S2 PRØVE 1

Oppgave 1 (1p)

Faktoriser uttrykket.

a $-2x^2 + 3x + 2$

LØSNING: Vi bruker abc formel

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 2}}{-2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{-4} = \frac{-3 \pm 5}{-4} = \begin{cases} 2 \\ -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Faktorisering: $-2x^2 + 3x + 2 = -2(x-2)\left(x + \frac{1}{2}\right)$

Oppgave 2 (2p)

Skriv så enkelt som mulig.

a $\ln ab^2 - \ln \frac{a}{b}$

b $\ln\left(\frac{3}{e^2}\right) - \ln 9 - \ln \frac{e^3}{3}$

LØSNING:

a) $\ln ab^2 - \ln \frac{a}{b} = \ln a + \ln b^2 - (\ln a - \ln b) = \ln a + 2\ln b - \ln a + \ln b = 3\ln b$

b) $\ln\left(\frac{3}{e^2}\right) - \ln 9 - \ln\left(\frac{e^3}{3}\right) = \ln 3 - \ln e^2 - \ln 3^2 - (\ln e^3 - \ln 3) = \ln 3 - 2 - 2\ln 3 - 3 + \ln 3 = \mathbf{-5}$

Oppgave 3 (3p)

Løs likningene.

a $e^{2x} - 5e^x = 0$

b $5^{4x} = 25$

LØSNING:

a) $e^{2x} - 5e^x = 0 \Leftrightarrow (e^x)^2 - 5e^x = 0 \Leftrightarrow e^{x(e^x - 5)} = 0$

dvs. $e^x = 0$ eller $e^x = 5$

Første kan aldri bli 0.

$$e^x = 5$$
$$\boldsymbol{x = \ln 5}$$

b) $5^{4k} = 25$

$5^{4k} = 5^2$

$4k = 2$

$\boldsymbol{k = \frac{1}{2}}$

c $\frac{2}{x+2} - \frac{x}{x+3} = \frac{2}{x^2+5x+6}$

LØSNING:

Skriver om til fellesnevner. Ser at nevneren til høyre kan faktoriserers til produktet av de to nevner til venste. Hvis du ikke ser det, så bruk abc-formel eller gå til øyelege 😉

$$\frac{2}{x+2} - \frac{x}{x+3} = \frac{2}{(x+2)(x+3)}$$

Vi multipliserer begge sider med fellesnevneren, og ser at x ikke være -2 eller -3.

$$2(x+3) - x(x+2) = 2$$
$$2x + 6 - x^2 - 2x = 2$$
$$-x^2 = -4$$
$$x^2 = 4$$
$$x = 2 \; eller \; x = -2$$

Da x ikke kunne være -2, står vi igjen med løsningen $x = 2$

Oppgave 4 (2p)

Løs ligningssystemet →

$$2x + 5y + z = 0$$
$$3x + y + 2z = 7$$
$$5x + 2y + z = 9$$

LØSNING:

$$\left.\begin{aligned} 2x + 5y + z &= 0 \\ 3x + y + 2z &= 7 \\ 5x + 2y + z &= 9 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} 4x + 10y + 2z &= 0 \\ 3x + y + 2z &= 7 \\ 10x + 4y + 2z &= 18 \end{aligned}$$

III-I: $6x - 6y = 18$ $\qquad$ $6x - 6y = 18$

III-II: $7x + 3y = 11$ $\qquad$ $14x + 6y = 22$

Bruker addisjonsmetoden: $20x = 40 \Leftrightarrow x = 2$

Da er y: $6 \cdot 2 - 6y = 18 \Leftrightarrow -6y = 6 \Leftrightarrow y = -1$

Og så er z: $2 \cdot 2 + 5 \cdot (-1) + z = 0 \Leftrightarrow -1 + z = 0 \Leftrightarrow z = 1$

$$L = (2, -1, 1)$$

Oppgave 5 (2p)

Vi har gitt $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$

a Vis at $P(x)$ er delelig med $(x + 1)$.

b Løs likningen $P(x) = 0$.

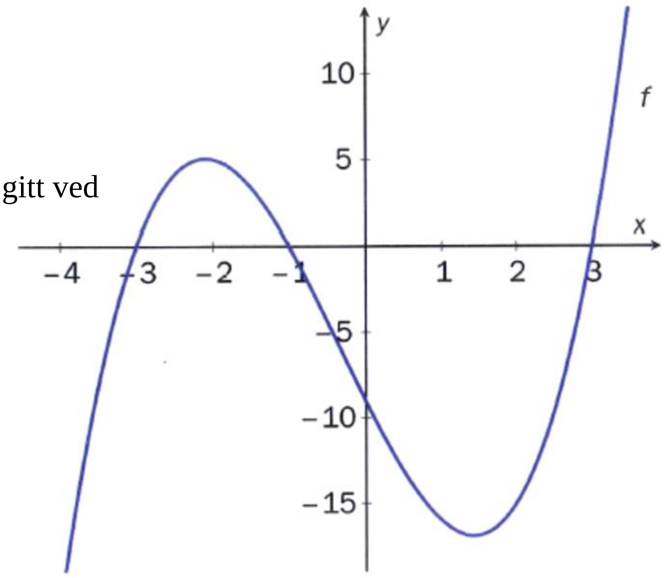
<u>LØSNING:</u>

a) $P(-1) = (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 + (-1) + 6 = -1 - 4 - 1 + 6 = 0$
Altså går den opp.

b) Vi foretar først polynomdivisjon (det orker jeg ikke å skrive i word) og får: $x^2 - 5x + 6$
Dernest abc-formel som gir røttene 2 og 3.
Altså er løsningen: $x \in \{-1, 2, 3\}$

Oppgave 6 (2p)

På figuren har vi tegnet grafen til en funksjon f gitt ved
$f(x) = x^3 + x^2 + kx + k, \quad D_f = \mathbb{R}$



a Faktoriser $f(x)$ med lineære faktorer

b Bestem verdien for k ved regning

<u>LØSNING:</u>

a) Vi avleser nullpunktene -3, -1 og 3 som gir faktoriseringen: $f(x) = (x + 3)(x + 1)(x - 3)$

b) Her er det flere veier til mål. Bla å gange ut parentesene og finne k.
Men jeg syns det er enklere å bruke et av nullpunktene, da vi vet at innsetting i f skal gi 0.

$$f(3) = (3)^3 + (3)^2 + k \cdot (3) + k = 0$$
$$27 + 9 + 4k = 0 \Leftrightarrow k = -36 \Leftrightarrow k = -9$$

Eller

$$f(-3) = (-3)^3 + (-3)^2 + k \cdot (-3) + k = 0$$
$$-27 + 9 - 2k = 0 \Leftrightarrow k = -18 \Leftrightarrow k = -9$$

Men ikke x=-1

$$f(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 + k \cdot (-1) + k = 0$$
$$-1 + 1 - k + k = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 - 18$$

Den er alltid sann dvs. uendlig mange løsninger