

Eksamen

16.11.2022

MAT1021 Matematikk 1T



Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samtidig. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 4 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 7 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som rekneark, programmering, grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Poeng er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">• viser rekneferdigheiter og matematisk forståing• gjennomfører logiske resonnement• ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar• kan bruke formålstenlege hjelpemiddel• forklarar framgangsmåtar og grunngir svar• skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar• vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar	Kjelder for bilete, teikningar osv. <ul style="list-style-type: none">• Basseng: mspa.no (22.06.2022)• Bygard: pixabay.com (21.06.2022) Bilete teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

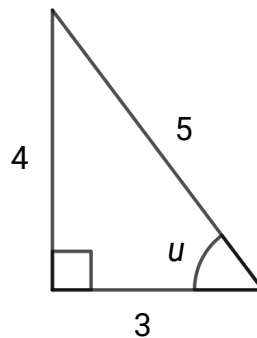
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1

Gitt trekanten til høgre.

Vis at

$$\frac{\sin u}{\cos u} = \tan u$$

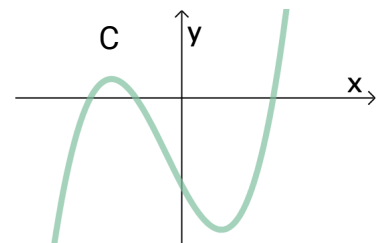
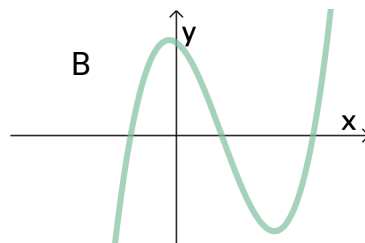
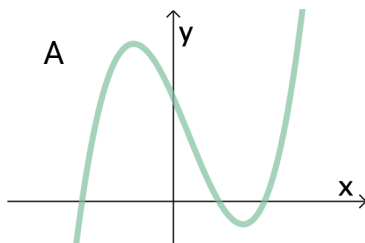


Oppgåve 2

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = (x - 4)(x - 2)(x + 4)$$

- a) Kva for ein av grafane nedanfor kan vere grafen til f ?
Hugs å forklare korleis du tenkjer.



- b) Løys ulikskapen

$$(x - 4)(x - 2)(x + 4) > 0$$

Oppgave 3

```
1 def f(x):  
2     return (1 - 2 * x) / (x - 2)  
3  
4 x = 8  
5  
6 while x >= -8 :  
7  
8     print(x , f(x))  
9     x = x - 1  
10
```

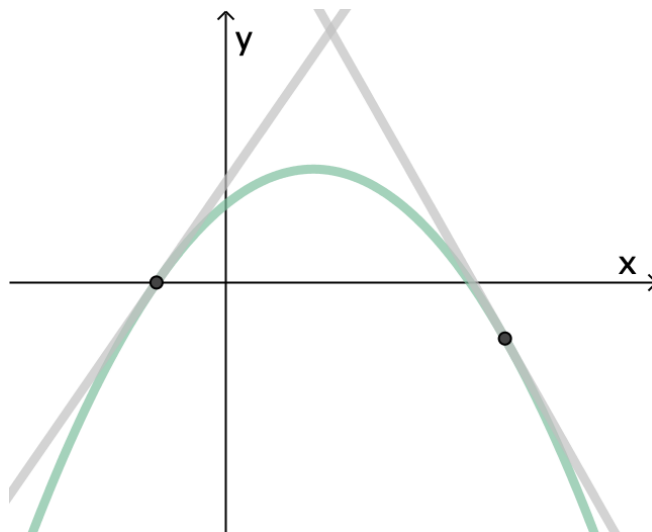
```
8 -2.5  
7 -2.6  
6 -2.75  
5 -3.0  
4 -3.5  
3 -5.0
```

Lars har skrive ein programkode. Ovanfor ser du koden, og resultatet Lars får når han køyrer programmet.

Når programmet har skrive ut dei seks linjene, kjem ei feilmelding.

- Kva ønskjer Lars å bruke programmet til, og kvifor får han ei feilmelding?
- Foreslå endringar Lars kan gjere i koden for å unngå feilmeldinga.
- Skisser grafen til funksjonen f som Lars har definert i linje 1 og 2 i koden.

Oppgåve 4



Om grafen til ein andregradsfunksjon f f r du vite at

- tangenten i punktet $(-2,0)$ har likninga $y = 9x + 18$
- tangenten i punktet $(8,-10)$ har likninga $y = -11x + 78$

Bestem $f'(x)$.

DEL 2

Med hjelpemiddel

Oppgave 1



Straumen som held vatnet i eit hagebasseng varmt, blir slått av.

Anta at funksjonen T gitt ved

$$T(x) = 3,5 + 34,5 \cdot 0,87^x, \quad x \geq 0$$

kan brukast som ein modell for temperaturen $T(x)$ °C i vatnet x timar etter at straugen blir slått av.

- a) Kva er temperaturen i vatnet når straugen blir slått av?
- b) Kor lang tid vil det ta før temperaturen i vatnet er under 20 °C?
- c) Bestem stigingstalet til den rette linja som går gjennom punkta $(0, T(0))$ og $(4, T(4))$. Gi ei praktisk tolking av svaret.
- d) Undersøk om temperaturen i vatnet nokon gong vil søkke med meir enn 5 °C i løpet av ein time.
- e) Gi ei praktisk tolking av talet 3,5 i modellen.

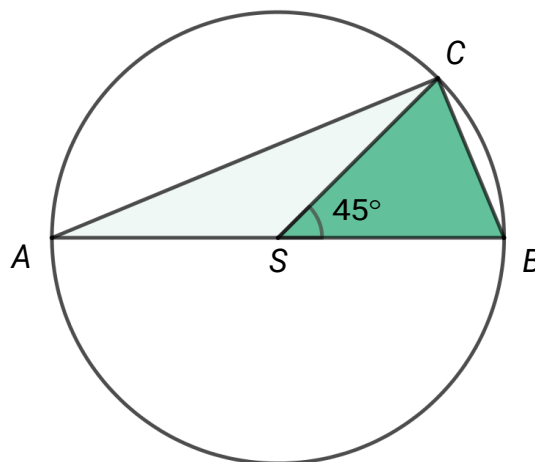
Oppgåve 2



I ein bygård er det 40 leiligheiter med til saman 90 rom.
Kvar leiligheit har anten to eller tre rom.

Kor mange leiligheiter har to rom, og kor mange har tre rom?

Oppgåve 3



Ein sirkel har sentrum i S . AB er diameter, og C ligg på sirkelperiferien.
Arealet av $\triangle SBC$ er $3 \cdot \sqrt{2}$

- Bestem radius i sirkelen. Bruk eksakte verdiar.
- Bestem arealet av $\triangle ABC$. Bruk eksakte verdiar.

Oppgåve 4

Nina og Edvard arbeider med å finne ei ukjend side x i ein trekant. Dei har brukt cosinussetninga og sett opp likninga

$$14^2 = 16^2 + x^2 - 16x$$

a) Kva for nokre opplysningar kan Nina og Edvard ha fått om trekanten?

Sidan likninga ovanfor er ei andregradslikning, antek Nina at det er to ulike trekantar som passar med opplysningane dei har fått.

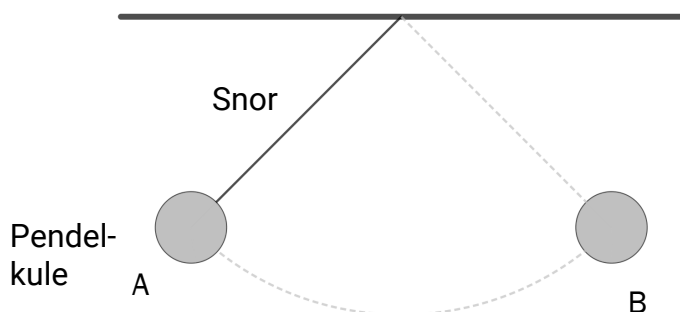
b) Løys likninga, og lag éi skisse som viser at det Nina antek, er riktig. Set mål på skissa.

Nina og Edvard veit at andregradslikningar kan ha to løysingar, éi løysing eller inga løysing. Edvard byter ut 14^2 med 5^2 . Då har likninga ovanfor inga løysing.

«Det kunne vi sett om vi hadde laga ei skisse», seier Nina. «Eg lurar på kva for eit tal vi måtte erstatta 14^2 med for å få nøyaktig éi løysing.»

c) Ta utgangspunkt i skissa du har laga. Gjer berekningar, og bestem lengdene av sidene i det tilfellet der likninga har nøyaktig éi løysing. Bruk eksakte verdiar.

Oppgåve 5



Figuren til venstre viser ein pendel. Tida pendelen bruker på å svinge fr  posisjon A til posisjon B og tilbake til posisjon A igjen, blir kalla svingetida.

Klasse 1STA har utført eit forsøk i naturfag. Dei har målt svingetida til pendlar med ulike snorlengder.

Tabellen nedanfor viser svingetida til pendlar med åtte ulike snorlengder.

Snorlengd (meter)	0,1	0,3	0,5	0,8	1,0	1,3	1,6	2,0
Svingetid (sekund)	0,69	1,17	1,44	1,82	2,08	2,27	2,53	2,80

a) Bruk tala i tabellen, og lag ein modell på forma

$$S(x) = a \cdot x^b$$

som viser svingetida $S(x)$ sekund til ein pendel med snorlengd x meter.

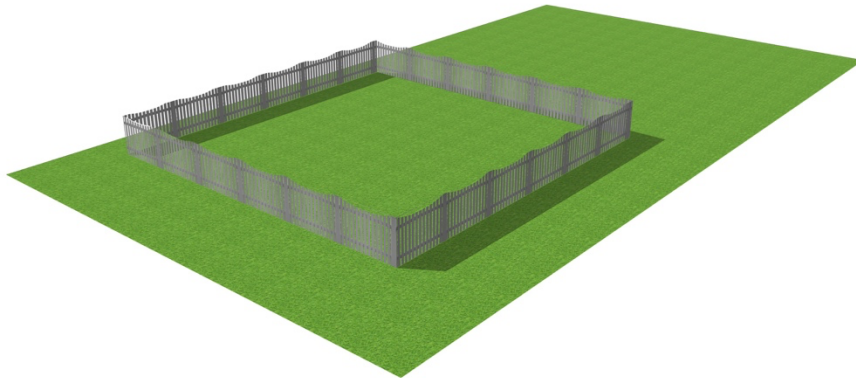
Formelen

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

kan brukast for å rekne ut svingetida T til ein pendel, når vi ser bort frå friksjon og luftmotstand. L er snorlengda gitt i meter, og g er tyngdeakselerasjonen. På jorda er $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

b) Gjer berekningar, og samanlikn uttrykket du fann for $S(x)$ i oppgåve a), med formelen for T .

Oppgave 6



Per og Solveig har nok materiale til å lage eit gjerde som er 64 m langt. Dei skal gjerde inn eit område som skal ha form som eit rektangel, og dei ønskjer at området skal få størst mogleg areal.

Per påstår at arealet blir størst mogleg dersom alle sidekantane er like lange.

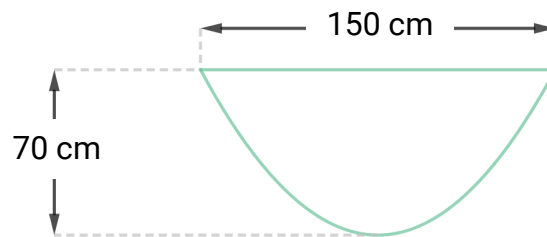
- a) Vis at Per sin påstand kan vere riktig, ved å lage ei oversikt som viser arealet av ulike rektangel med omkrins 64 m.

Solveig lurer på om dei kan teikne ein graf som viser at Per har rett. Ho prøver å setje opp eit funksjonsuttrykk som ho kan bruke.

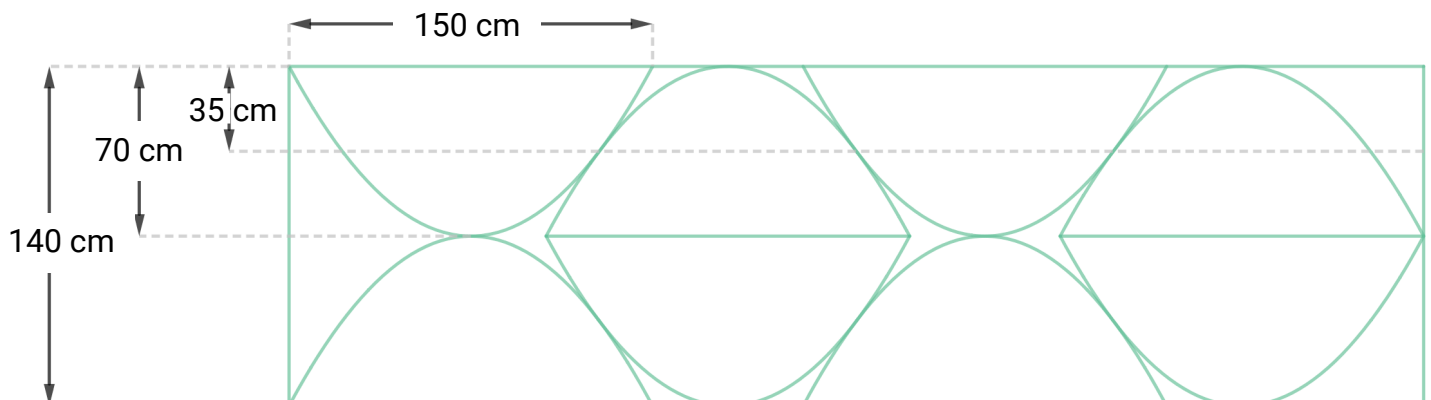
- b) Set opp funksjonsuttrykket for Solveig. Teikn grafen, og vis at Per sin påstand er riktig.

Oppgave 7

Ei bedrift produserer gardin. Kvert gardin skal ha form som ein parabel. Høgda skal vere 70 cm. Lengda øvst skal vere 150 cm. Sjå figuren nedanfor.



Bedrifta vil klippe ut gardina frå tøyrollar som er 140 cm breie. For å bruke så lite tøy som mogleg vil ei maskin klippe ut gardina slik figuren nedanfor viser.



Gjer berekningar, og finn ut kor langt tøyestykke bedrifta minst må bruke for å lage åtte gardin.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 4 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 7 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Poeng er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">• viser regneferdigheter og matematisk forståelse• gjennomfører logiske resonnementer• ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner• kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler• forklarer framgangsmåter og begrunner svar• skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevnninger, tabeller og grafiske framstillinger• vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Kilder for bilder, tegninger osv. <ul style="list-style-type: none">• Basseng: mspa.no (22.06.2022)• Bygård: pixabay.com (21.06.2022) Bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

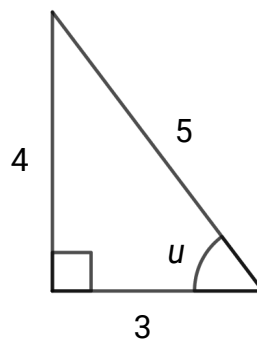
Uten hjelpemidler

Oppgave 1

Gitt trekanten til høyre.

Vis at

$$\frac{\sin u}{\cos u} = \tan u$$

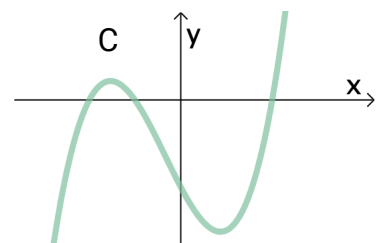
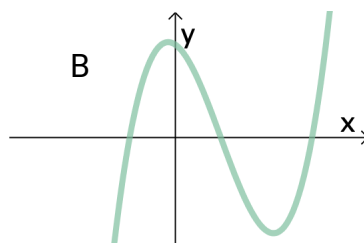
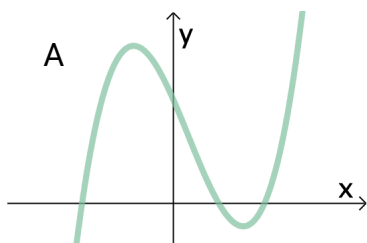


Oppgave 2

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = (x-4)(x-2)(x+4)$$

- a) Hvilken av grafene nedenfor kan være grafen til f ?
Husk å forklare hvordan du tenker.



- b) Løs ulikheten

$$(x-4)(x-2)(x+4) > 0$$

Oppgave 3

```
1 def f(x):  
2     return (1 - 2 * x) / (x - 2)  
3  
4 x = 8  
5  
6 while x >= -8 :  
7  
8     print(x , f(x))  
9     x = x - 1  
10
```

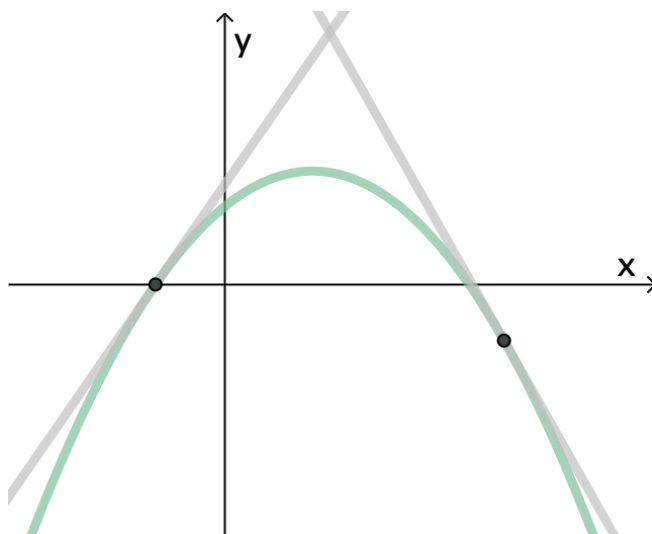
```
8 -2.5  
7 -2.6  
6 -2.75  
5 -3.0  
4 -3.5  
3 -5.0
```

Lars har skrevet en programkode. Ovenfor ser du koden, og resultatet Lars får når han kjører programmet.

Når programmet har skrevet ut de seks linjene, kommer en feilmelding.

- Hva ønsker Lars å bruke programmet til, og hvorfor får han en feilmelding?
- Foreslå endringer Lars kan gjøre i koden for å unngå feilmeldingen.
- Skisser grafen til funksjonen f som Lars har definert i linje 1 og 2 i koden.

Oppgave 4



Om grafen til en andregradsfunksjon f får du vite at

- tangenten i punktet $(-2,0)$ har likningen $y = 9x + 18$
- tangenten i punktet $(8,-10)$ har likningen $y = -11x + 78$

Bestem $f'(x)$.

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1



Strømmen som holder vannet i et hagebasseng varmt, blir slått av.

Anta at funksjonen T gitt ved

$$T(x) = 3,5 + 34,5 \cdot 0,87^x, \quad x \geq 0$$

kan brukes som en modell for temperaturen $T(x)$ °C i vannet x timer etter at strømmen blir slått av.

- a) Hva er temperaturen i vannet når strømmen blir slått av?
- b) Hvor lang tid vil det ta før temperaturen i vannet er under 20°C?
- c) Bestem stigningstallet til den rette linjen som går gjennom punktene $(0, T(0))$ og $(4, T(4))$. Gi en praktisk tolkning av svaret.
- d) Undersøk om temperaturen i vannet noen gang vil synke med mer enn 5°C i løpet av en time.
- e) Gi en praktisk tolkning av tallet 3,5 i modellen.

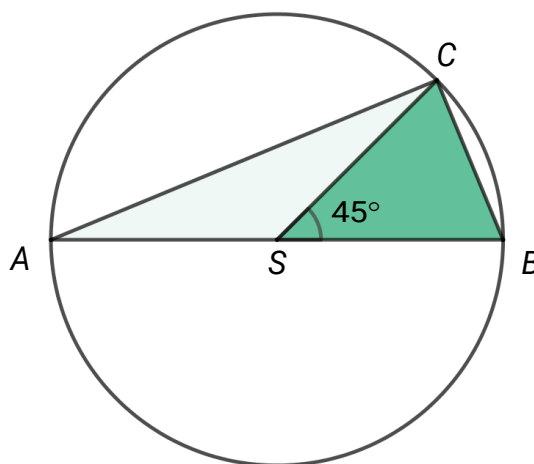
Oppgave 2



I en bygård er det 40 leiligheter med til sammen 90 rom.
Hver leilighet har enten to eller tre rom.

Hvor mange leiligheter har to rom, og hvor mange har tre rom?

Oppgave 3



En sirkel har sentrum i S . AB er diameter, og C ligger på sirkelperiferien.
Arealet av $\triangle SBC$ er $3 \cdot \sqrt{2}$

- a) Bestem sirkelens radius. Bruk eksakte verdier.
- b) Bestem arealet av $\triangle ABC$. Bruk eksakte verdier.

Oppgave 4

Nina og Edvard arbeider med å finne en ukjent side x i en trekant. De har brukt cosinussetningen og satt opp likningen

$$14^2 = 16^2 + x^2 - 16x$$

- a) Hvilke opplysninger kan Nina og Edvard ha fått om trekanten?

Siden likningen ovenfor er en andregradslikning, antar Nina at det er to ulike trekanter som passer med opplysningene de har fått.

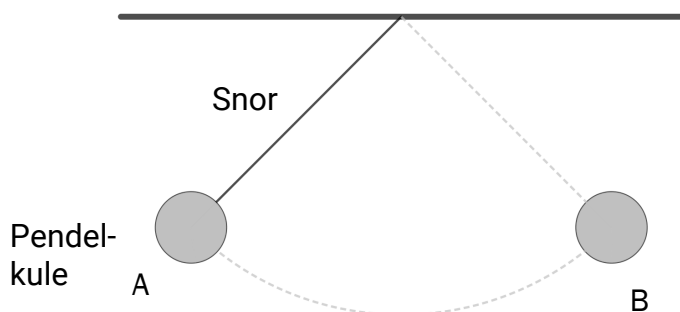
- b) Løs likningen og lag én skisse som viser at Ninas antakelse er riktig. Sett mål på skissen.

Nina og Edvard vet at andregradslikninger kan ha to løsninger, én løsning eller ingen løsning. Edvard bytter ut 14^2 med 5^2 . Da har likningen ovenfor ingen løsning.

«Det kunne vi sett om vi hadde laget en skisse», sier Nina. «Jeg lurte på hvilket tall vi måtte erstatte 14^2 med for å få nøyaktig én løsning.»

- c) Ta utgangspunkt i skissen du har laget. Gjør beregninger og bestem lengdene av sidene i det tilfellet der likningen har nøyaktig én løsning. Bruk eksakte verdier.

Oppgave 5



Figuren til venstre viser en pendel. Tiden pendelen bruker på å svinge fra posisjon A til posisjon B og tilbake til posisjon A igjen, kalles svingetiden.

Klasse 1STA har utført et forsøk i naturfag. De har målt svingetiden til pendler med ulike snorlengder.

Tabellen nedenfor viser svingetiden til pendler med åtte ulike snorlengder.

Snorlengde (meter)	0,1	0,3	0,5	0,8	1,0	1,3	1,6	2,0
Svingetid (sekund)	0,69	1,17	1,44	1,82	2,08	2,27	2,53	2,80

a) Bruk tallene i tabellen, og lag en modell på formen

$$S(x) = a \cdot x^b$$

som viser svingetiden $S(x)$ sekunder til en pendel med snorlengde x meter.

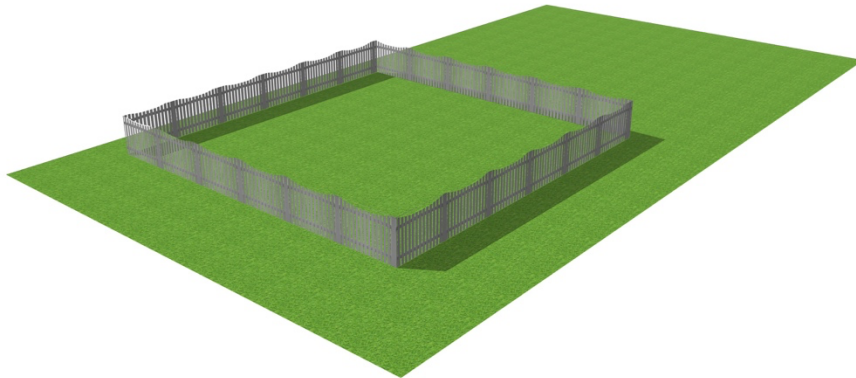
Formelen

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

kan brukes for å regne ut svingetiden T til en pendel, når vi ser bort fra friksjon og luftmotstand. L er snorlengden gitt i meter, og g er tyngdens akselerasjon. På jorden er $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

b) Gjør beregninger og sammenlikn uttrykket du fant for $S(x)$ i oppgave a) med formelen for T .

Oppgave 6



Per og Solveig har nok materialer til å lage et gjerde som er 64 m langt. De skal gjerde inn et område som skal ha form som et rektangel, og de ønsker at området skal få størst mulig areal.

Per påstår at arealet blir størst mulig dersom alle sidekantene er like lange.

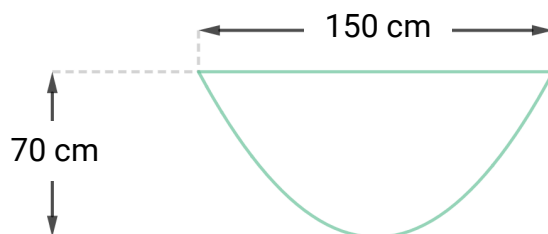
- a) Vis at Per sin påstand kan være riktig, ved å lage en oversikt som viser arealet av ulike rektangler med omkrets 64 m.

Solveig lurer på om de kan tegne en graf som viser at Per har rett. Hun prøver å sette opp et funksjonsuttrykk som hun kan bruke.

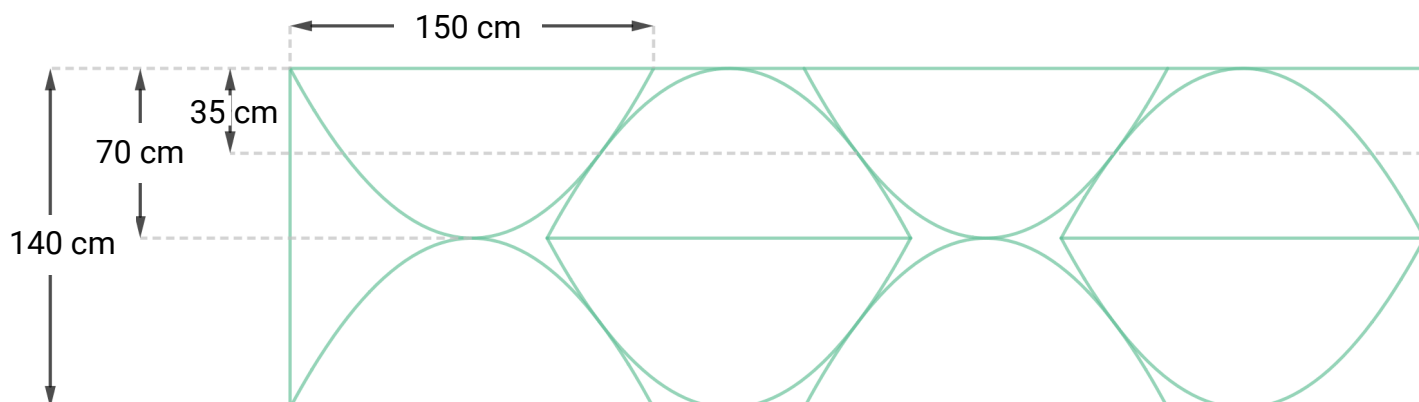
- b) Sett opp funksjonsuttrykket for Solveig. Tegn grafen, og vis at Per sin påstand er riktig.

Oppgave 7

En bedrift produserer gardiner. Hvert gardin skal ha form som en parabel. Høyden skal være 70 cm. Lengden øverst skal være 150 cm. Se figuren nedenfor.



Bedriften vil klippe ut gardinene fra tøyroller som er 140 cm brede. For å bruke så lite tøy som mulig vil en maskin klippe ut gardinene slik figuren nedenfor viser.



Gjør beregninger, og finn ut hvor langt tøyestykke bedriften minst må bruke for å lage åtte gardiner.

Blank side

Blank side

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!