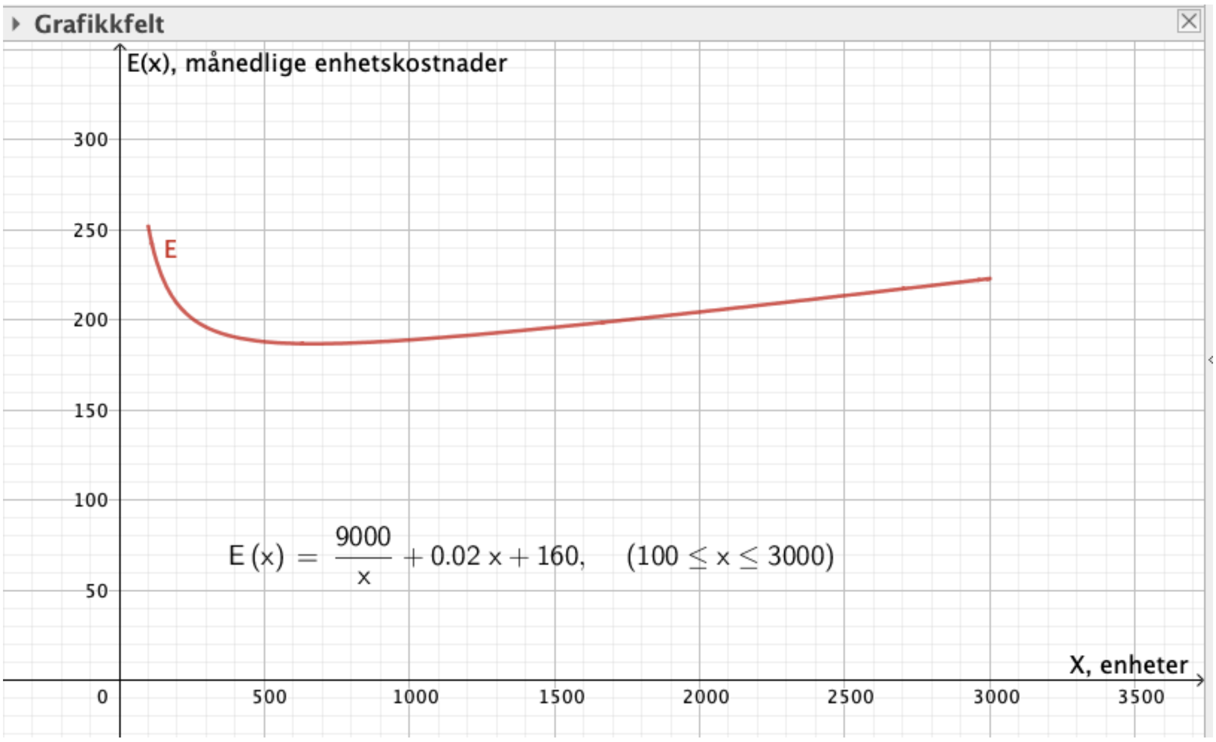
Del 2

Oppgave 1

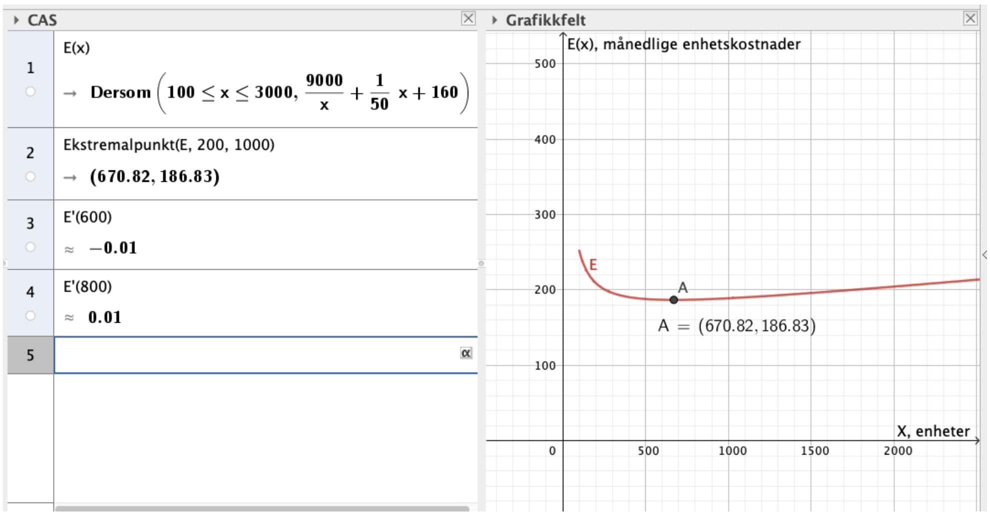
a)

Bruker Geogebra og kommandoen «Funksjon(<Funksjon>, <Start>, <Slutt>)» for å tegne grafen til E(x). E(x) er vist i figuren under.



b)

Bruker kommandoen «Ekstremalpunkt(<Funksjon>, <Start>, <Slutt>)» for å finne ekstremalpunktene til E(x). Får da punktet A vist på figuren. Beregner også i CAS med samme kommando vist i linje 2.



Figuren viser at ved x = 670,8 enheter blir enhetskostnaden minst mulig, da dette er ett bunnpunkt på grafen til E(x). Punktet A viser også dette. Ser at det er ett bunnpunkt på grafen. Bruker andrederiverttesten også for å bevise dette, vist i linje 3 og 4. Antar at bedriften kan produsere ett helt antall enheter, runder derfor ned til 670 enheter.

<u>Bedriften må produsere og selge 670 enheter av varen for at enhetskostnaden skal bli minst mulig, da er enhetskostnaden 187 kr.</u>

c)

Bruker CAS. Definerer kostnadsfunksjonen, K(x) = G(x) * x og inntekstfunksjonen I(x) = p * x (pris * x) vist i linje 2 og 3 i figuren under. Når I'(x) = K'(x) vil jeg finne den vinningsoptimale produksjonsmengden, altså den produksjonsmengden som gir det største overskuddet. Vist i linje 4. Definerer også en overskuddsfunksjon, der O'(x)=0 skal gi det samme svaret, vist i linje 6. Bruker andrederiverttesten, vist i linje 7 for å bevise at dette er ett toppunkt. Siden O''(2750) er negativ beviser dette at x=2750 er ett toppunkt, da grafen vil vende sin hule side opp. Beregner overskuddet ved x=2750 vist i linje 8.

CAS

1	E(x):=9000/x+0.02*x+160 ✓ $E(x) := \frac{9000}{x} + 0.02\,x + 160$
2	K(x):=x*E(x) ≈ $K(x) := 0.02\,x^2 + 160\,x + 9000$
3	I(x):=270*x ✓ $I(x) := 270\,x$
4	I'(x)=K'(x) NLøs: $\{x = 2750\}$
5	O(x):=I(x)-K(x) → $O(x) := -\frac{1}{50}x^2 + 110\,x - 9000$
6	O'(x)=0 NLøs: $\{x = 2750\}$
7	O''(2750) ≈ -0.04
8	O(2750) ≈ 142250

<u>En produksjonsmengde på 2750 enheter vil gi det største overskuddet, da er overskuddet 142 250 kr.</u>

d)

Definerer funksjonen I(x) = p * x, og videre en ny overskuddsfunksjon.

1	I(x):=p*x ✓ $I(x) := p\,x$
2	K(x):=0.02*x^2+160*x+9000 ✓ $K(x) := 0.02\,x^2 + 160\,x + 9000$
3	O(x):=I(x)-K(x) ≈ $O(x) := p\,x - 0.02\,x^2 - 160\,x - 9000$
4	O'(x)=0 → $p - \frac{1}{25}\,x - 160 = 0$

Gjør om på uttrykket i linje 4 → x = (p-160) * 25, x = 25p – 4000.

Løser videre likningen O(25p-4000) = 100 000 i CAS, se figuren under.

CAS	
1	O(x):=p*x-0.02*x^2-160*x-9000 ✓ $O(x) := p\,x - 0.02\,x^2 - 160\,x - 9000$
2	O(25*p-4000) ≈ $12.5\,p^2 - 4000\,p + 311000$
3	$12.5p^2 - 4000p + 311000=100000$ NLøs: $\{p = 66.62, p = 253.38\}$

<u>Når prisen pr enhet er 66,6 eller 253,4 kroner vil det største overskuddet være 100 000 kroner.</u>

Oppgave 2

a)

En fast månedlig rente på 0,25 % gir en månedlig vekstfaktor på 1 + 0,25/100 = 1,0025.

Hun opprettet avtalen for 5 år siden, tilsvarer at hun har gjort 12 * 5 = 60 innskudd.

Skal beregne pengene på konto like etter innskudd nr. 40.

Hvor mye penger det er på kontoen utgjør en geometrisk rekke, definerer det første leddet i rekka, a_1= det siste innskuddet hun gjør, som ikke vil få noen renter, altså a_1= 1000, og det siste leddet i rekka vil være det første innskuddet hun gjør, som vil få summen 1000 * 1.0025^{39}. k=1,0025. n=39.

Beregner summen av rekka i CAS, med a1=1000, k=1,0025 og n=39.

CAS

1	S_40:=1000*(1.0025^39-1)/(1.0025-1) ✓ $S_40 := 1000 \cdot \frac{1.0025^{39} - 1}{1.0025 - 1}$
2	$1000(1.0025^{39} - 1) / (1.0025 - 1)$ $\approx$ **40910.9267**

<u>Like etter innskudd nummer 40 ble satt inn har hun 40 911 kr på kontoen.</u>

b)

Definerer likningen vist i linje 3.

3	1000(1.0025^n - 1) / (1.0025 - 1)=50000 ✓ $1000 \cdot \frac{1.0025^n - 1}{1.0025 - 1} = 50000$
4	1000(1.0025^n - 1) / (1.0025 - 1) = 50000,n=1 NLøs: $\{n = 47.1721\}$

<u>Det gikk 47,2 måneder = 3,9 år fra første innskudd til det var mer enn 50 000 kr på kontoen.</u>

c)

Definerer likning i CAS.

6	47900=1000*(k^39-1)/(k-1) ✓ $47900 = 1000 \cdot \frac{k^{39}-1}{k-1}$
7	47900 = 1000(k^{39} - 1) / (k - 1),k=1 NLøs: $\{k = 1.0105\}$
8	1.0105-1 ≈ 0.0105
9	0.0105*100 ≈ 1.05

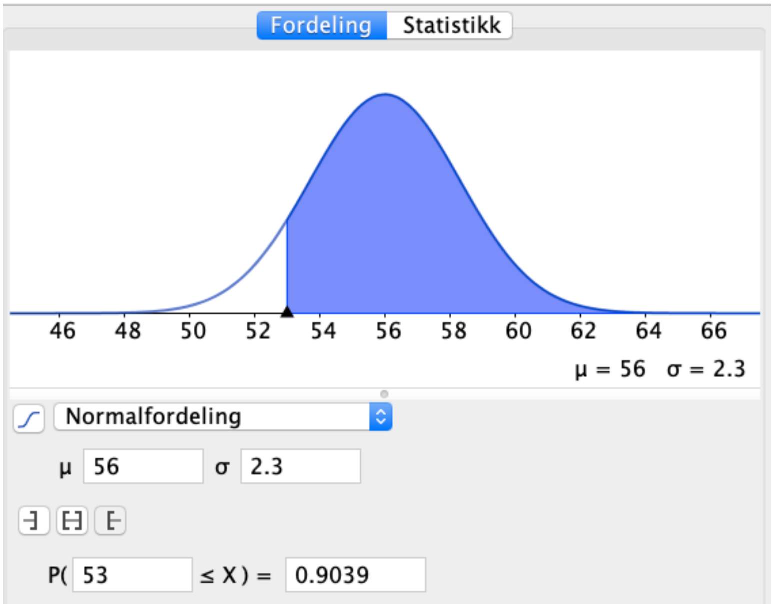
<u>Den månedlige rentefoten måtte være 1,05 %.</u>

Oppgave 3

a)

Bruker sannsynlighetskalkulatoren i GeoGebra.

Da X = bruddstyrken for senen i en tilfeldig valgt spole, og det i oppg. spørres etter sannsynligheten for at senen i en tilfeldig valgt spore tåler minst 53 kg, forstår jeg oppgaven som at jeg skal beregne sannsynligheten for at bruddstyrken er større enn 53 kg, altså P(X >/= 53).



<u>Sannsynligheten for at bruddstyrken er tåler minst 53 kg er 90,4 %.</u>

b)

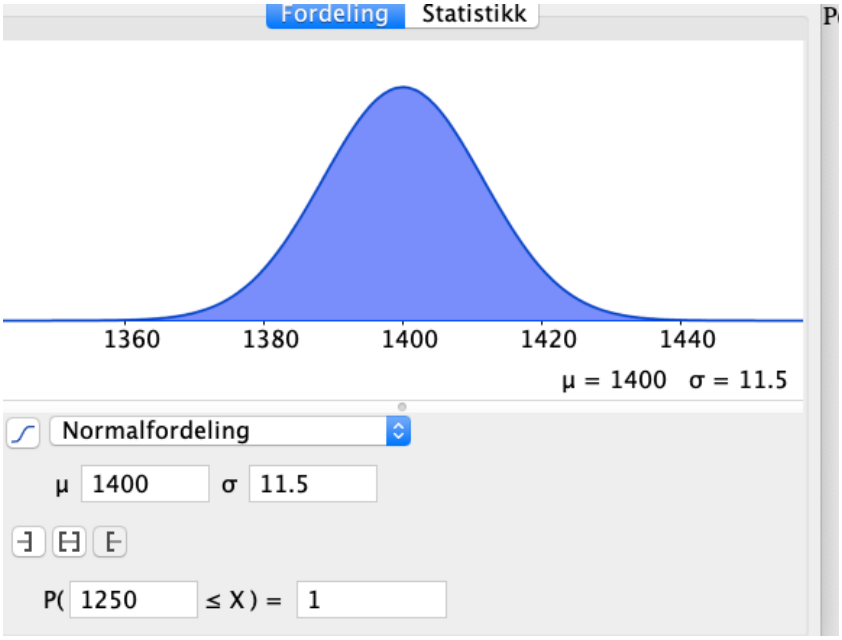
Sentralgrenseteoremet/setningen sier at dersom vi har n uavhengige stokastiske variabler, her: X = bruddstyrken for senen i en tilfeldig valgt spole som alle har samme forventning, μ og standardavvik, σ, så er summen av disse stokastiske variablene tilnærmet normalfordelt med forventning = n* μ og standardavvik = σ * rota(n), når n er tilstrekkelig stor.

E(Y) = 25 * 56 kg = 1400 kg

SD(Y) = √25 * 2,3 kg = 11,5 kg.

Skal bestemme sannsynligheten for at senen i alle 25 spolene tåler med enn 50 kg, tilsvarer at de til sammen tåler mer enn = 25 * 50 kg = 1250 kg.

Bruker sannsynlighetskalkulatoren i Geogebra:



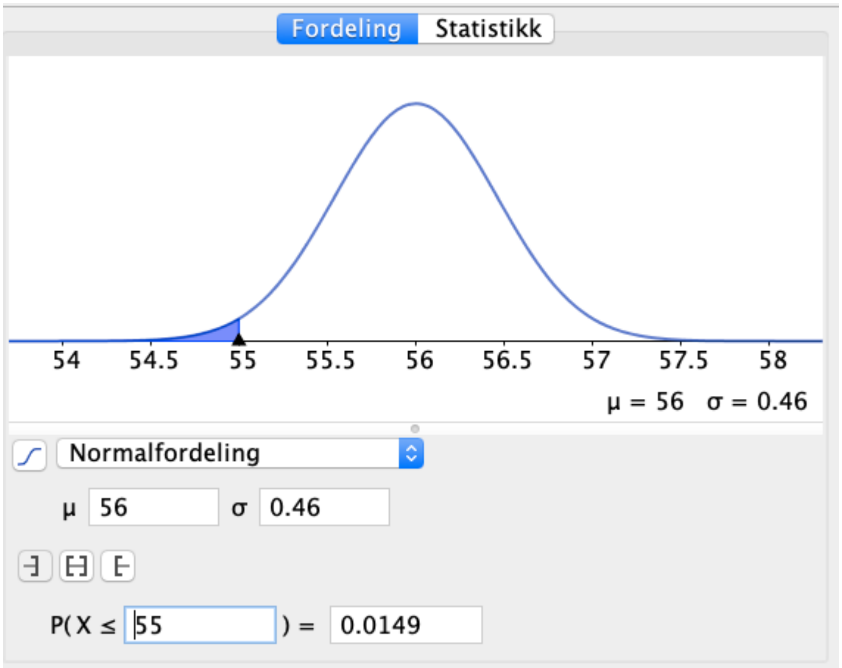
Sannsynligheten for at senen i alle de 25 spolene tåler mer enn 50 kg er blir 1, altså 100 %.

c)

Når er er normalfordelt, er også middelverdiene til X normalfordelt med

E(X, middel) = E(X) = 56 kg og SD(X, middel) = σ / $\sqrt{n}$ = 2,3 / $\sqrt{25}$ = 0,46.

Bruker sannsynlighetskalkulatoren i Geogebra.



P(X,middel </= 55) = 0,0149 = 1,49 %.

d)

Nullhypotesen er leverandørens påstand om at bruddstyrken er 56 kg, dvs.:

Nullhypotesen: $H_0 : \mu = 56$ kg.

Den alternative hypotesen er at bruddstyrken er lavere, dvs.:

Alternativ hypotese: $H_1 : \mu < 56$ kg.

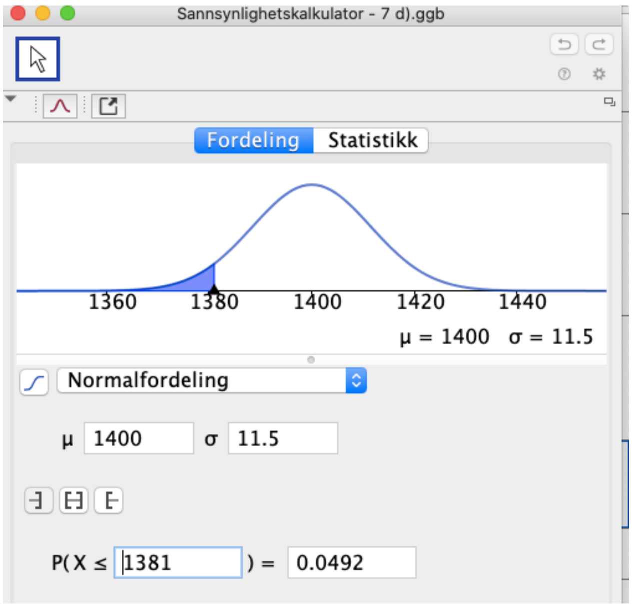
e)

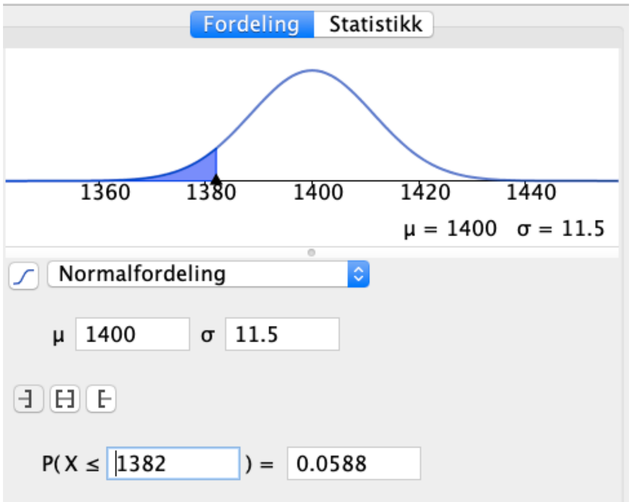
Hypotesetesten er basert på at X = bruddstyrken for senen i en tilfeldig valgt spole av er normalfordelt, slik oppgaven oppgir. Forventningsverdi = 56 kg.

Dersom en skal konkludere med at det er grunnlag for leverandørens mistanke, må beregnet p-verdi være mindre enn signifikansnivået på 5 % = 0,05, da forkastes nullhypotesen, og en kan konkludere med at det er grunnlag for leverandørens mistanke om bruddstyrken er lavere enn 56 kg. Antar dermed her at nullhypotesen er sann.

Bruker sannsynlighetskalkulatoren i geogebra.

Se oppg. b) for begrunnelse av beregnet forventningsverdi og standardavvik.

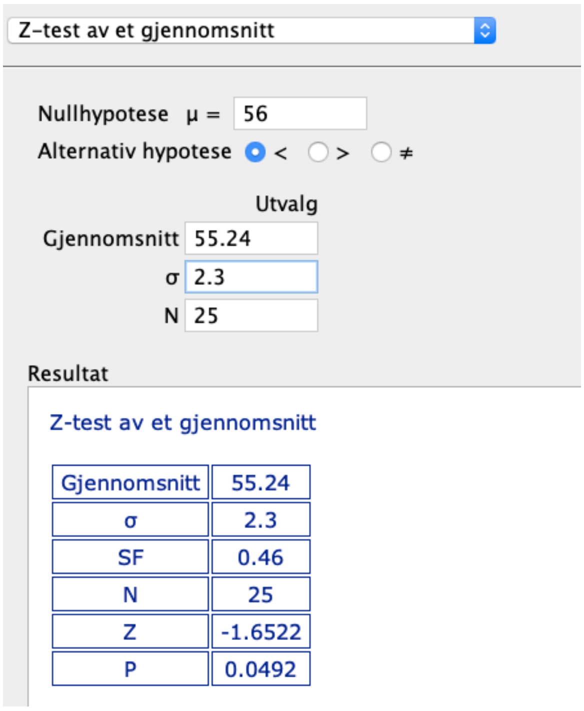




Ved å prøve med fram i Geogebra ser jeg at P(X </= 1381) = 0,0492. Dette er en p-verdi lavere enn 0,05, og ser at 1382 blir den større enn signifikansnivået.

1381 kg / 25 = 55,24 kg.

Kan også utføre en Z-test for å se om det stemmer:



<u>Den høyeste gjennomsnittlige verdien for bruddstyrken til senene i 25 tilfeldige valgte sporer, som gjør at vi kan konkludere med at det er grunnlag for leverandørens mistanke er 55,2 kg.</u>