

Matematikk S2

Oppgave 1

Løsning

a)

Fra grafen ser vi at $f'' = 0$ når $x = -2$, $f'' < 0$ når $x < -2$ og $f'' > 0$ når $x > -2$ så $x = -2$ er et vendepunkt.

b)

Her bruker vi andrederivert test: fra grafen til f'' ser vi at $f''(1) > 0$ så punktet $A(1, f(1))$ er et bunnpunkt $f''(-5) < 0$ så punktet $B(-5, f(-5))$ er et toppunkt.

c)

Siden den andrederiverte til f er rettlinje så funksjonen f må være tredjegradspolynom og da har vi følgene,

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

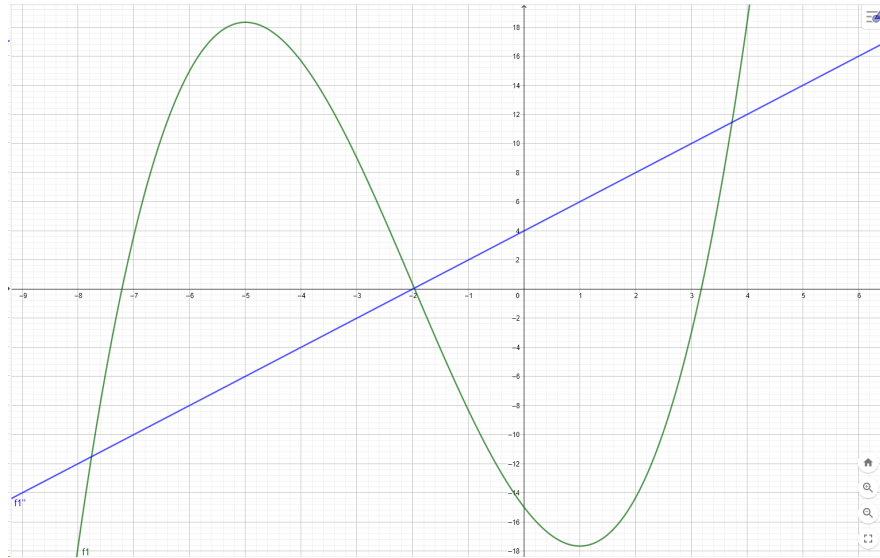


Figure 1

Om vi bruker info fra grafen og oppgaveteksten kan vi finne funksjonen

$$f''(0) = 4 \Rightarrow 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \quad (1)$$

$$f''(-2) = 0 \Rightarrow -12a + 2b = 0 \Rightarrow a = \frac{b}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad (2)$$

$$f'(1) = 0 \Rightarrow 3a + 2b + c = 0 \quad (3)$$

$$3 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot 2 + c = 0 \Rightarrow c = -5$$

Så $a = \frac{1}{3}$, $b = 2$, $c = -5$, $d = ?$ og da blir funksjonen vår

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 5x + d$$

Jeg har bruket $d = -15$ for å tegne grafen i Geogebra. Om man tegner for hånd må man vite at grafen vender den hule siden oppover når den andredrivrate er større enn null og nedover i motsatt tilfellet. Man må også merkere tydelig vendepunktet, topppunktet og bunnpunktet. Her er det ikke mulig å bestemme y-verdien til disse punktene så man kan velge rimelig.

OBS: Man trenger ikke å finne funksjonen for å lage en skisse og en skisse trenger ikke å være nøyaktig men hoved egenskapene må vises.