Løsningsforslag eksamen 2P høsten 2020

Del 1

Oppgave 1

a) Sorterer tallene i stigende rekkefølge:

7 10 10 12 12 18 20 20 33 38

Median: $\dfrac{12+18}{2}=\dfrac{30}{2}=15$

Gjennomsnitt: $\dfrac{7+10+10+12+12+18+20+20+33+38}{10}=\dfrac{180}{10}=18$

<u>Medianen er 15 biler og gjennomsnittet er 18 biler i løpet av en periode med grønt lys.</u>

b) Den kumulative frekvensen for 18 passerte biler er 6.
Dette tallet forteller at det var 6 perioder med grønt lys hvor høyst 18 biler passerte.

c) Dersom vi antar at antall biler som passerer i løpet av en periode med grønt lys er jevnt fordelt utover perioden, kan anslå at både medianen og gjennomsnittet reduseres med 10%.
I så fall vil medianen reduseres med 1,5 biler og gjennomsnittet med 1,8 biler.
Da har vi:
<u>Medianen er 13,5 og gjennomsnittet 16,2</u>

Oppgave 2

$$\frac{5\cdot 10^{12}+3{,}1\cdot 10^{13}}{1{,}8\cdot 10^{7}}=\frac{5\cdot 10^{12}+31\cdot 10^{12}}{18\cdot 10^{6}}=\frac{36\cdot 10^{12}}{18\cdot 10^{6}}=2\cdot 10^{12-6}=\underline{\underline{2\cdot 10^{6}}}$$

Oppgave 3

a)

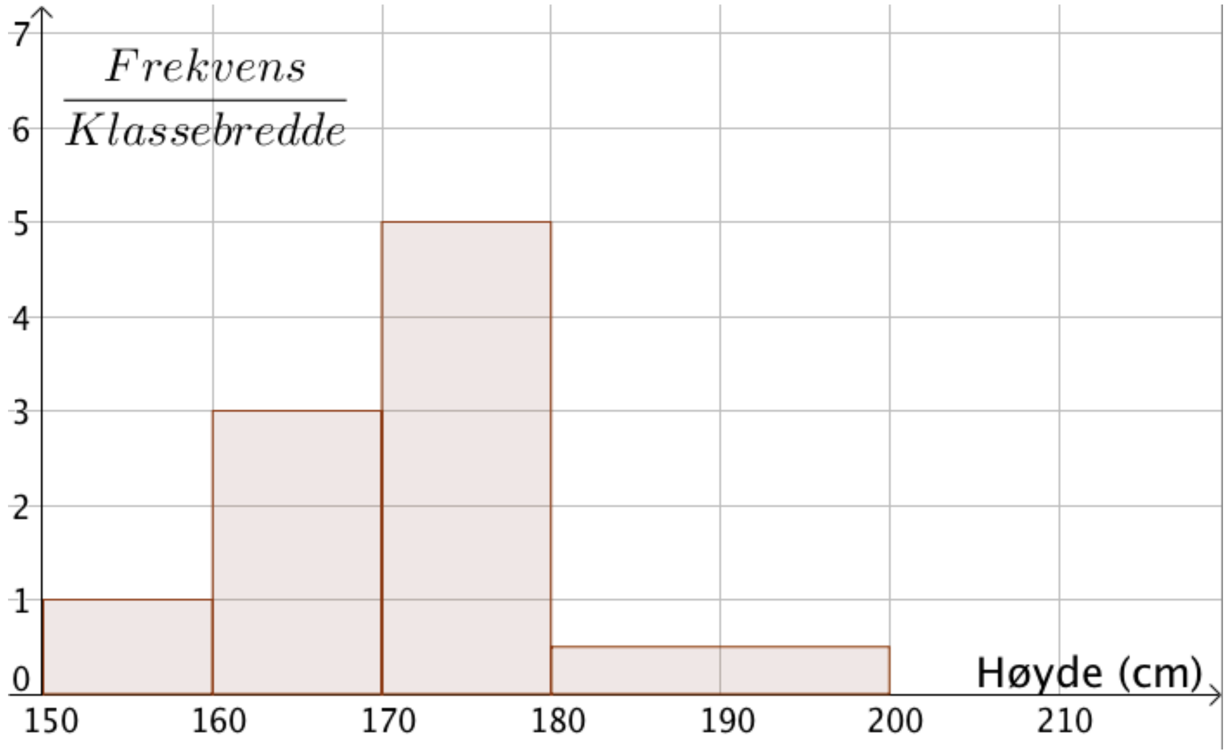
$$\begin{aligned}\frac{155\cdot 10+165\cdot 30+175\cdot 50+190\cdot 10}{100}&=15{,}5+16{,}5\cdot 3+17{,}5\cdot 5+19\\&=15{,}5+49{,}5+87{,}5+19\\&=171{,}5\end{aligned}$$

<u>Gjennomsnittshøyden til elevene ved skolen er 171,5 cm</u>

b) Regner først ut histogramhøydene:

$\dfrac{Frekvens}{Klassebredde}$ $\quad\dfrac{10}{10}=1$ $\quad\dfrac{30}{10}=3$ $\quad\dfrac{50}{10}=5$ $\quad\dfrac{10}{20}=\dfrac{1}{2}$

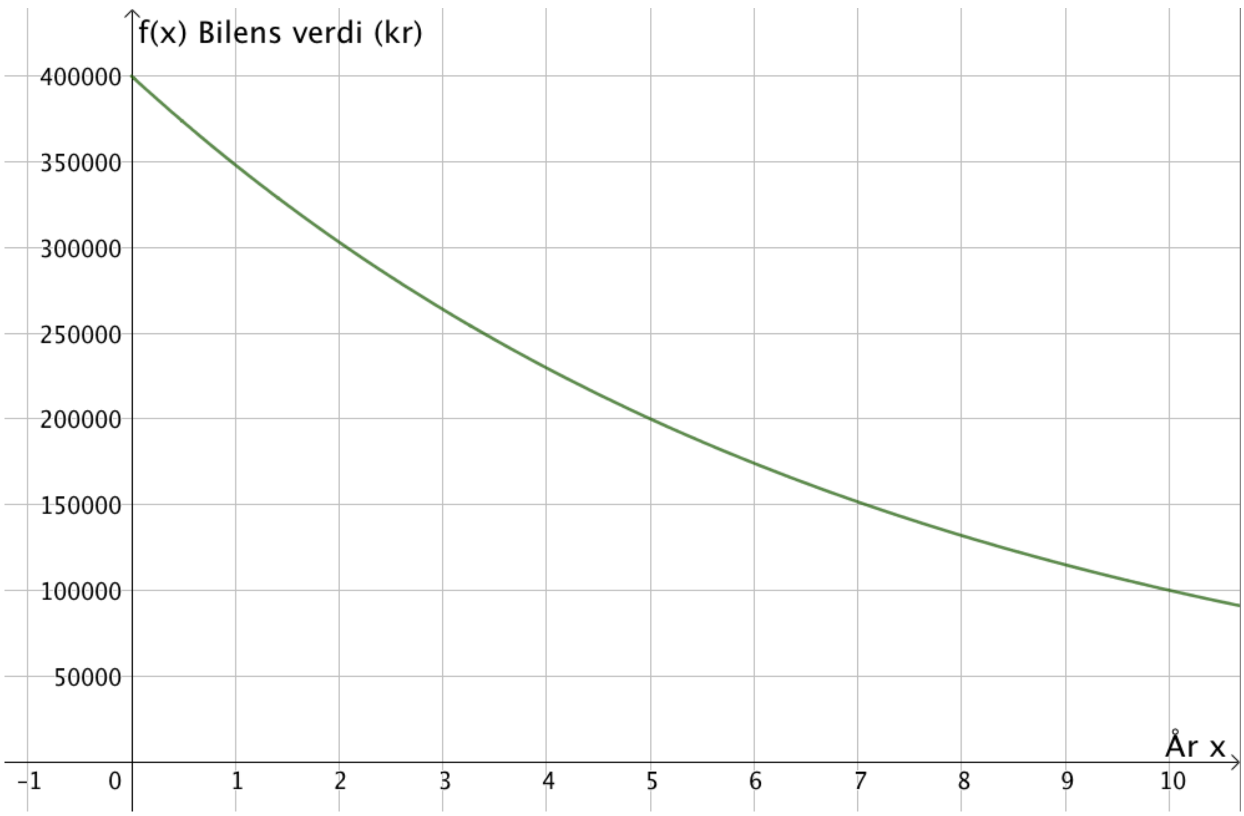
Da kan jeg tegne histogrammet.



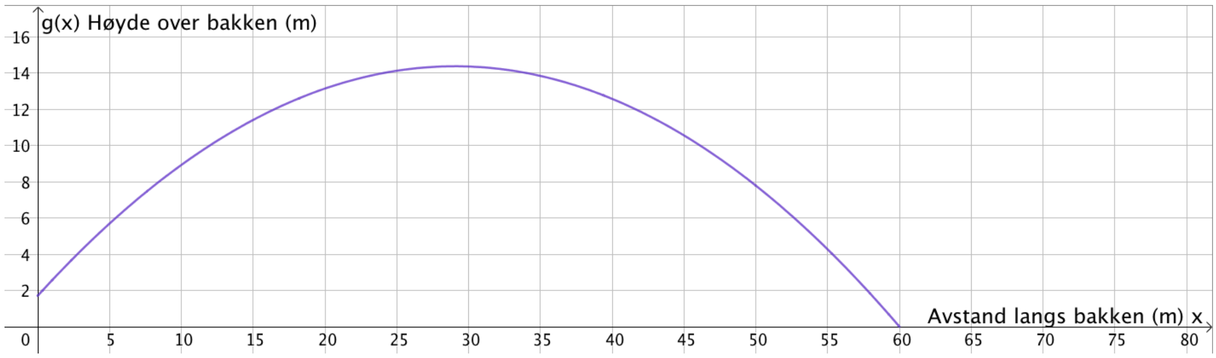
Oppgave 4

Situasjon 1:

Vi har grafen til en eksponentiell modell



Situasjon 2:
Her passer det med grafen til en andregradsfunksjon, altså en parabel.



Situasjon 3:
Denne situasjonen omhandler omvendt proporsjonale størrelser.

Situasjon 4:
Her har vi en lineær funksjon. Vi kan tenke oss at fjelltoppen var 1200 moh. og at Ulrikke gikk helt ned til sjøen.

Oppgave 5

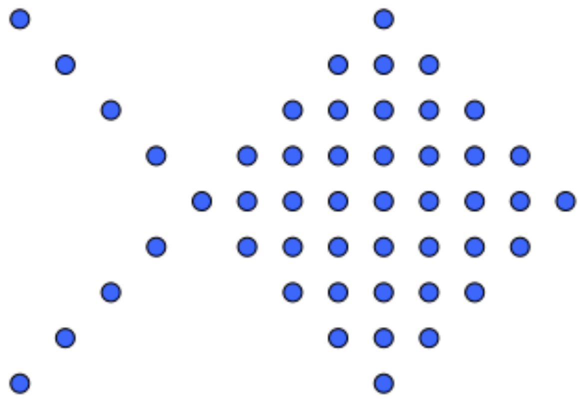
$f(x)$ er antall tonn klementiner og mandariner Norge importerte x år etter 1989.
Vi har en lineær modell på formen $f(x) = ax + b$.
Ser av diagrammet at $f(0) = b = 20000$, og at $f(30) = 30000$.

$$a = \frac{f(30) - f(0)}{30} = \frac{30000 - 20000}{30} = \frac{10000}{30} = \frac{100}{3} \approx 333$$

$$\underline{\underline{f(x) = 333x + 20000 \text{ , } D_f = [0,30]}}$$

Oppgave 6

a) *Her kan man eventuelt løse b)-oppgaven først, og så bruke denne til å svare på a), men jeg velger likevel å svare på a) først.*
Følger mønsteret og tegner figur 4:



<u>Det er 49 sirkler i figur 4</u>

b) Ser for meg at figuren er en drage med to bånd.
Selve dragen består av et kvadrat med sidelengde som er én større en figurnummeret, altså sidelengde $n+1$. Det er dette kvadratet Sara har fargelagt. Innimellom sirklene i dette kvadratet er det "fylt inn" et kvadrat med sidelengde tilsvarende figurnummeret, altså sidelengde n. I tillegg til dette kommer de to "båndene" som hver består av et antall sirkler tilsvarende figurnummeret, slik at disse to båndene til sammen består av $2n$ sirkler.

$$(n+1)^2 + n^2 + 2n = n^2 + 2n + 1 + n^2 + 2n = 2n^2 + 4n + 1$$

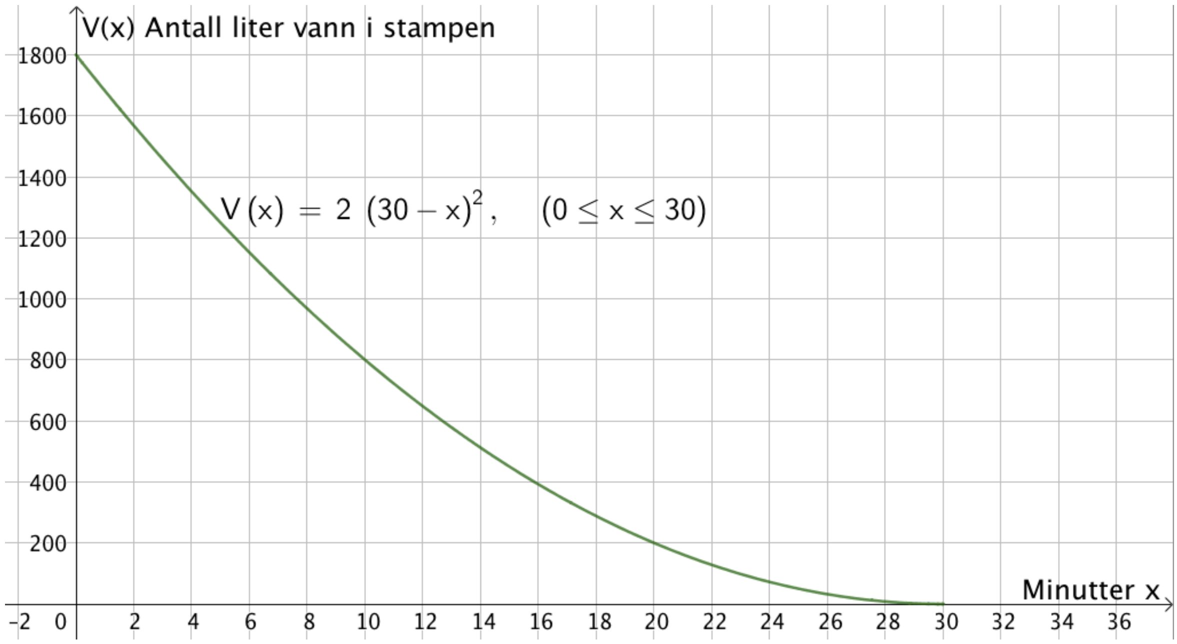
$$\underline{\underline{\text{Antall sirkler i figur } n \text{ er } 2n^2 + 4n + 1}}$$

c) $2 \cdot 20^2 + 4 \cdot 20 + 1 = 2 \cdot 400 + 80 + 1 = 881$
<u>Det vil være 881 sirkler i figur 20</u>

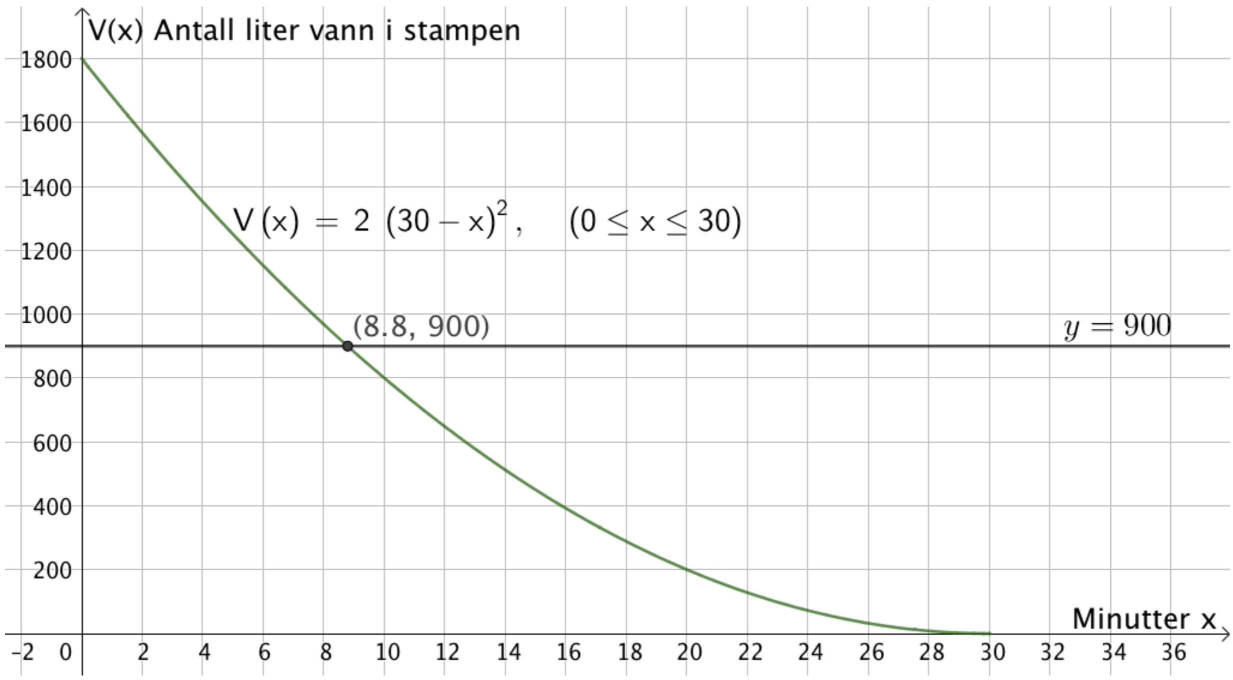
Del 2

Oppgave 1

a)



b) Tegner linja $y = 900$ og finner skjæringspunktet mellom denne og grafen til V ved hjelp av *"skjæring mellom to objekt"*.



<u>Det tar 8,8 minutter, altså 8 min og 48 sekunder, å tappe ut halvparten av vannet</u>

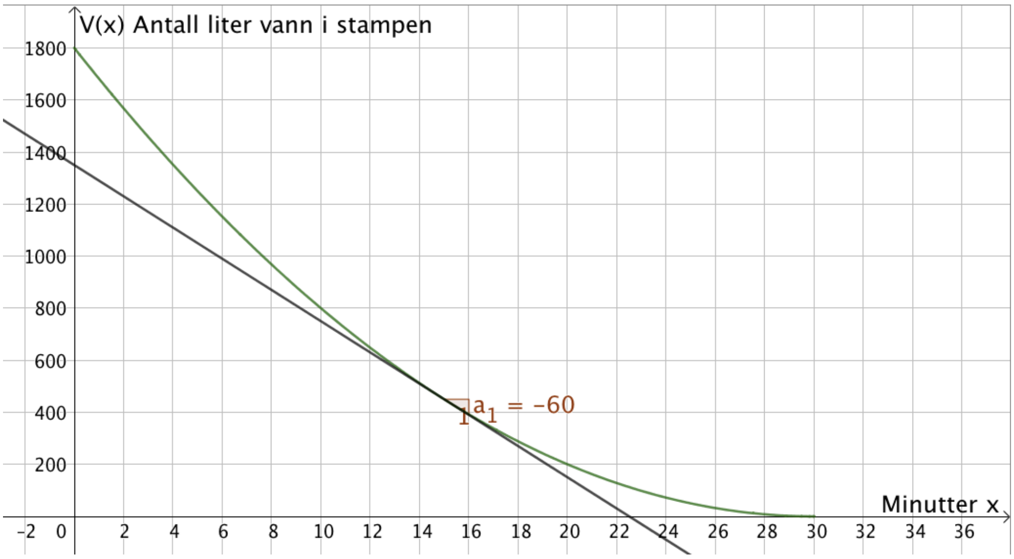
c) 1800 liter vann tappes ut i løpet av 30 minutter.

$$\frac{1800}{30}=60.$$

Det renner ut i gjennomsnitt 60 liter per minutt fra Kari åpner krana, til badestampen er tom.

d) Bruker kommandoen *" Tangent(<x-verdi>, <Funksjon>)"* og tegner en tangent i punktet $\left(15,V(15)\right)$.

Finner stigningstallet til denne ved hjelp av knappen "stigning".



Den momentane vekstfarten er -60 liter per minutt når $x = 15$

Det betyr at vannmengden i stampen minker med 60 liter per minutt 15 minutter etter at Kari åpner krana.

Oppgave 2

$$\frac{15\,\text{min}}{1\ \textit{år}}=\frac{15\,\text{min}}{365\ \text{dager}}=\frac{15\,\text{min}}{365\cdot 24h}=\frac{15\,\text{min}}{365\cdot 24\cdot 60\,\text{min}}=\frac{15}{525600}\approx 0{,}0000285=2{,}85\cdot 10^{-5}$$

15 minutter tilsvarer omtrent $2{,}85\cdot 10^{-5}$ år

Oppgave 3

$100\%-20{,}1\%=79{,}9\%=0{,}799$ er vekstfaktor ved 20,1 % nedgang.

$$x\cdot 0{,}799=208225$$

$$x=\frac{208225}{0{,}799}$$

$$x=260607$$

Det ble importert 260 607 juletrær til Norge i 2009

Oppgave 4

a) Legger inn nødvendige formler og prøver ulike verdier i cellen for rentesatsen, helt til jeg har det riktige beløpet like etter innskuddet 1.januar 2020.

	A	B	C	D	E	F	G
1	År	Innskudd 1.januar	Beløp på konto i starten av året	Beløp på konto i slutten av året			
2	2014	kr 15 000,00	kr 15 000,00	kr 15 405,00		Rentesats	2,7 %
3	2015	kr 10 000,00	kr 25 405,00	kr 26 090,94			
4	2016	kr 10 000,00	kr 36 090,94	kr 37 065,39			
5	2017	kr 10 000,00	kr 47 065,39	kr 48 336,16			
6	2018	kr 10 000,00	kr 58 336,16	kr 59 911,23			
7	2019	kr 10 000,00	kr 69 911,23	kr 71 798,84			
8	2020	kr 10 000,00	kr 81 798,84	kr 84 007,40			
9							

Formler:

	A	B	C	D	E	F	G
1	År	Innskudd 1.januar	Beløp på konto i starten av året	Beløp på konto i slutten av året			
2	2014	15000	=B2	=C2*(1+$G$2)		Rentesats	0,027
3	2015	10000	=D2+B3	=C3*(1+$G$2)			
4	2016	10000	=D3+B4	=C4*(1+$G$2)			
5	2017	10000	=D4+B5	=C5*(1+$G$2)			
6	2018	10000	=D5+B6	=C6*(1+$G$2)			
7	2019	10000	=D6+B7	=C7*(1+$G$2)			
8	2020	10000	=D7+B8	=C8*(1+$G$2)			
9							

<u>Vi ser at Eline har en rentesats på 2,7 % på sparepengene sine</u>

b)

	A	B	C	D	E	F	G
1	År	Innskudd 1.januar	Beløp på konto i starten av året	Beløp på konto i slutten av året			
2	2014	kr 15 000,00	kr 15 000,00	kr 15 405,00		Rentesats 2014-2019	2,7 %
3	2015	kr 10 000,00	kr 25 405,00	kr 26 090,94		Rentesats 2020-2025	3,0 %
4	2016	kr 10 000,00	kr 36 090,94	kr 37 065,39			
5	2017	kr 10 000,00	kr 47 065,39	kr 48 336,16			
6	2018	kr 10 000,00	kr 58 336,16	kr 59 911,23			
7	2019	kr 10 000,00	kr 69 911,23	kr 71 798,84			
8	2020	kr 10 000,00	kr 81 798,84	kr 84 252,80			
9	2021	kr 10 000,00	kr 94 252,80	kr 97 080,38			
10	2022	kr 10 000,00	kr 107 080,38	kr 110 292,80			
11	2023	kr 10 000,00	kr 120 292,80	kr 123 901,58			
12	2024	kr 10 000,00	kr 133 901,58	kr 137 918,63			
13	2025	kr 10 000,00	kr 147 918,63	kr 152 356,19			
14							

Formler:

	A	B	C	D	E	F	G
1	År	Innskudd 1.januar	Beløp på konto i starten av året	Beløp på konto i slutten av året			
2	2014	15000	=B2	=C2*(1+$G$2)		Rentesats 2014-2019	0,027
3	2015	10000	=D2+B3	=C3*(1+$G$2)		Rentesats 2020-2025	0,03
4	2016	10000	=D3+B4	=C4*(1+$G$2)			
5	2017	10000	=D4+B5	=C5*(1+$G$2)			
6	2018	10000	=D5+B6	=C6*(1+$G$2)			
7	2019	10000	=D6+B7	=C7*(1+$G$2)			
8	2020	10000	=D7+B8	=C8*(1+$G$3)			
9	2021	10000	=D8+B9	=C9*(1+$G$3)			
10	2022	10000	=D9+B10	=C10*(1+$G$3)			
11	2023	10000	=D10+B11	=C11*(1+$G$3)			
12	2024	10000	=D11+B12	=C12*(1+$G$3)			
13	2025	10000	=D12+B13	=C13*(1+$G$3)			
14							

<u>Vi ser at Eline har 147 918,63 kr på kontoen like etter innskuddet 1.jan.2025</u>

Oppgave 5

a) Lager lister med rådata i GeoGebra og bruker kommandoene *" Gjennomsnitt(<Liste med rådata>)"* og *" Standardavvik(<Liste med rådata>)".*

Algebrafelt

Liste

$\text{Snødybde}_K = \{44, 38, 31, 49, 53, 36, 44, 38, 48, 20, 50\}$

$\text{Snødybde}_O = \{15, 13, 0, 12, 0, 5, 0, 0, 5, 10, 0\}$

Tall

$\text{Gjennomsnitt}_K = 41$

$\text{Gjennomsnitt}_O = 5.45$

$\text{Standardavvik}_K = 9.24$

$\text{Standardavvik}_O = 5.73$

<u>Oslo hadde gjennomsnittlig snødybde på 5,45 cm og standardavvik 5,73cm</u>

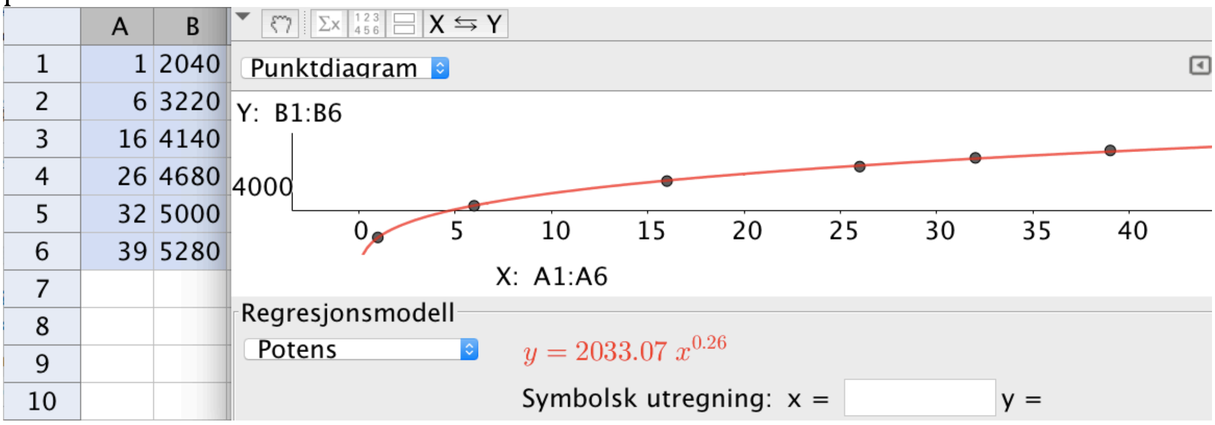
<u>Kautokeino hadde gjennomsnittlig snødybde på 41 cm og standardavvik 9,24 cm</u>

b) Påstanden er *ikke* riktig. Standardavvik er et *spredningsmål*, som altså forteller oss noe om *variasjonene* i dataene våre. Dersom snødybden på julaften i Kautokeino hadde vært 41 cm hvert av årene, ville gjennomsnittet vært det samme, men standardavviket vært null. Da ville altså Oslo, om snødybden var som i oversikten, hatt større standardavvik selv om gjennomsnittet her var lavere.

Et høyt gjennomsnitt forteller oss altså ikke noe om standardavviket.

Oppgave 6

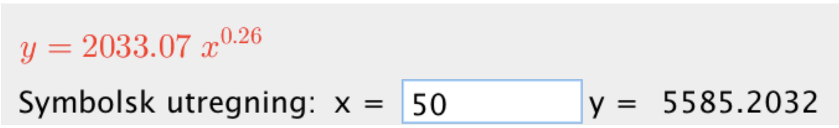
a) Her tenker jeg at en potensfunksjon kan passe bra. Da har vi en modell på formen $f(x) = a \cdot x^b$ der a er antall innbyggere i 1980 og at dette antallet øker, men veksten avtar etter hvert.
Legger inn verdier i regnearket i GeoGebra og velger regresjonsanalyse og potensmodell.



NB! Denne modellen er ikke gyldig for negative verdier av x.

$f(x) = 2033 \cdot x^{0,26}$, der $x \geq 0$, er en modell som tilnærmet beskriver utviklingen

b) 2030 tilsvarer $x = 50$.



I følge modellen, vil innbyggertallet i boligområdet være ca. 5585
Dette stemmer godt med Svein sin antagelse om at veksten vil avta over tid.

Oppgave 7

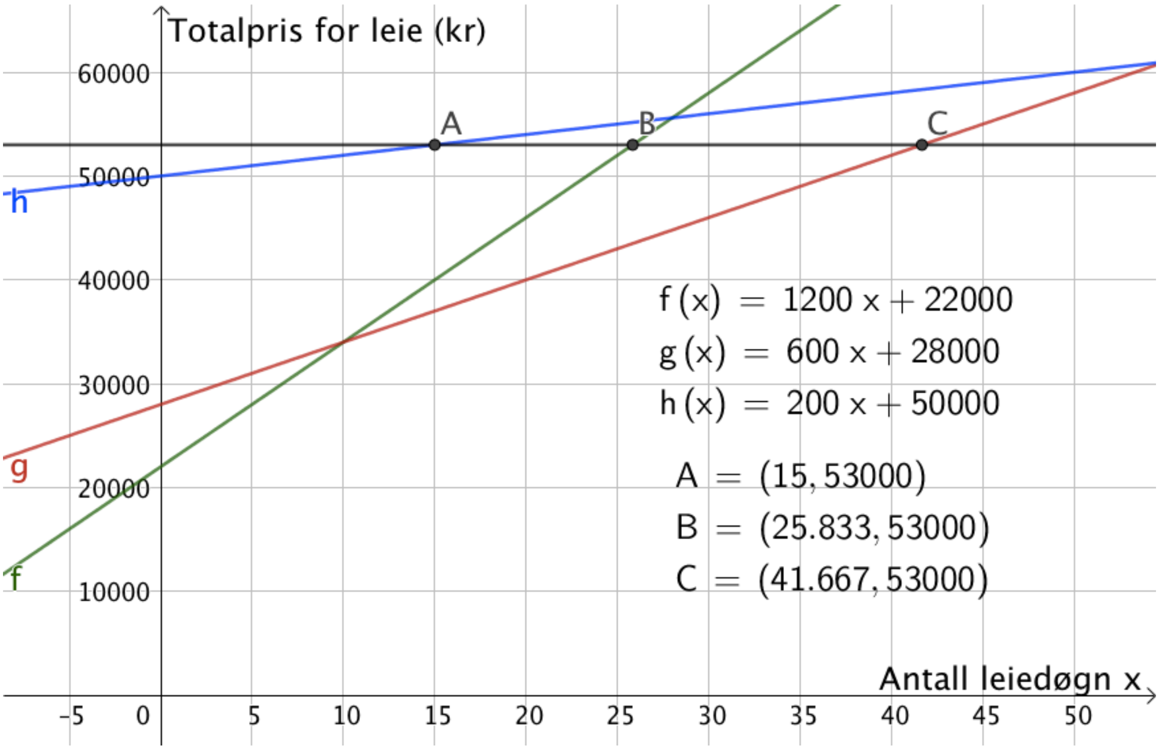
a) ***Pris for 28 døgn iht. avtale 1:*** $22000kr + 28 \cdot 1200kr = \underline{\underline{55600kr}}$

Pris for 28 døgn iht. avtale 2: $28000kr + 28 \cdot 600kr = \underline{\underline{44800kr}}$

Pris for 28 døgn iht. avtale 3: $50000kr + 28 \cdot 200kr = \underline{\underline{55600kr}}$

b) Lar $f(x) = 1200x + 22000$, $g(x) = 600x + 28000$ og $h(x) = 200x + 50000$ være tre lineære funksjoner som beskriver sammen hengen mellom antall døgn og prisen totalt i henhold til henholdsvis avtale 1, avtale 2 og avtale 3.

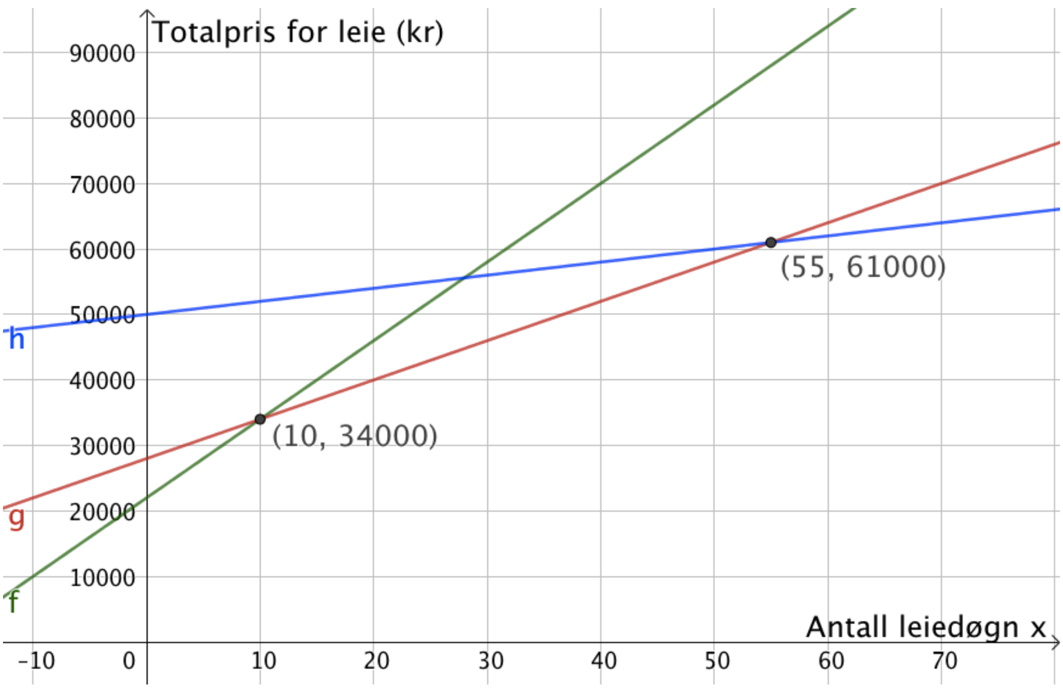
Tegner grafene til de tre funksjonene i samme koordinatsystem, sammen med linja $y = 53000$ og finner skjæringspunktene mellom denne og de tre grafene ved hjelp av *skjæring mellom to objekt.*



Dersom den totale prisen ikke skal overstige 53000 kroner, kan en kunde leie leilighet i

- 25 døgn i henhold til avtale 1
- 41 døgn i henhold til avtale 2
- 15 døgn i henhold til avtale 3.

c)



- Avtale 1 lønner seg dersom man leier for inntil 10 døgn per år.
- Avtale 2 lønner seg dersom man leier fra 10 og opp til 55 døgn per år.
- Avtale 3 lønner seg dersom man leier fra 55 døgn og oppover per år.

Oppgave 8

a)

De vannrette markeringene for temperatur markerer intervaller på 0,4 grader celsius.
De vannrette "markeringene" i selve boksdiagrammet, angir (lest nedenfra og opp) henholdsvis laveste temperatur, 1.kvartil, median, 3.kvartil og høyeste temperatur. "krysset" markerer gjennomsnittet. Leser av og gjør beregninger der det er nødvendig.

<u>Medianen er 5,5 grader celsius og gjennomsnittet er 5 grader celsius</u>

$9-1,5=7,5$ og $6,9-3,8=3,1$

<u>Variasjonsbredden er 7,5 grader celsius og kvartilbredden er 3,1 grader celsius</u>

b) Boksdiagrammet deler datasettet inn i fire like store deler, der den nederste delen, altså fra laveste temperatur og opp til 1.kvartil inneholder 25 % av målingene. Januar har 31.dager, så 8 dager tilsvarer omtrent 25 % av dagene i januar, og da også 25 % av målingene.
Når i ser at 1.kvartil er 3,6 grader celsius i begge diagrammene, betyr det at vi kan si det må ha vært omtrent 8 dager med en maksimumstemperatur på 3,6 grader celsius eller lavere i begge byene.