Løst av Svein Arneson
Del 1 uten hjelpemidler

Oppgave 1

a1) $$\frac{x^2-1}{(x+1)^2}+\frac{2}{x+1}=\frac{x^2-1}{(x+1)^2}+\frac{2\cdot(x+1)}{(x+1)(x+1)}=\frac{x^2-1+2x+2}{(x+1)^2}=\frac{(x+1)^2}{(x+1)^2}=\underline{\underline{1}}$$

2) $$\frac{(2a^2)^2\cdot b}{a^3b^{-2}}=\frac{4a^4b}{a^3b^{-2}}=4a^{4-3}b^{1+2}=\underline{\underline{4ab^3}}$$

b1) $$2\cdot 10^{2x}=2000 \Leftrightarrow 10^{2x}=10^3 \Leftrightarrow 2x=3 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=\frac{3}{2}}}$$

2) $$\lg(x^2)+3\lg x-15=0 \Leftrightarrow 2\lg x+3\lg x=15 \Leftrightarrow \lg x=3 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=10^3=1000}}$$

c) Gitt funksjonen f ved $f(x)=ax^2+bx+5$ der grafen går gjennom (1, 4) og (-1, 8). For å finne x, løser vi de to ligningene vi får når vi setter inn koordinatene til punktene:

$a\cdot 1^2+b\cdot 1+5=4 \wedge a\cdot(-1)^2+b\cdot(-1)+5=8$

$a+b=-1 \wedge a-b=3$ Vi adderer de to ligningene og får med litt hoderegning

$\underline{\underline{a=1 \wedge b=-2}}$

d)

$A=\frac{a+b}{2}\cdot h$ Når h $\neq 0$ får vi $\underline{\underline{b=\frac{2A}{h}-a}}$

Vi setter nå inn de gitte størrelsene og får: $b=\frac{2\cdot 40}{5}-7=\underline{\underline{9}}$

e) Dette er et binomisk eksperiment / tilfelle. Vi lar X = antall fisker

1) Sannsynligheten for å få 1 fisk på 3 kast er: P(X = 1) = $\binom{3}{1}\cdot 0.1^1\cdot 0.9^2=3\cdot 0.1\cdot 0.81=\underline{\underline{0.243}}$

2) Sannsynligheten for å få minst en fisk på 3 kast er det samme som 1 – sannsynligheten for ingen fisk på 3 kast. Altså P(X≥ 1) = $1-0.9^3=1-0.729=\underline{\underline{0.271}}$

Oppgave 2

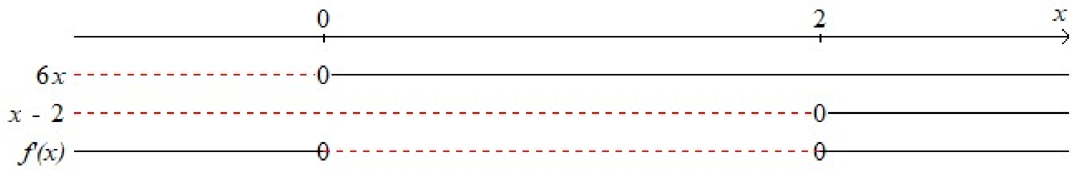
Vi har gitt funksjonen f ved $f(x)=2x^3-6x^2+3$

a) Gjennomsnittlig veksthastighet fra x = 0 til x = 2 er

$$\frac{f(2)-f(0)}{2-0}=\frac{2\cdot 2^3-6\cdot 2^2+3-3}{2}=\frac{16-24}{2}=\underline{\underline{-4}}$$

b) $f'(x)=\underline{\underline{6x^2-12x=6x(x-2)}}$ Da får vi $f'(1)=6\cdot 1\cdot(-1)=\underline{\underline{-6}}$

c) Vi tegner fortegnsskjemaet til f'(x) og får:



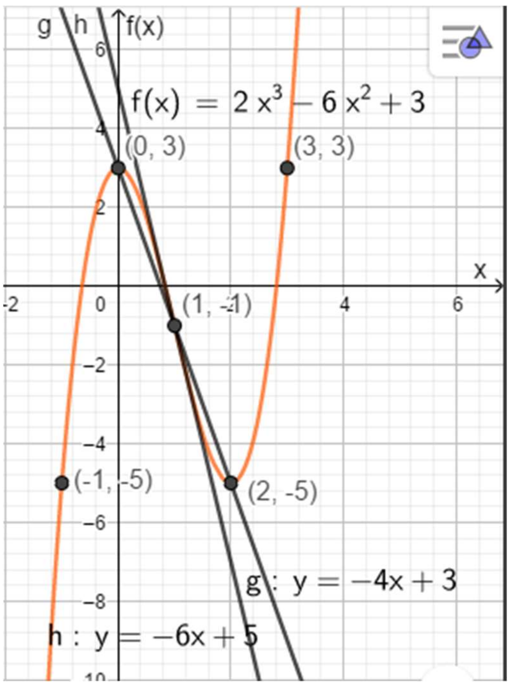
Av dette ser vi at x vokser når x < 0 og når x > 2 og f minker imellom, altså når 0 < x < 2. Altså har f en topp når x = 0 og f(0) = 3: Toppunktet er (0 , 3)

f har en bunn når x = 2 og f(2) = $2\cdot 2^3 - 6\cdot 2^2 + 3 = -5$ altså er bunnpunktet (2, -5)

d) For å tegne grafen regner vi ut noen flere punkter i tabellen:

x	-1	0	1	2	3
f(x)	-5	3	-1	-5	3

Nå kan vi merke av punktene og trekke den best tilpassa 3. gradsfunksjonen:



Her har vi tegnet grafen og de to linjene som er gjennomsnittsvekst fra x = 0 til x = 2 , linje g. og tangenten som viser den momentane vekstfarten når x = 1, linje h.

Løst av Svein Arneson

Del 2

Med hjelpemidler

Vi forkorter GeoGebra med GG.

Oppgave 3

Dette blir et hypergeometrisk tilfelle og vi kan lage en liten tabell for å øke forståelsen

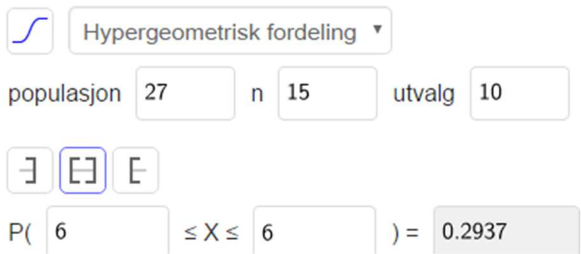
	Får hjelp	Greier sjøl	Sum
Vi har	15	12	27
Vi trekker	6	4	10

Vi regner i GG og får:

1 $$\frac{nCr(15,6)\cdot nCr(12,4)}{nCr(27,10)}$$

$$\approx \mathbf{0.2937}$$

I GG kan vi bruke sannsynlighetskalkulatoren og da blir bildet:



Vi ser at det er 29.4 % sannsynlighet for at 6 av 10 fikk hjelp

b.

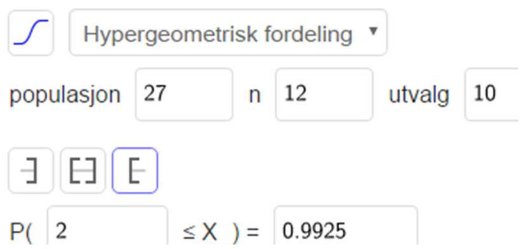
Når vi skal bestemme sannsynligheten for at minst 2 av 10 installerte sjøl er det det samme som en minus sannsynligheten for at ingen eller 1 installerte sjøl:

I Cas

$$1-\left(\frac{nCr(15,10)\cdot nCr(12,0)}{nCr(27,10)}+\frac{nCr(15,9)\cdot nCr(12,1)}{nCr(27,10)}\right)$$

$$\approx \mathbf{0.9925}$$

Med kalkulatoren kan vi finne dette direkte slik:



Vi ser at sannsynligheten for at 2 eller flere av de 10 greier dette selv er 99.3 %

c.

Ved skolen er sannsynligheten for at en tilfeldig trukket elev får hjelp er p = 0.30

Forutsetningene for å kunne regne binomisk er:

- At en elev får hjelp har ingen innflytelse på om neste elev får hjelp eller ei, sannsynligheten for å få hjelp er konstant, p = 0.30
- Det er bare to utfall, enten får en elev hjelp eller eleven får ikke hjelp.

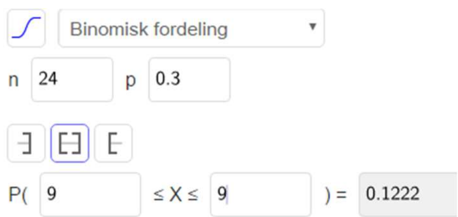
Vi definerer X: Antall elever som får hjelp. Vi regner ut i GG, P(X = 9) og får:

1 $\text{nCr}(24, 9) \cdot 0.3^9 \cdot 0.7^{15}$

$\approx$ **0.122**

<u>Sannsynligheten for at 9 elever av 24 får hjelp av IKT er 12.2 %</u>

Med sannsynlighetskalkulatoren blir dette:



Vi får samme svar.

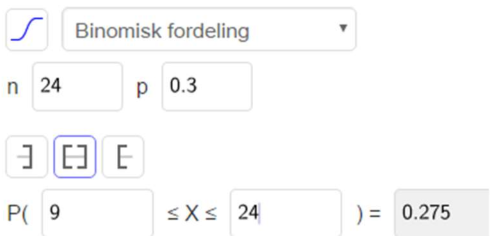
d.

Nå regner vi ut P(9 ≤ X ≤ 24) på to måter for å demonstrere begge:

$\text{Sum}(\text{nCr}(24, x) \cdot 0.3^x \cdot 0.7^{24-x}, x, 9, 24)$

$\approx$ **0.275**

Så med sannsynlighetskalkulatoren:



<u>Vi ser at svaret er det samme, sannsynligheten er 27.5 %</u>

Oppgave 4 Alternativ I

a.

Vi ser at volumet av ei eske med høyde x er, (30-4x)(20-2x)x og får da denne tabellen:

Høyde x i cm	1	2	3	4
Volum i cm^3	468	704	756	672

b.

1.

Vi har kopiert tabellen inn i regnearket, H-klikket og trykket lag tabell. Deretter bruker vi kommandoen «Reg Poly (l1,3)»

$f(x) = \text{RegPoly}(l1, 3)$

$\rightarrow \quad 8x^3 - 140x^2 + 600x$

2.

Med ide ovenfor blir $V(x) = ((30-4x)(20-2x)x = \underline{\underline{600x - 140x^2 + 8x^3}}$

I begge tilfeller får vi formelen fra oppgaven.

c.

I GG definerer vi V(x), V'(x) og V''(x) og finner de x-verdiene som gir V' lik null. Sjekker fortegnet til V'' for den ene av disse verdiene og kan dermed avgjøre hvilken x-verdi som gir størst volum. Begge løsningene kan ikke gi maksimum.

$V(x) = 8x^3 - 140x^2 + 600x$

$V'(x) = V'(x)$

$\rightarrow \quad 24x^2 - 280x + 600$

$V''(x) = V''(x)$

$\rightarrow \quad 48x - 280$

1 $V'(x) = 0$

Løs: $\left\{ x = \frac{-5\sqrt{13}+35}{6}, x = \frac{5\sqrt{13}+35}{6} \right\}$

2 $V''\left(\frac{-5\sqrt{13}+35}{6}\right)$

$\rightarrow \quad -40\sqrt{13}$

3 $V\left(\frac{-5\sqrt{13}+35}{6}\right)$

$\rightarrow \quad \frac{1}{27}\left(3250\sqrt{13}+8750\right)$

4 $\frac{-5\sqrt{13}+35}{6}$

$\approx \quad 2.83$

5 $\frac{1}{27}\left(3250\sqrt{13}+8750\right)$

$\approx \quad 758.08$

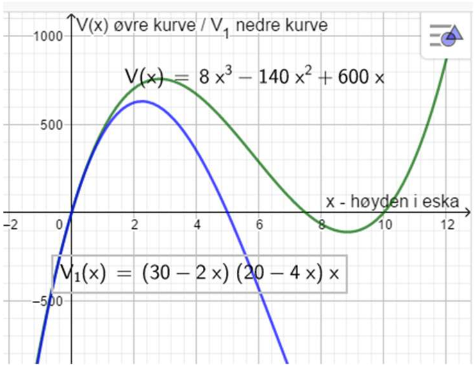
<u>Eska har størst volum når høyden x = 2.83 cm. Volumet er da 758 cm^3</u>

d.

Nå får vi volumet til å bli

$V_1(x) = (30 - 2x)(20 - 4x)x$

Vi tegnet grafen til denne i samme koordinatsystem som grafen til V :



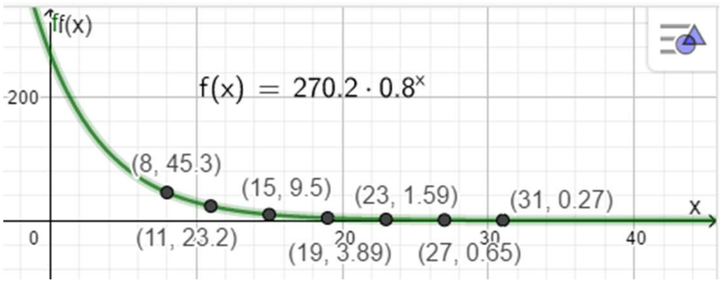
Her ser vi (Den blå V_1 grafen på figuren) at dersom vi bretter langsiden 2 ganger får vi ikke like stort maksimalt volum som når vi bretter kortsiden 2 ganger (Den mørke V grafen på figuren)

Oppgave 4 Alternativ II

a.

Vi kopierer tabellen i oppgaven til regnearket i GG, trykker lag liste og bruker

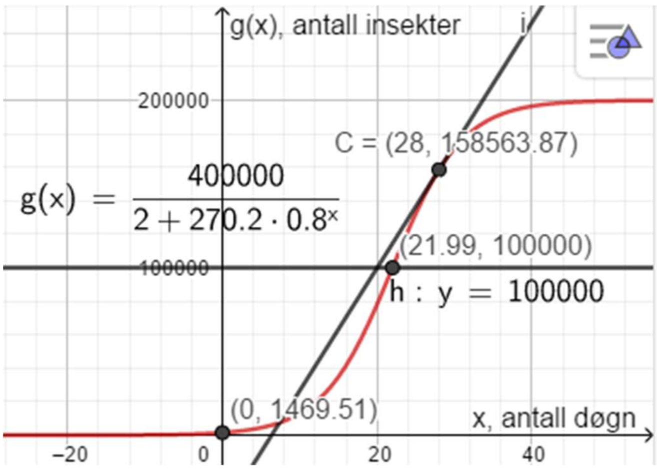
f(x) = RegEksp(l1)



Vi får altså at $\underline{\underline{f(x) = 270.2 \cdot 0.8^x}}$

b.

Vi definerer funksjonen g i GG og tegner grafen der:



Vi har merket av punktet (0, 1469.5) på grafen til g. Dette viser at det er ca 1470 insekter når x = 0.

c.

I aksekorset har vi også tegnet inn linja y = 100 000 (insekter) og ser at linja skjærer g(x) når x = 21.99. Dette betyr at det er 100 000 insekter etter 22 døgn

Her er regningene i GG så langt:

$g(x) = \dfrac{400000}{2 + f(x)}$

$\rightarrow \dfrac{400000}{2 + 270.2 \cdot 0.8^x}$

$A = (0, g(0))$

$\rightarrow (0,\ 1469.51)$

$h : y = 100000$

$B = \text{Skjæring}(g, h, (21.99, 100000))$

$\rightarrow (21.99,\ 100000)$

1 $g(x) = 100000, x = 1$

NLøs: $\{x = 21.99\}$

Her har vi regnet ut at g(x) = 100 000 når x = 21.99, altså etter ca 22 døgn

d.

$C = (28, g(28))$

$\rightarrow (28,\ 158563.87)$

$i : \text{Tangent}(C, g)$

$\rightarrow y = 7330.57x - 46692.11$

Her ser vi at vi har plottet punktet C på grafen til g etter 28 døgn og trukket en tangent til grafen i dette punktet. Tangenten har stigningstall k = 7331 insekter / døgn, som betyr at antall insekter øker med 7331 stk per døgn etter 28 døgn.

e.

Av regneuttrykket for g(x) ser vi at nevneren går mot 2 når x går mot uendelig fordi

$0.8^x \rightarrow 0 \text{ når } x \rightarrow \infty$ og da vil $\underline{\underline{g(x) \rightarrow \dfrac{400000}{2} = 200000 \text{ når x} \rightarrow \infty}}$

Vi ser det samme av grafen til g.

Oppgave 5

a. Opplysningene i teksten gir oss følgende ulikheter, der x er antall kjoler og y antall skjørt

1) De syr ikke et negativt antall kjoler eller skjørt, altså er $x \geq 0$ og $y \geq 0$

2) Begrensningen i utlegg på hele arbeidet er

$$200\frac{kr}{m} \cdot 2.5m \cdot x + 125\frac{kr}{m} \cdot 2m \cdot y \leq 10000kr \text{ gir } \underline{y \leq -2x+40}$$

3) Begrensingen i tid gir: 4 x +1 y ≤ 60 $\Leftrightarrow \underline{y \leq -4x + 60}$

4) Begrensningene på prisen på stoffene er:

- kjolene $200\dfrac{kr}{m}\cdot 2.5m\cdot x \le 7500kr \Leftrightarrow \underline{x \le 15}$

- skjørtene $125\dfrac{kr}{m}\cdot 2m\cdot y \le 7500kr \Leftrightarrow \underline{y \le \dfrac{7500}{125\cdot 2} = 30}$

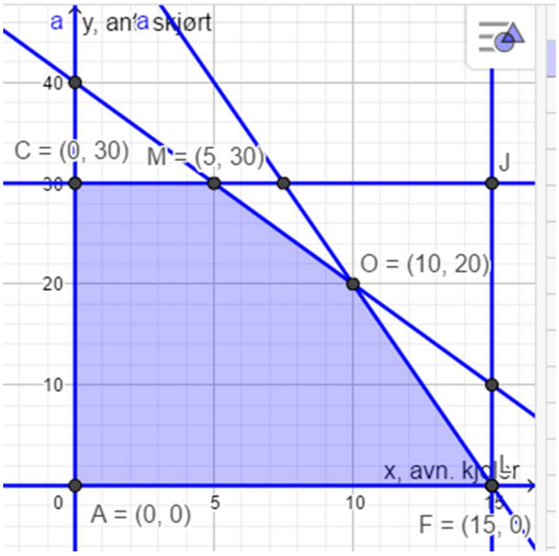
Dermed har vi begrunnet alle ulikhetene i oppgaven.

b.

Vi har nå tastet inn $a: x \ge 0 \wedge y \ge 0 \wedge x \le 15 \wedge y \le 30 \wedge y \le -2x + 40 \wedge y \le -4x + 60$

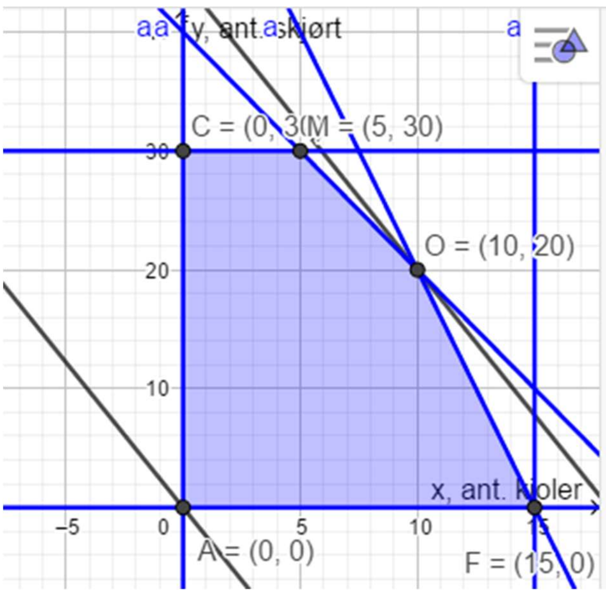
Grafen blir da, når vi også finner alle hjørnene med kommandoen

Toppunkt(<Mangekant>)



c. Inntekten blir I(x , y) = 2200 x + 900 y. Vi tegner inntektsfunksjonen når I(x, y) = 0. Dette er den svarte linja gjennom origo i figuren under. Så parallellforskyver vi linja så høyt vi kan innenfor lovlig område, det blir til O= (10, 20). Dette er den inntegna svarte linja gjennom O. Størst inntekt får hun når hun syr 10 kjoler og 20 skjørt. Den største inntekten blir

$I(10,20) = 2200\cdot 10 + 900\cdot 20 = \underline{\underline{40000}}$ <u>kr</u>



d.

Siden inntektslinja går gjennom O = (10, 20) bruker hun kr 10 000 til innkjøp av stoffer. Overskuddet blir da kr 40000 – kr 10000 = kr 30 000

Når hun syr 10 kjoler og 20 skjørt bruker hun $10 \cdot 4h + 20 \cdot 1h = 60 \text{ timer}$

Vi setter timelønna til z kr. Til å bestemme z får vi :

Løs(z · (30 + 60) = 30000, z)

$\approx$ **{z = 333.33}**

Timelønna blir ca 333 kroner