

## Del 1

### Oppgave 1 (6 poeng)

Deriver funksjonene

a)  $f(x) = 3x^3 - 4x + \frac{1}{x}$

b)  $g(x) = 3x^2 \cdot \ln x$

c)  $h(x) = \sqrt{4x^2 - 5}$

### Oppgave 2 (4 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a)  $\frac{3x}{x^2 - x - 2} - \frac{2x}{x + 1} - \frac{2}{x - 2}$

b)  $\ln(a \cdot b^2) - 8 \ln b + 2 \ln a^3 - 3 \ln \left( \frac{a^2}{b^2} \right)$

### Oppgave 3 (4 poeng)

Vi har gitt vektorene  $\vec{a} = [4, 1]$ ,  $\vec{b} = [-1, 3]$  og  $\vec{c} = [4, 14]$ .

a) Undersøk om  $\vec{a} \perp \vec{b}$ .

b) Bestem to tall  $r$  og  $s$  slik  $\vec{c} = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b}$ .

#### Oppgave 4 (4 poeng)

En fabrikk har to maskiner, A og B, som produserer deksler til mobiltelefoner. Maskin A står for 40 prosent av produksjonen, mens maskin B står for 60 prosent av produksjonen.

Det viser seg at det er feil på 20 prosent av dekslene som er produsert av maskin A, og 10 prosent av dekslene som er produsert av maskin B.

Tenk deg at du skal trekke et tilfeldig deksel som er produsert av fabrikk.

a) Hva er sannsynligheten for at det er feil på dekselet?

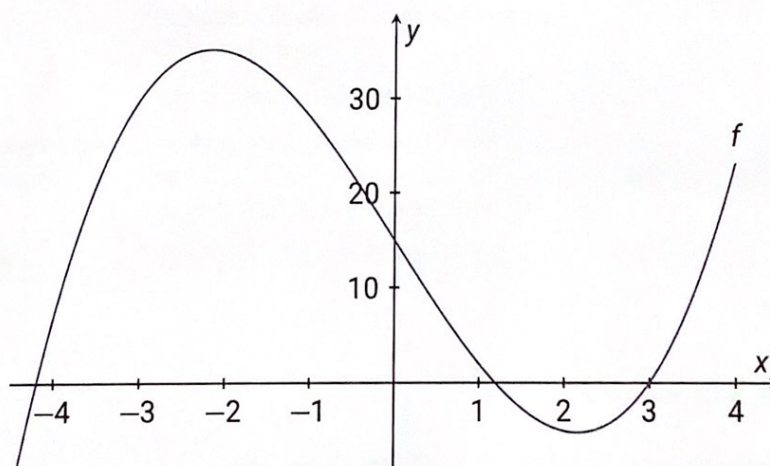
En kunde har kjøpt et deksel som har en feil.

b) Hva er sannsynligheten for at dekselet er produsert av maskin A?

#### Oppgave 5 (6 poeng)

Nedenfor har vi tegnet grafen til funksjonen  $f$  gitt ved

$$f(x) = x^3 - 14x + 15$$



a) Bestem eksakte verdier for  $x$ -koordinatene til toppunktet og til bunnpunktet.

b) Løs ulikheten  $f(x) > 0$  eksakt.

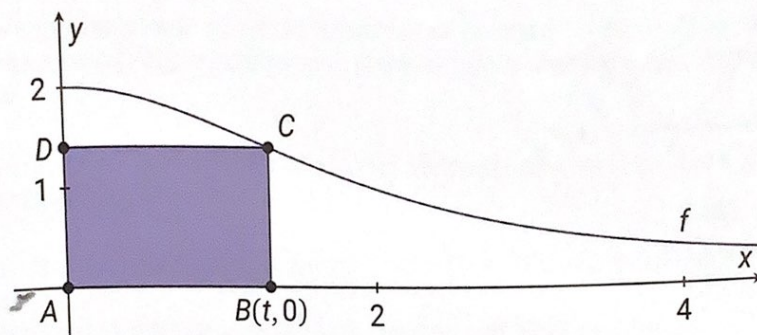


### Oppgave 6 (3 poeng)

Nedenfor har vi tegnet grafen til funksjonen  $f$  gitt ved

$$f(x) = \frac{8}{x^2 + 4}, \quad x > 0$$

Punktene  $A$ ,  $B$ ,  $C$  og  $D$  danner et rektangel. Punktet  $C$  ligger på grafen til  $f$ , og punkt  $D$  ligger på  $y$ -aksen. Punktet  $B$  har  $x$ -koordinat  $t$ . Punktet  $A$  ligger i origo.



Bestem  $t$  slik at arealet til rektangelet  $ABCD$  blir størst mulig.

### Oppgave 7 (3 poeng)

I firkanten  $ABCD$  er  $AB = 3\text{cm}$ ,  $AC = 10\text{cm}$ ,  $CD = 9\text{cm}$ ,  $\angle ADC = 90^\circ$  og  $\angle BAC = 75^\circ$

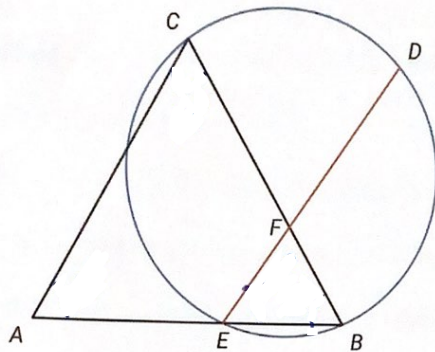
Konstruer firkanten. Husk å skrive en forklaring til konstruksjonen.

$$27 - 14 \cdot 3 + 15$$

$$27 - 42 + 15$$

### Oppgave 8 (3 poeng)

Vi har gitt en sirkel og en likesidet trekant  $ABC$ . Punktene  $B$  og  $C$  ligger på sirkelen. Et punkt  $D$  ligger på sirkelen slik at sirkelbuen  $BD$  er  $108^\circ$ . Linjestykket  $AB$  skjærer sirkelen i  $E$ , og linjestykket  $ED$  skjærer  $BC$  i  $F$ . Se skissen nedenfor.



- a) Bestem  $\angle BED$ .
- b) Bestem  $\angle CFD$ .

### Oppgave 9 (5 poeng)

En linje  $\ell$  går gjennom punktene  $A(-2, 1)$  og  $B(4, 3)$ .

- a) Bestem en parameterframstilling for  $\ell$ .
- b) Bestem skjæringspunktene mellom  $\ell$  og koordinataksene.

En sirkel har sentrum i  $S(1, 0)$  og tangerer  $\ell$ .

- c) Bestem sirkelens radius.



## Del 2

### Oppgave 1 (6 poeng)

I tillegg til statsministeren er det 19 ministre i regjeringen. Av disse 20 er 12 medlemmer i Høyre, 4 er medlemmer i Venstre, og 4 er medlemmer i Kristelig Folkeparti.

Ved et arrangement er det bestemt at 6 av ministrene skal være til stede. Disse blir tilfeldig trukket blant de 20 ministrene.

- a) Hva er sannsynligheten for at alle de 6 som blir trukket ut, er fra Høyre?
- b) Bestem sannsynligheten for at statsministeren er blant dem som blir trukket ut.
- c) Bestem sannsynligheten for at 2 fra Høyre, 2 fra Venstre og 2 fra Kristelig Folkeparti blir trukket ut.

### Oppgave 2 (6 poeng)

Posisjonen  $\vec{r}$  til en partikkel ved et tidspunkt  $t$  (målt i sekunder) er gitt ved

$$\vec{r}(t) = [t^2 - 7t + 11, t^3 - 6t^2 + 8t - 1], \quad 0 \leq t \leq 5$$

- a) Tegn grafen til  $\vec{r}$  i et koordinatsystem.
- b) Bestem banefarten til partikkelen etter 1 sekund.
- c) Ved hvilket tidspunkt er banefarten lavest i løpet av de 5 sekundene?

### Oppgave 3 (6 poeng)

For å beregne «hundevalderen» til en hund har det vært vanlig å multiplisere antall år hunden har levd, med 7. På den måten vil hundevalderen til en hund som har levd i 5 år, være 35.

Nå har noen forskere kommet fram til modellen

$$h = 16 \cdot \ln(a) + 31$$

for sammenhengen mellom hundevalderen  $h$  og antall år  $a$  en hund har levd.

- Dersom vi bruker denne modellen, vil hundevalderen til hunden Dennis være 65. Hvor mange år har Dennis levd?
- Lag en grafisk framstilling der du lar  $a$  gå langs førsteaksen og  $h$  langs andreaksen.

Hundene Laika og Fido er venner. Bruker vi forskernes modell, var hundevalderen til Laika 20 mer enn hundevalderen til Fido for ett år siden. I dag er hundevalderen til Laika 10 mer enn hundevalderen til Fido.

- Hva er hundevalderen til Laika i dag?

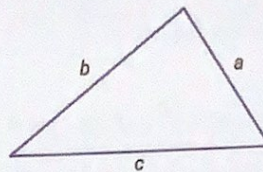


#### Oppgave 4 (6 poeng)

##### Herons formel

Arealet  $F$  til en trekant med sidelengder  $a$ ,  $b$  og  $c$  er

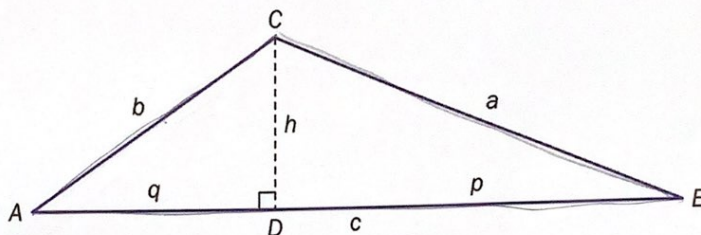
$$F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \text{ der } s = \frac{a+b+c}{2}.$$



- a) Bruk formelen til å bestemme arealet til en trekant med sidelengder 5, 7 og 8.

Vi vil nå utlede Herons formel.

La  $ABC$  være en trekant der  $AB=c$ ,  $BC=a$  og  $AC=b$ . Normalen fra  $C$  ned på linjen  $\ell$  gjennom punktene  $A$  og  $B$  skjærer  $\ell$  i  $D$ . Vi setter  $h=CD$ ,  $q=AD$  og  $p=DB$ .



Ved å bruke at  $q = c - p$  får vi at

$$q^2 = c^2 - 2cp + p^2.$$

- b) Bruk formelen over til å vise at  $b^2$  kan skrives som  $b^2 = h^2 + c^2 - 2cp + p^2$ .

- c) Bruk blant annet resultatet fra oppgave b) til å vise at

$$p = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2c}$$

- d) Bruk CAS til å vise at

$$\frac{1}{4}c^2 \left( a^2 - \left( \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2c} \right)^2 \right) = s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)$$

Forklar hvorfor dette beviser Herons formel.