og nøtter.

Per vil ha tre ulike smaker. For Pål har det ingen betydning om kulene har lik eller ulik smak.

De forklarer dette for ekspeditøren og ber henne så velge de tre kulene tilfeldig for hver av dem.

a) Bestem sannsynligheten for at Per får en is som vist på bildet til høyre.

Bestem sannsynligheten for at Pål får en is som vist på bildet til høyre.

b) Ta utgangspunkt i oppgave a) og forklar hva vi mener med et ordnet utvalg med tilbakelegging og et ordnet utvalg uten tilbakelegging.

c) Bruk eksempelet med en kuleis med tre kuler til å forklare hva vi mener med et uordnet utvalg uten tilbakelegging.

d) Hvor mange ulike kombinasjoner av tre kuler kan vi få i denne isbaren dersom vi regner at utvalget vi gjør, er uordnet uten tilbakelegging?

Oppgave 5 (3 poeng)

I et land regner en med at folketallet vil øke. Myndighetene ser for seg tre måter dette kan skje på:

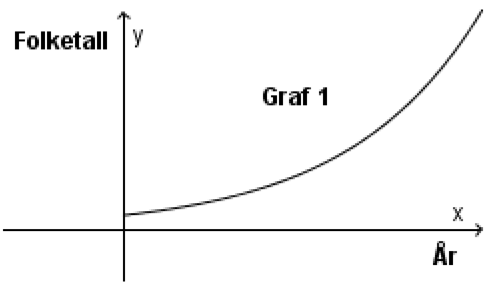
A: Folketallet vil øke med et bestemt antall hvert år.
B: Folketallet vil øke med en fast prosent hvert år.
C: Folketallet vil øke, men økningen vil avta hvert år.

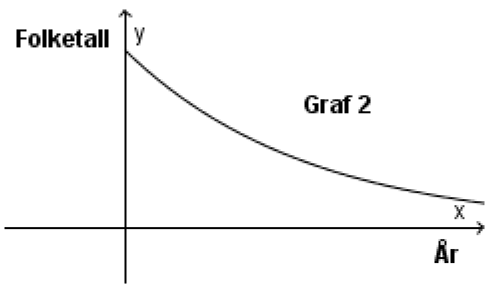
Nedenfor ser du seks grafer.

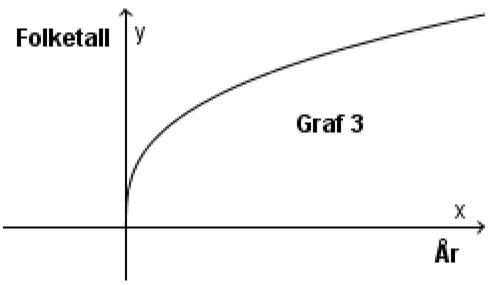
a) Hvilken graf viser økningen beskrevet i A? Begrunn svaret.

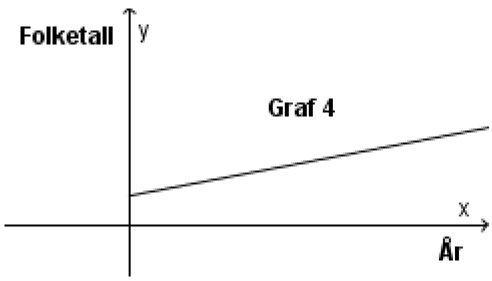
b) Hvilken graf viser økningen beskrevet i B? Begrunn svaret.

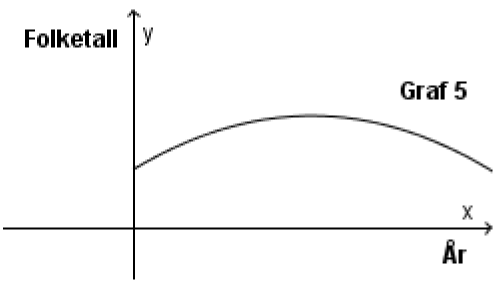
c) Hvilken graf viser økningen beskrevet i C? Begrunn svaret.

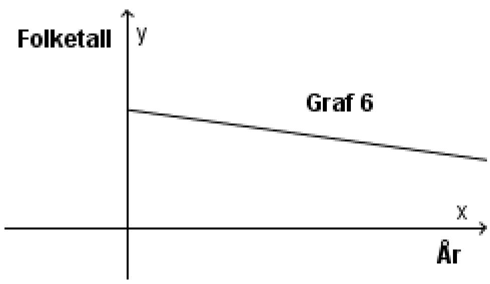












Oppgave 6 (6 poeng)

En rett linje l er gitt ved $y = ax + b$

a) Vis at punktene $A(1,\ a+b)$ og $B(-1,\ -a+b)$ ligger på l.

Vis at $\overrightarrow{AB} \parallel [1,\ a]$.

En rett linje m er gitt ved $y = cx + d$
Punktene C og D ligger på m.

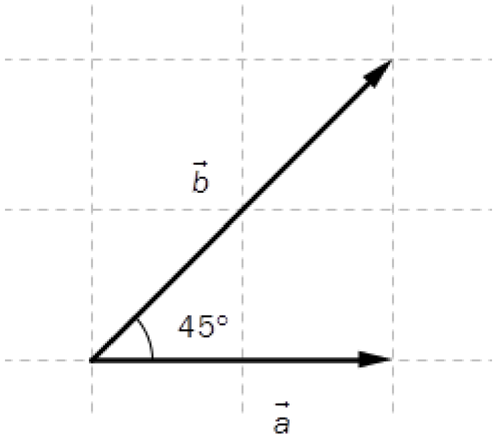
b) Vis at $\overrightarrow{CD} \parallel [1,\ c]$.

Linjene l og m står vinkelrett på hverandre.

c) Bruk vektorregning til å vise at $a \cdot c = -1$

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng)



Ovenfor har vi tegnet $\vec{a}$ og $\vec{b}$ i et rutenett med kvadratiske ruter.

a) Bruk figuren ovenfor og skalarproduktet $\vec{a}\cdot\vec{b}$ til å vise at

$$\cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

b) Vis at $\cos 135° = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Oppgave 2 (4 poeng)

I en oppgavebok i matematikk er fasiten riktig i 95 % av oppgavene. Klara har regnet 50 oppgaver.

a) Bestem sannsynligheten for at fasiten er riktig i alle oppgavene hun har regnet.

b) Bestem sannsynligheten for at fasiten er riktig i minst 45 av oppgavene hun har regnet.

Oppgave 3 (2 poeng)

I en kortstokk er det 52 kort, 26 røde og 26 svarte.
Du trekker fem kort tilfeldig.

Bestem sannsynligheten for at du får nøyaktig tre røde kort.

Oppgave 4 (2 poeng)

Fotballklubben Rosenheim spiller 70 % av kampene sine på kveldstid og 30 % av kampene sine på dagtid. De vinner 60 % av kampene de spiller på kveldstid, men bare 40 % av kampene de spiller på dagtid.

Du får høre at Rosenheim vant sin forrige kamp.

Bestem sannsynligheten for at kampen ble spilt på kveldstid.

Oppgave 5 (4 poeng)

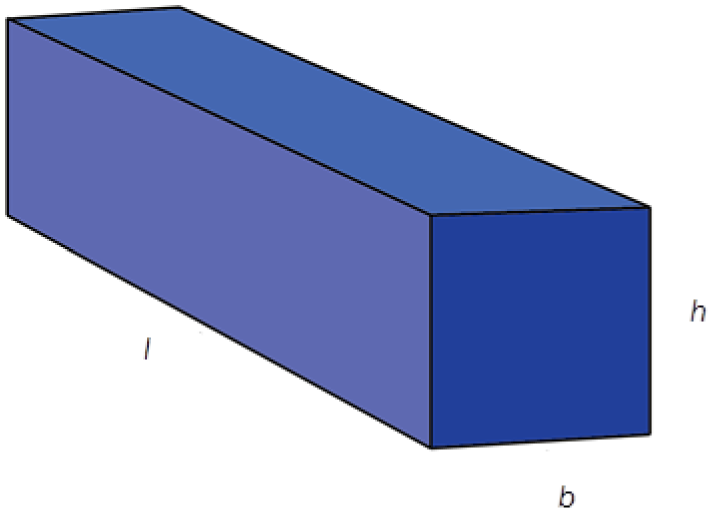
En parameterframstilling for en kurve K er gitt ved

$$K: \quad \begin{cases} x = t^2 - 4 \\ y = 3t - \dfrac{t^3}{3} \end{cases} \qquad \text{for } t \in [-4, 4]$$

a) Bestem koordinatene til skjæringspunktene mellom kurven og koordinataksene ved regning.

b) Tegn kurven i et koordinatsystem.

Oppgave 6 (8 poeng)



Tenk deg at du skal lage en eske med form som et rett prisme.
Se figuren ovenfor.

Lengden l skal være 4,0 dm lengre enn bredden b. Volumet av esken skal være 2,0 L.

a) Vis at høyden h dm av esken er gitt ved

$$h = \frac{2{,}0}{b(b+4{,}0)}$$

Esken har ikke lokk.

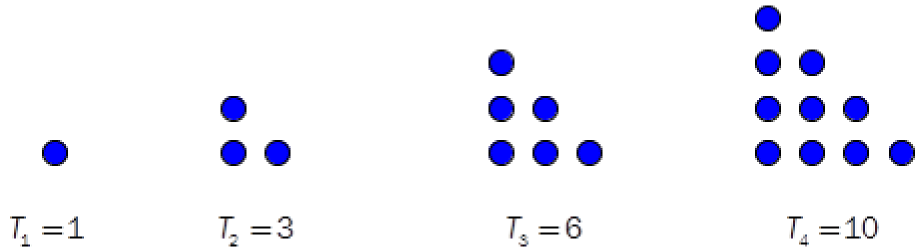
b) Bestem en modell som viser sammenhengen mellom bredden b og arealet $A(b)$ av eskens overflate.

Esken skal ha overflate 15 dm^2

c) Hvor bred, hvor lang og hvor høy kan esken da være?

d) Hvor bred må esken være for at arealet av overflaten skal bli minst mulig?
Hvor lang og hvor høy er esken da?

Oppgave 7 (8 poeng)



Ovenfor ser du de fire første trekanttallene, $T_1 = 1$, $T_2 = 3$, $T_3 = 6$ og $T_4 = 10$.

a) Bestem de to neste trekanttallene, T_5 og T_6 .

Sigvart ser at $T_1 + T_2$, $T_2 + T_3$ og $T_3 + T_4$ er kvadrattall.
Han påstår at $T_n + T_{n+1}$ vil være et kvadrattall for alle $n \in \mathbb{N}$.

b) Bruk figuren ovenfor til å forklare at Sigvarts påstand er riktig.

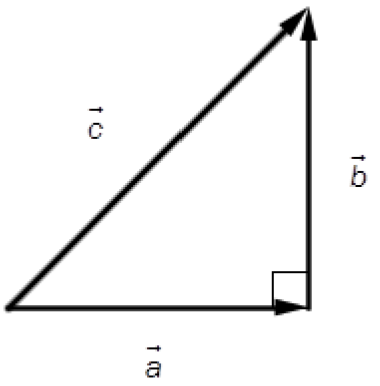
I en bok finner Sigvart at T_n er et andregradsuttrykk som kan beregnes ved å bruke formelen

$$T_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

c) Bruk regresjon til å kontrollere at denne formelen er riktig.

d) Bruk formelen til å vise at $T_n + T_{n+1}$ er et kvadrattall.

Oppgave 8 (4 poeng)



a) Bruk definisjonen av skalarproduktet til å forklare at $\vec{a}\cdot\vec{a}=\left|\vec{a}\right|^2$

b) Uttrykk $\vec{c}$ ved hjelp av $\vec{a}$ og $\vec{b}$. Se figuren ovenfor.

Bruk dette til å vise Pytagoras' læresetning.

Blank side.

Blank side.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet