Løsningsforslag eksamen 1P høsten 2022

Del 1

Oppgave 1

a) $2500000 \cdot 3‰ = 2500000 \cdot \frac{3}{1000} = 2500 \cdot 3 = 7500$

<u>Familien Hansen betaler 7500 kroner i eiendomsskatt i 2022.</u>

b) $3{,}5‰ - 3{,}0‰ = 0{,}5‰ = \frac{0{,}5}{1000} = \frac{0{,}05}{100} = 0{,}05\%$.

<u>Endringen er på 0,05 prosentpoeng.</u>

Oppgave 2

$600m^2 \cdot 30\% = 600m^2 \cdot \frac{30}{100} = 6m^2 \cdot 30 = 180m^2$, så samlet areal av grunnflatene til boligen og garasjen må ikke overstige 180 kvadratmeter.

$A_{Bolig} + A_{Garasje} = 140m^2 + 6m \cdot 8m = 140m^2 + 48m^2 = 188m^2$.

Det samlede arealet av grunnflatene er 188 kvadratmeter, og dermed over grensen satt i reguleringsplanen.

<u>Det er *ikke* mulig for David å bygge både huset og garasjen på tomten om han skal holde seg innenfor kravet i reguleringsplanen.</u>

Oppgave 3

a) Ser at y-koordinatene til punktene er kvadratroten av de tilhørende x-koordinatene.

Et mulig funksjonsuttrykk vil da være $\underline{\underline{f(x) = \sqrt{x}}}$.

b)

$$f(16) = \sqrt{16} = \underline{\underline{4}}$$

$$f(400) = \sqrt{400} = \underline{\underline{20}}$$

$$f\left(\frac{9}{4}\right) = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \underline{\underline{\frac{3}{2}}}$$

$$f(-25) = \sqrt{-25} \quad \text{Ikke mulig å bestemme } f(-25)$$

Det er ingen verdi langs x-aksen som er slik at den blir -25 om vi multipliserer den med seg selv. $\sqrt{-25}$ er altså ikke mulig å bestemme.

(Vi kan også argumentere med at grafen vi er "servert" indikerer at funksjonen uansett kun er definert for $x \geq 0$).

Oppgave 4

a) $\dfrac{538-159}{142-42}=\dfrac{379}{100}=3{,}79$

Stigningstallet til den rette linjen er 3,79.
Dette forteller at 1 US gallon tilsvarer 3,79 liter.

b) Ser av grafen at 42 US gallon tilsvarer 159 liter.

$159\cdot 100\text{millioner}=159\cdot 100\cdot 10^6=159\cdot 10^8=1{,}59\cdot 10^{10}$

$\underline{\underline{\text{Etterspørselen etter råolje vil i 2022 være omtrent } 1{,}59\cdot 10^{10} \text{ liter per dag.}}}$

Del 2

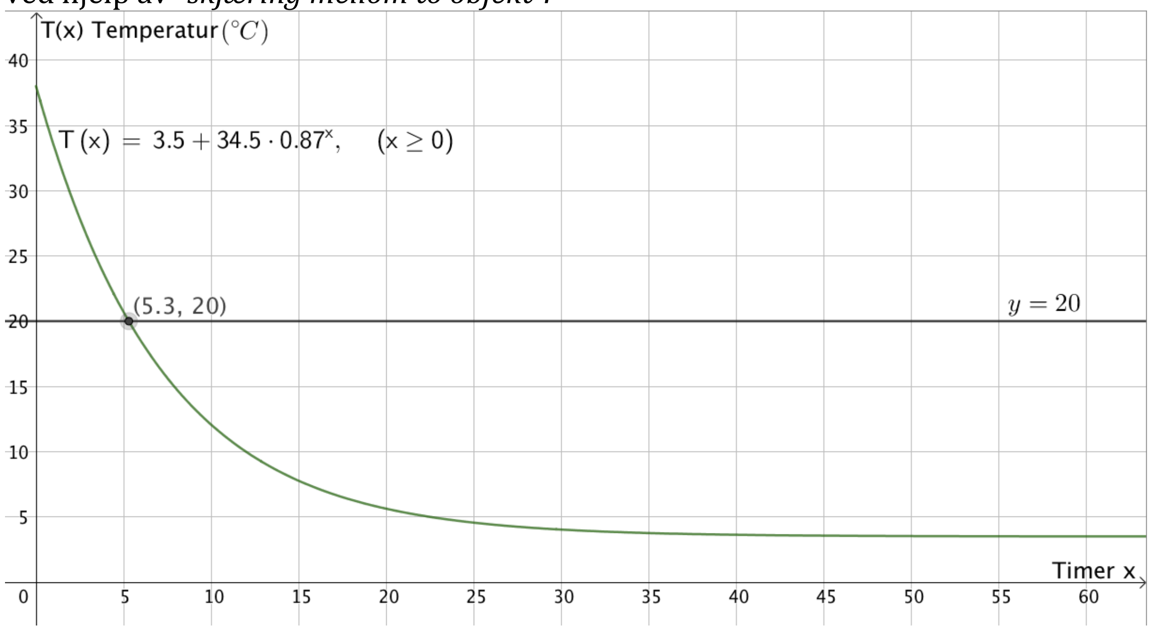
Oppgave 1

$T(x)=3{,}5+34{,}5\cdot 0{,}87^x \quad , \quad x\geq 0$

a) $T\left(0\right)=3{,}5+34{,}5\cdot 0{,}87^0=3{,}5+34{,}5\cdot 1=38.$

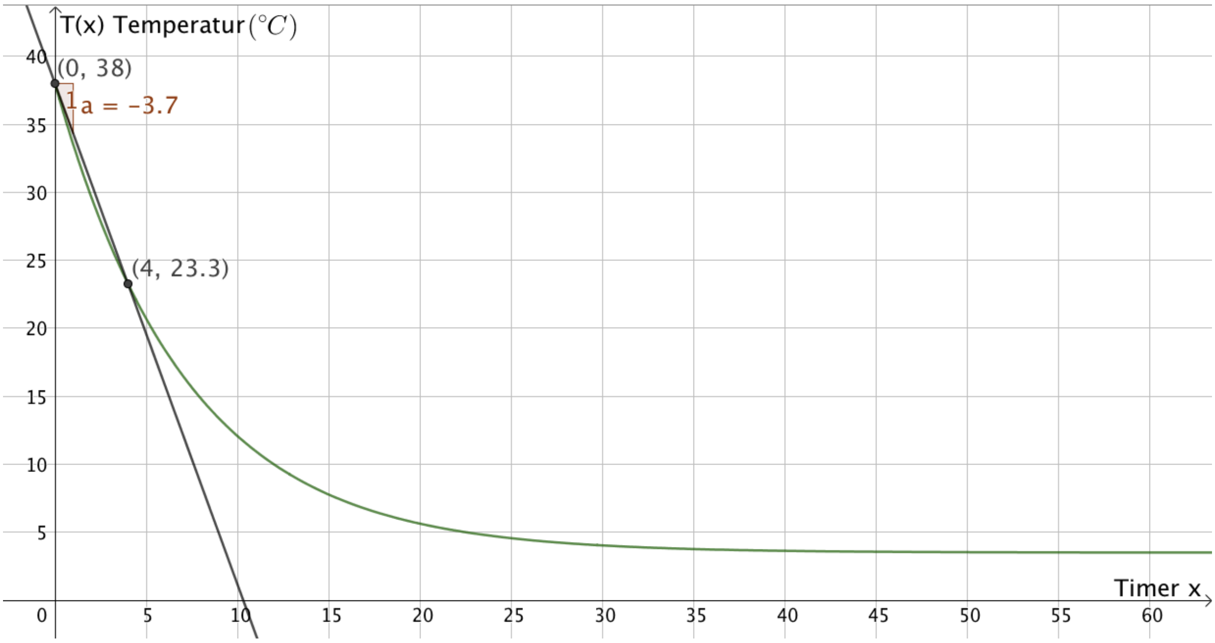
Idet strømmen blir slått av er temperaturen i vannet 38°C.

b) Tegner grafen til T sammen med linja $y=20$ og bestemmer skjæringspunktet ved hjelp av *"skjæring mellom to objekt".*



Det vil gå 5,3 timer (ca.5 timer og 18 minutter) før temperaturen er under 20°C

c) Markerer punktene på grafen og tegner linje gjennom dem. Bestemmer stigningstallet ved hjelp av *"stigning".*



$$\underline{\underline{\text{Stigningstallet til linjen gjennom } \left(0, T(0)\right) \text{ og } \left(4, T(4)\right) \text{ er } -3{,}7}}$$

Dette forteller at temperaturen i vannet i gjennomsnitt synker med 3,7°C per time de første fire timene etter at strømmen blir slått av.

d) Ser at grafen synker mest i starten, før den flater mer ut etter hvert.
Temperaturen synker altså mest den første timen.

$$T(1) = 3{,}5 + 34{,}5 \cdot 0{,}87 = 33{,}515$$

Den første timen synker temperaturen fra 38°C til ca.33,5°C.
Den synker altså mindre enn 5°C.

<u>Temperaturen vil aldri synke med mer enn 5°C i løpet av en time.</u>

e) Når *x* blir større og større, vil verdien av leddet $34{,}5 \cdot 0{,}87^x$ bli mindre og mindre, og etter hvert nærme seg 0.
Det betyr at verdien til $T(x)$ vil nærme seg $3{,}5$ etter hvert som *x* blir veldig stor.

I praksis betyr det at temperaturen i vannet vil stabilisere seg på 3,5°C når det har gått lang nok tid.

En annen formulering kan være å si at temperaturen i vannet i bassenget vil synke til den har samme temperatur som "miljøet rundt", altså temperaturen på stedet bassenget står. Så kan det diskuteres om det er sannsynlig at utetemperaturen vil være stabilt 3,5 grader i en så lang periode som dette vil ta, eller at man har bassenget innendørs i et rom som holder 3,5 grader.

Oppgave 2

$20 \cdot 2 + 20 \cdot 3 = 40 + 60 = 100$

Hvis det hadde vært like mange av hver leilighetstype, vil det vært til sammen 100 rom, som er 10 rom for mye. Hver gang vi "bytter" ut en treromsleilighet med en toromsleilighet, får vi ett rom mindre. Vi må altså "bytte ut" 10 av treromsleilighetene med 10 toromsleiligheter.

$30 \cdot 2 + 10 \cdot 3 = 60 + 30 = 90$.

<u>30 av leilighetene har to rom, mens 10 av leilighetene har tre rom.</u>

Denne oppgaven kan greit løses ved å sette opp et likningssett av to likninger med to ukjente, men det er ikke noe som nødvendigvis behandles i 1P. Man har imidlertid fokus på å "identifisere variable størrelser i ulike situasjoner og bruke dem til utforsking og generalisering". Jeg valgte derfor her å finne et slags mønster og løse oppgaven ved hjelp av et logisk resonnement.
(Man har selvfølgelig også "lov til" å løse oppgaven ved å sette opp et likningssett)

Oppgave 3

a) Ved første øyekast ser det ut til at fart og tid er omvendt proporsjonale størrelser i den gitte grafiske fremstillingen.
Velger meg ut punktene $(30,120)$, $(40,90)$ og $(60,60)$ på grafen.
Dersom fart og tid er omvendt proporsjonale størrelser, skal produktet av x-koordinaten og y-koordinaten være det samme for alle punktene.

$$\begin{aligned} 30 \cdot 120 &= 3600 \\ 40 \cdot 90 &= 3600 \quad \text{OK!} \\ 60 \cdot 60 &= 3600 \end{aligned}$$

<u>Fart og tid er omvendt proporsjonale størrelser i den grafiske fremstillingen.</u>

Her kan vi også argumentere med at vi ser at den ene størrelsen halveres når den andre dobles, som bare er en annen måte å uttrykke at produktet av størrelsene må være en konstant.

b) Dersom to størrelser øker, begge to, kan vi utelukke at størrelsene er omvendt proporsjonale.
Dersom to størrelser er proporsjonale, vil en dobling av den ene føre til en dobling av den andre – ikke en firedobling.

<u>Fart og bremselengde er verken proporsjonale eller omvendt proporsjonale størrelser.</u>

c) Begge temperaturskalaene er slik at en økning i temperatur gjør at antallet grader øker. Det altså ikke slik at det blir færre grader fahrenheit etter hvert som temperaturen øker. (Vi kan også se av formelen at en økning av verdien til F vil føre til en økning av verdien til C). Vi kan altså utelukke at størrelsene er omvendt proporsjonale.
Dersom to størrelser er proporsjonale, skal de kunne uttrykkes som likningen til

ei rett linje gjennom origo. Dersom grader celsius og grader fahrenheit er proporsjonale, skal vi altså kunne beskrive sammenhengen ved en likning på formen $F = k \cdot C$, der *k* er et tall.

$$C = \frac{F-32}{1,8}$$

$$1,8C = F - 32$$

$$F = 1,8C + 32$$

Vi ser at vi får en likning som ikke oppfyller kravet.

<u>Grader celsius og grader fahrenheit er verken proporsjonale eller omvendt proporsjonale størrelser.</u>

Her hadde et fullgodt alternativ vært å vise at en dobling av F ikke gir en dobling av C ved å først regne ut verdien C får når F=1 og så når F=2.

Oppgave 4

a) Dersom alle sidekantene skal være like lange, må de være 16 meter lange.
Lager en oversikt i et regneark, der vi starter med å sette både lengde og bredde i rektangelet lik 16, så justerer vi og regner ut arealet for hver justering.

	A	B	C	D
1	Lengde (m)	Bredde (m)	Areal (kvadratmeter)	Omkrets (m)
2	16	16	256	64
3	15	17	255	64
4	14	18	252	64
5	13	19	247	64
6	12	20	240	64
7	11	21	231	64
8	10	22	220	64
9	9	23	207	64
10	8	24	192	64
11	7	25	175	64
12	6	26	156	64
13	5	27	135	64
14	4	28	112	64
15	3	29	87	64
16	2	30	60	64
17	1	31	31	64
18				

Formler:

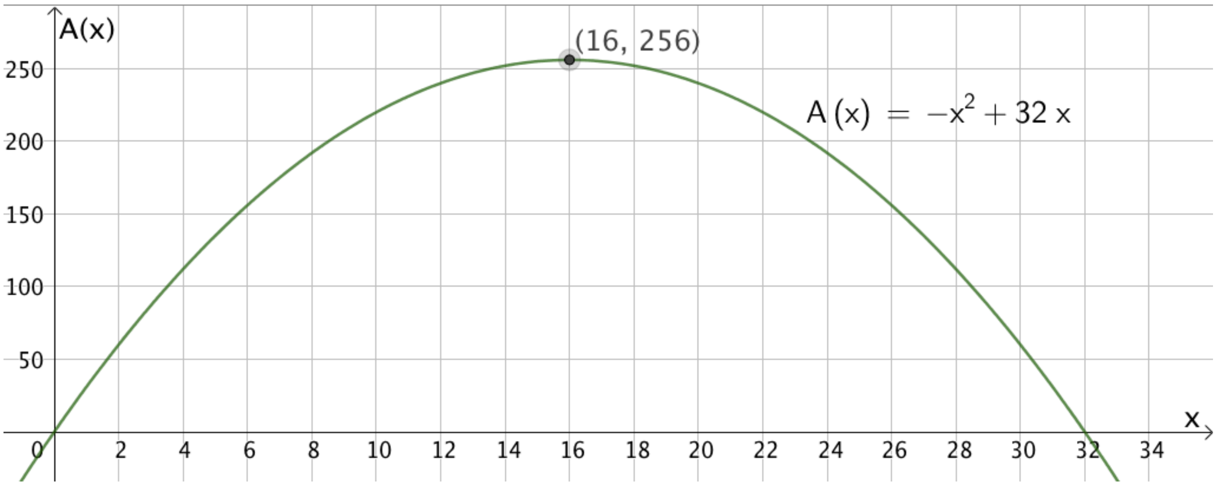
	A	B	C	D
1	Lengde (m)	Bredde (m)	Areal (kvadratmeter)	Omkrets (m)
2	16	16	=A2*B2	=2*A2+2*B2
3	15	17	=A3*B3	=2*A3+2*B3
4	14	18	=A4*B4	=2*A4+2*B4
5	13	19	=A5*B5	=2*A5+2*B5
6	12	20	=A6*B6	=2*A6+2*B6
7	11	21	=A7*B7	=2*A7+2*B7
8	10	22	=A8*B8	=2*A8+2*B8
9	9	23	=A9*B9	=2*A9+2*B9
10	8	24	=A10*B10	=2*A10+2*B10
11	7	25	=A11*B11	=2*A11+2*B11
12	6	26	=A12*B12	=2*A12+2*B12
13	5	27	=A13*B13	=2*A13+2*B13
14	4	28	=A14*B14	=2*A14+2*B14
15	3	29	=A15*B15	=2*A15+2*B15
16	2	30	=A16*B16	=2*A16+2*B16
17	1	31	=A17*B17	=2*A17+2*B17
18				

<u>Vi ser at Per sin påstand kan være riktig</u>.

b) Hvis vi lar x være den ene sidelengden i rektangelet, vil den andre sidelengden være $32 - x$ (de to sidelengdene utgjør halve omkretsen).
Da kan vi si at arealet av rektangelet er gitt ved

$$A(x) = x\left(32 - x\right) = 32x - x^2 = \underline{\underline{-x^2 + 32x}}.$$

Tegner grafen til *A* og finner toppunktet ved hjelp av *"Ekstremalpunkt".*
(se neste side).



<u>Vi ser at Per sin påstand er riktig</u>.

Oppgave 5

a) Lars ønsker å finne eventuelle heltallige røtter (nullpunkter) til funksjonen *f* i intervallet [0, 10].
Når Lars kjører programmet får han ut tallet 5, som forteller ham at $x = 5$ er nullpunktet til *f*.

b)

```python
def f(x):
    return x**2 - 6*x + 8

x = 0

while x <= 10:

    if f(x) == 0:
        print(x)

    x = x + 1

```

```
2
4
```

Vi ser at dersom Lars endrer funksjonsuttrykket til $x^2 - 6x + 8$, får han ut verdiene 2 og 4, som forteller at *f* har nullpunkter $x = 2$ og $x = 4$.

Hvis man ønsker å vise dette uten å presentere det reviderte programmet, kan man for eksempel tegne grafen til f i GeoGebra og bruke denne til å svare på spørsmålet.

c) Hvis Lars skal være helt sikker at programmet finner eventuelle heltallige nullpunkter til *f*, kan han bruke en "for-løkke" som tester i et intervall som inneholder alle de mulige verdiene.
Han skal finne løsningene til likningen $x^2 - 144 = 0$. Dersom $x = \pm 144$ kan han være helt sikker på at $(\pm 144)^2$ er større enn 144, så han kan da velge å "lete" i intervallet $[-144, 144]$. (Se neste side)

Forslag til revidert program:

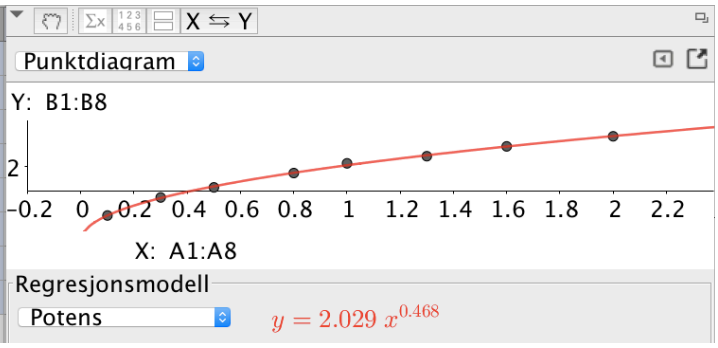
```
def f(x):
    return x**2 - 144

for x in range (-144,144):

    if f(x) == 0:
        print(x)

    x = x + 1
```

```
-12
12
```

Oppgave 6

a) Legger inn verdiene i regnearket i GeoGebra og gjennomfører regresjonsanalyse. Velger potensmodell.

	A	B
1	0.1	0.69
2	0.3	1.17
3	0.5	1.44
4	0.8	1.82
5	1	2.08
6	1.3	2.27
7	1.6	2.53
8	2	2.8
9		



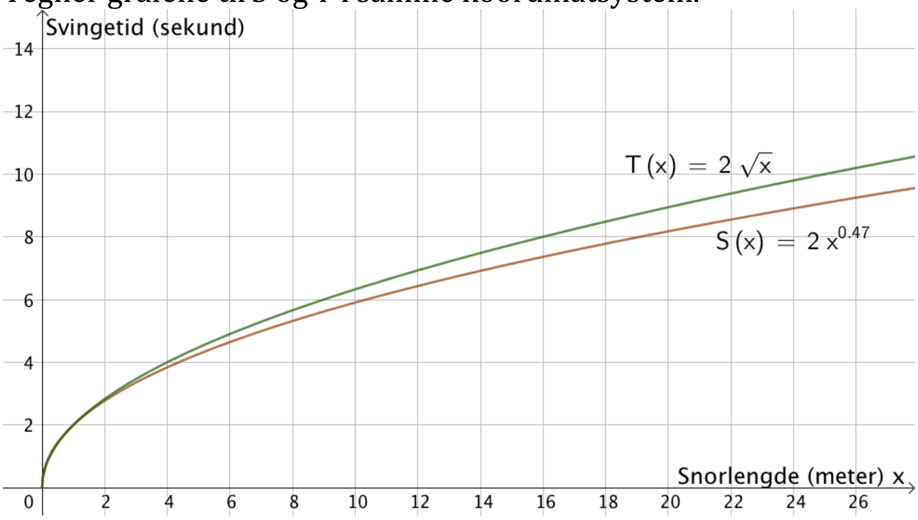
$$\underline{\underline{S(x) = 2{,}0 \cdot x^{0{,}47}}}$$

b) $$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{9{,}81}} = 2\pi\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{9{,}81}} \approx 2\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{9}} = 2\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{L}}{3} = 2\sqrt{L}$$

Ved å sette $\pi \approx 3$ og $9{,}81 \approx 9$, får vi $T \approx 2\sqrt{L}$, <u>som skulle vises</u>.

c) Når snorlengden L er x meter, kan vi si at vi har $T(x) = 2\sqrt{x}$.

Tegner grafene til S og T i samme koordinatsystem.



Vi ser at formelen for T passer godt for de snorlengdene som ble brukt i forsøket til klasse 1STA.
Dersom man antar modellen S passer bra for lengre snorlengder enn de snorlengdene som ble brukt i forsøket, ser vi at formelen for T blir mer og mer upresis etter hvert som man øker snorlengden.

Oppgave 7

Starter med å se nærmere på Sofie sine tanker om Cooper-testen:

$3\min\cdot 4 = 12\min$ og $380m\cdot 4 = 1520m$

Dersom Sofie holder samme gjennomsnittsfart de neste 9 minuttene, som de første 3 minuttene, vil hun komme 1520 meter på 12 minutter.

$12\min\cdot 5 = 60\min$ og $2200m\cdot 5 = 11000m = 11km$, så Sofie må ha en gjennomsnittsfart på 11 km/t om hun skal klare å løpe 2200 meter på 12 minutter.

Hun har allerede løpt 380 meter på 3 minutter, så det kan jo være interessant å se nærmere på hvordan Sofie kan gjøre en justering for å forsøke å greie dette Cooper-test-målet allerede på den løpeturen hun er i gang med. Da må hun i så fall løpe 1820 meter i løpet av de neste 9 minuttene.

$\dfrac{9\min}{60\min} = 0{,}15$, så 9 minutter er 0,15 timer.

$\dfrac{1{,}82km}{0{,}15t} \approx 12{,}13 \, {}^{km}\!/_{t}$, så hun må øke farten til ca.12,2 km/t om hun vil være sikker på å klare målet sitt.

$\dfrac{0{,}38km}{3\min} = \dfrac{0{,}38km}{0{,}05t} = 7{,}6 \, {}^{km}\!/_{t}$, så hun har holdt en gjennomsnittsfart på 7,6 km/t de første 3 minuttene.

Det må altså en relativt stor fartsøkning til om hun skal klare målet, enten hun starter på nytt, eller prøver å "ta igjen" allerede på denne turen.

Ser nå nærmere på energiforbruket knyttet til løpingen:

$\dfrac{32kcal}{0{,}38km} = 84{,}2 \, {}^{kcal}\!/_{km}$.

Sofie har altså hatt et energiforbruk på 84,2 kcal/km de første tre minuttene av løpeturen.
Hvor mange kilokalorier bruker hun da på én time om dette energiforbruket vedvarer? Vi får anta at energiforbruket holder seg rimelig konstant om hun holder samme gjennomsnittsfart, og om hun ikke justerer på tredemøllen slik at det blir mye oppover- og nedoverbakker.

$3\min\cdot 20 = 60\min$ og $32kcal\cdot 20 = 640kcal$, så Sofie vil bruke 640kcal hvis hun løper en time med samme energiforbruk som de første tre minuttene av løpeturen.

Til slutt ser vi på energiinnholdet i sjokoladen:

$\dfrac{550kcal}{100g}\cdot 60g = 330kcal$, så melkesjokoladen på 60 gram inneholder 330 kilokalorier.

Vi antok tidligere at Sofie kunne regne med å ha et energiforbruk på 640kcal om hun løp 1 time i samme hastighet som de første 3 minuttene av turen. Det betyr at hun må løpe rett i overkant av en halvtime for å ha forbrukt hele energiinnholdet i sjokoladen.

Oppsummering:

- Dersom Sofie holder samme gjennomsnittsfart de neste 9 minuttene, som de første 3 minuttene, vil hun komme 1520 meter på 12 minutter.
- Sofie må ha en gjennomsnittsfart på 11 km/t om hun skal klare å løpe 2200 meter på 12 minutter.
- hun må øke farten fra 7,6 km/t til ca.12,2 km/t om hun vil oppnå en totaldistanse på 2200 meter i løpet av de neste 9 minuttene.
- Sofie har altså hatt et energiforbruk på 84,2 kcal/km de første tre minuttene av løpeturen.
- Sofie vil bruke 640kcal hvis hun løper en time med samme energiforbruk som de første tre minuttene av løpeturen.
- Hvis Sofie løper en løpetur på litt over en halvtime eller mer, med samme energiforbruk som de første tre minuttene av turen, vil hun ha brukt flere kalorier enn melkesjokoladen på 60 gram inneholder.