Eksamen R2 våren 2023

Del 1, ingen hjelpemidler

Oppgave 1

a) $\int_{-1}^{1}(4x^3 - x)\,dx = \left[4\cdot\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2\right]_{-1}^{1} = 1^4 - \frac{1}{2}\cdot 1^2 - \left((-1)^4 - \frac{1}{2}(-1)^2\right)$

$= 1 - \frac{1}{2} - \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \underline{\underline{0}}$

b) $\int_0^{\ln 2} e^{2x}\,dx = \left[\frac{1}{2}e^{2x}\right]_0^{\ln 2} = \frac{1}{2}e^{2\ln 2} - \frac{1}{2}e^{2\cdot 0} = \frac{1}{2}\left(e^{\ln 2^2} - e^0\right) = \frac{1}{2}\left(2^2 - 1\right) = \underline{\underline{\frac{3}{2}}}$

Oppgave 2

a) $f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$f'(x) = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]' = \frac{[\sin x]'\cdot\cos x - \sin x\cdot[\cos x]'}{(\cos x)^2} = \frac{\cos x\cdot\cos x - \sin x\cdot(-\sin x)}{\cos^2 x}$

$= \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$, qed!

b) $\int \frac{1+\tan^2 x}{\tan x}\,dx = \int \frac{\cancel{1+\tan^2 x}}{u}\,\frac{du}{\cancel{1+\tan^2 x}} = \int \frac{1}{u}\,du = \ln|u| + C$

$= \underline{\underline{\ln|\tan x| + C}}$

$\boxed{u = \tan x}$ (variabelskifte) $\quad \boxed{\frac{du}{dx} = 1 + \tan^2 x \quad (\text{fra a})} \quad \boxed{dx = \frac{du}{1+\tan^2 x}}$

Oppgave 3

a) (jeg tar disse vektorene fordi de trengs i b) og c) også)

$\vec{BC} = [4-5, 2-0, 0-0] = [-1, 2, 0]$

$\vec{BT} = [0-5, 0-0, 5-0] = [-5, 0, 5]$

$\vec{BA} = [0-5, 0-0, 0-0] = [-5, 0, 0]$

$\vec{BC} \times \vec{BT} = [2\cdot 5 - 0\cdot 0,\ 0\cdot(-5) - (-1)\cdot 5,\ -1\cdot 0 - (2\cdot(-5))]$

$= [10, 5, 10]$

Tetraeder:

$V = \frac{1}{6}\left|(\vec{BC} \times \vec{BT})\cdot \vec{BA}\right| = \frac{1}{6}\left|[10,5,10]\cdot[-5,0,0]\right| = \frac{1}{6}\left|-50+0+0\right| = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}$

b) Trekanten er spent ut av $\vec{BC}$ og $\vec{BT}$, så

areal $= \frac{1}{2}|\vec{BC} \times \vec{BT}| = \frac{1}{2}|[10,5,10]| = \frac{1}{2}|5[2,1,2]| = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot\sqrt{2^2+1^2+2^2}$

$= \frac{1}{2}\cdot 5\cdot\sqrt{9} = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 3 = \frac{15}{2}$

c) ΔBCT er grunnflaten i pyramiden, og avstanden vi vil finne er høyden. I pyramiden er $V = \frac{1}{3}Gh$,

så $h = \frac{3V}{G} = \frac{3\cdot\frac{25}{3}}{\frac{15}{2}} = \frac{25\cdot 2}{15} = \frac{5\cdot 2}{3} = \frac{10}{3}$

Eller med vektorer: har $\vec{n} \parallel \vec{BC} \times \vec{BT} = 5[2,1,2]$

så jeg kan $\vec{n}_\alpha = [2,1,2]$ og bruker punkt B, så planet blir $\alpha:\ 2(x-5)+1(y-0)+2(z-0)=0$

$2x-10+y+2z=0$

avstand fra punkt til plan:, der $A(x_0, y_0, z_0)$

$q = \frac{|2x_0+y_0+2z_0-10|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}} = \frac{|2\cdot 0+0+2\cdot 0-10|}{\sqrt{9}} = \frac{10}{3}$

Oppgave 4

a) Jeg ser at løkka øker verdien av a med d i hver runde, altså er dette en aritmetisk rekke. Samtidig økes verdien av S med verdien av a, og S skrives ut til slutt, så:
programmet vil finne summen av en aritmetisk rekke med $N = 10$ ledd, når $a_1 = 3$ og $d = 4$.

b)
$a_1 = 3,\ d = 4,\ N = 100,\quad a_{100} = a_1 + (100-1)d = 3 + 99 \cdot 4 = 3 + 396 = 399$

$$S_{100} = \frac{a_1 + a_{100}}{2} \cdot 100 = (3 + 399) \cdot 50 = 402 \cdot 50 = \underline{\underline{20\,100}}$$

Oppgave 5

a) Bruker arealformelen fra 1T på $\triangle ABD$

$$T_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot AD \cdot \sin \angle A = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \sin V = \underline{\frac{1}{2} \sin V}$$

Arealet av sirkelsektoren, per definisjonen av radianer:

$$T_{\text{sektor}} = T_{\text{sirkel}} \cdot \frac{V}{2\pi} = \pi r^2 \cdot \frac{V}{2\pi} = 1^2 \cdot \frac{V}{2} = \underline{\frac{1}{2} V}$$

Og i $\triangle ABC$ er $BC = AB \cdot \tan V = 1 \tan V$

så $T_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \tan V = \frac{1}{2} \tan V$

Vi ser på figuren at $T_{\triangle ABD} < T_{\text{sektor}} < T_{ABC}$ qed

så $\frac{1}{2} \sin V < \frac{1}{2} V < \frac{1}{2} \tan V$

b) Ganger ulikheten med 2: $\sin V < V < \tan V$

og deler alt på $\sin V$: $\frac{\sin V}{\sin V} < \frac{V}{\sin V} < \frac{\sin V / \cos V}{\sin V}$

så $1 < \frac{V}{\sin V} < \frac{1}{\cos V}$ qed

(merk: jeg kan dele på $\sin V$ uten å snu ulikheten fordi $\sin V > 0$ i 1. kvadrant)

c) Fordi $1 < \frac{V}{\sin V} < \frac{1}{\cos V}$ så må $\lim_{V \to 0^+} 1 < \lim_{V \to 0^+} \frac{V}{\sin V} < \lim_{V \to 0^+} \frac{1}{\cos V}$

$\lim_{V \to 0^+} 1 = 1$, det er greit

og vi vet at $\lim_{V \to 0^+} \cos V = 1$ (fordi $\cos 0 = 1$) så $\lim_{V \to 0^+} \frac{1}{\cos V} = \frac{1}{1} = 1$

Så $1 < \lim_{V \to 0^+} \frac{V}{\sin V} < 1$

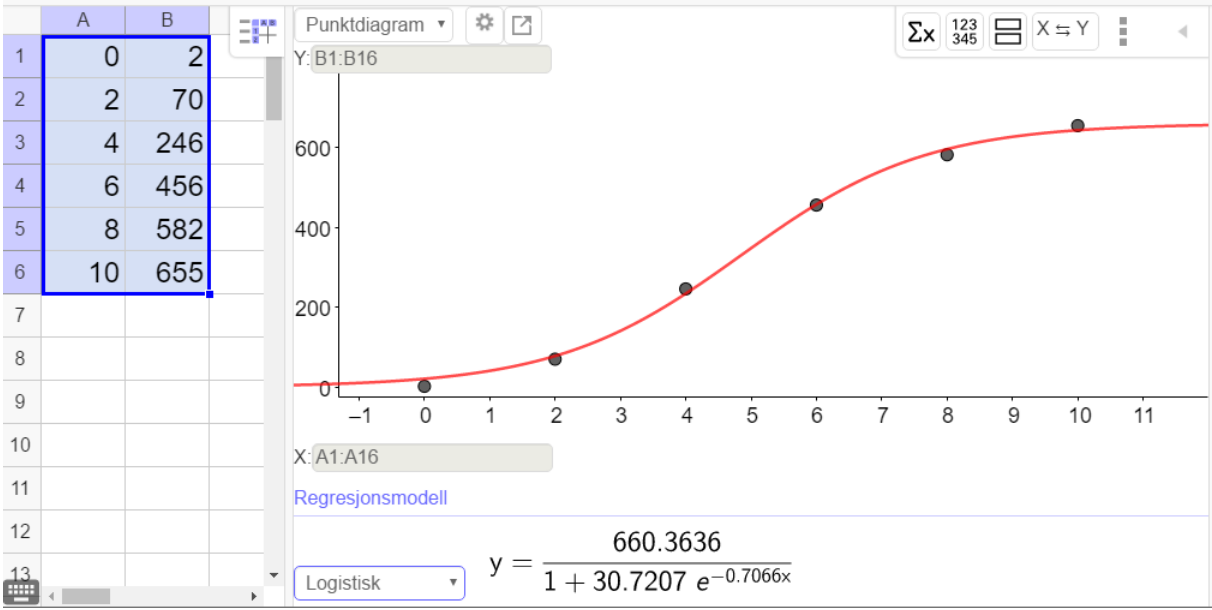
Så $\lim_{V \to 0^+} \frac{V}{\sin V} = 1$, qed

(når den ligger mellom 1 og 1, så er 1 eneste mulighet)

Del 2, alle hjelpemidler

Oppgave 1

a) Jeg setter verdiene inn i et GeoGebra-regneark, med $x = 0$ i 2008 slik at $F(0)$ gir antall millioner kroner i år 2008. Så markerer jeg punktene og velger en regresjonsanalyse. Jeg prøvde ulike modeller; en sinusmodell passer bra med punktene, men jeg synes det er usannsynlig at verdien av strømmingen vil begynne å falle igjen etter 2018. Så jeg velger en logistisk modell, som også passer bra med punktene, men som gir en mer sannsynlig utvikling framover i tid, dvs. at forbruket flater ut:



Overfører funksjonen til grafvinduet og endrer navn på den, til videre bruk:

$F(x) = \text{RegLogist}(l1)$

$\rightarrow \dfrac{660.36356}{1 + 30.72072\, e^{-0.70656x}}$

b) Gjennomfører beregningene i Algebrafeltet, det funker like bra som CAS:

$I = \text{Integral}(F(x), -0.5, 10.5)$

$\rightarrow 3728.73694$

$G = \dfrac{1}{5}\,\text{Integral}(F(x), 2.5, 7.5)$

$\rightarrow 344.44845$

$S = \text{Sum}(F(i), i, 0, 10)$

$\rightarrow 3728.8155$

$D = \dfrac{F(5.001) - F(5)}{0.001}$

$\rightarrow 116.30546$

c) Praktiske tolkninger:
I er integralet for å finne pengeforbruket over hele perioden; det går fra -0,5 til 10,5 fordi verdien F(0) er forbruket for hele året, så integralet fra -0,5 til 0,5 er en bedre tilnærming til forbruket i 2008 enn integralet fra 0 til 1, og tilsvarende for de andre årene.
S forteller det samme som I, men med en sum av verdiene for hele året; som nevnt, F(0) er verdien for hele 2008, osv.
G er integrasjonsformelen for et gjennomsnitt; $\frac{1}{5}$ er fordi snittet tas over en periode på 5 år, og grensene viser at det går fra året der x=3 (altså 2011) fram til året der x=7 (altså 2015). Så det er snittet for årene 2011-2015.
D er en numerisk derivert, så det viser sånn omtrent endringen i forbruk av strømming i året der x=5, altså 2013

Oppgave 2

a) Definerer alle punktene i CAS:

1. $A := (1, 0, 3)$ → $\mathbf{A := (1, 0, 3)}$
2. $B := (0, 1, 2)$ → $\mathbf{B := (0, 1, 2)}$
3. $C := (2, 3, 2)$ → $\mathbf{C := (2, 3, 2)}$
4. $P := (2, -5, 5)$ → $\mathbf{P := (2, -5, 5)}$

Definerer plan α som gitt i oppgaven, og plan β som et plan som er parallelt med α men går gjennom P:

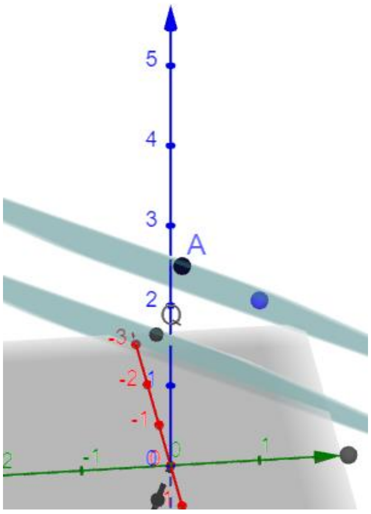
5. $\alpha := \text{Plan}(A, B, C)$ → $\alpha: x \cdot 2 + y\,(-2) + z\,(-4) = -10$
6. $\beta := \text{Plan}(P, \alpha)$ → $\beta := x - y - 2z = -3$

b) α og β er parallelle plan, så hvis en kule skal tangere begge må kula ligge midt mellom planene, og ha en radius som er halvparten av avstanden mellom planene:

7. $r := \frac{1}{2}\,\text{Avstand}(P, \alpha)$ → $r := \frac{1}{6}\sqrt{6}$

(GeoGebra har ikke avstand mellom plan, så jeg tok avstand fra punkt til plan)
Kula tangerer α i A, så posisjonen til sentrum er i avstanden r fra A langs $\overrightarrow{n_\alpha}$, og punktet Q ligger da i avstanden $2r$ fra A langs $\overrightarrow{n_\alpha}$, og vi får at $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AQ}$:

8. $n := \text{Normalvektor}(\alpha)$ → $n := \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$
9. $AQ := 2\,r\,\frac{n}{|n|}$ → $AQ := \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{-1}{3} \\ \frac{-2}{3} \end{pmatrix}$
10. $Q := A + AQ$ → $Q := \left(\frac{4}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{7}{3}\right)$



($\frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}$ gir oss en vektor som står normal på α, men har lengde 1.
Så ganges den med $2r$ for å nå fra punktet A bort til planet β, som da gir oss $\overrightarrow{AQ}$.)

Over har jeg dobbeltsjekket at jeg gikk riktig vei, og Q faktisk ligger på β, det ser riktig ut, så svaret mitt er at kula tangerer β i $\underline{\underline{Q\left(\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right)}}$

(eller så kan man jo bare lage ei linje som går fra A med samme retningsvektor som planene, og finne når den skjærer planet β; men det må gjøres med en ligning så man får eksaktverdiene, ikke med Skjæring-kommandoen)

Oppgave 3

Definerer retningsvektoren i CAS (tar ikke med definisjonsmengden, da blir den så slitsom å regne på):

1
$$r(t) := \left(1 + \exp\left(\frac{t}{20}\right), 1 - \sin(t), \frac{1}{10}\exp(-2t+2) + \cos(t)\right)$$
$$\rightarrow \mathbf{r(t) := \left(1 + e^{\frac{t}{20}}, 1 - \sin(t), \frac{1}{10}\, e^{-2t+2} + \cos(t)\right)}$$

a) Fartsvektoren er den deriverte av posisjonsvektoren, og banefarten er lengden til fartsvektoren ved tidspunktet:

2
$$v(t) := r'(t)$$
$$\rightarrow \mathbf{v(t) := \left(\frac{1}{20}\, e^{\frac{t}{20}}, -\cos(t), \frac{-1}{5}\, e^{-2t+2} - \sin(t)\right)}$$

3
$$|v(1)|$$
$$\approx \mathbf{1.17446}$$

Svar: banefarten til printeren etter 1 sekund er ca. 1,2cm/s.

b) Lager en funksjon for banefarten:

4
$$\text{banefart}(t) := |v(t)|$$
$$\approx \mathbf{\text{banefart}(t) := 0.05\sqrt{\left(e^{0.05t}\right)^2 + 16\left(e^{-2t+2}\right)^2 + 400\cos^2(t) + 400\sin^2(t) + 160\, e^{-2t+2}\sin(t)}}$$

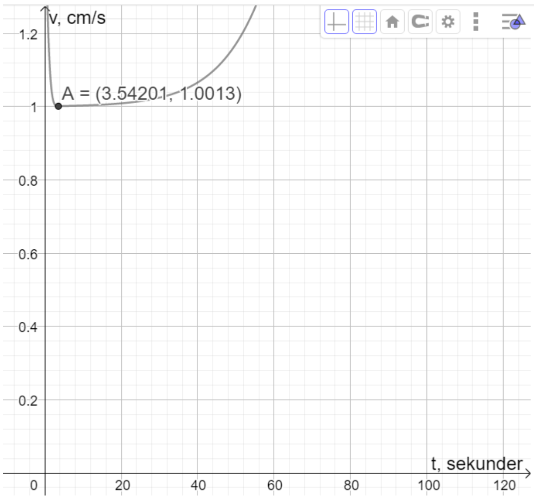
Finner når banefarten har et ekstremalpunkt:

5
$$\text{NLøs}(\text{banefart}'(t) = 0)$$
$$\rightarrow \mathbf{\{t = 3.54201\}}$$

Sjekker at det er et bunnpunkt ved å se at den dobbeltderiverte er positiv:

6
$$\text{banefart}''(3.54)$$
$$\approx \mathbf{0.00316}$$

Og grafisk løsning til høyre viser det samme:



Svar: banefarten er lavest etter ca. 3,5 sekunder

c) Hvis banefarten er parallell med xy-planet er $v_z(t) = 0$, og hvis banefarten er parallell med yz-planet er $v_x(t) = 0$, sjekker dette i CAS:

8
$$z(v(t))$$
$$\rightarrow \mathbf{\frac{-1}{5}\, e^{-2t+2} - \sin(t)}$$

9
$$\text{nløs}(\$8 = 0)$$
$$\rightarrow \mathbf{\{t = 3.14434, t = 6.28318, t}$$

Ligningen for $v_z(t)$ var ikke pen, så jeg NLøser den, og får én løsning innenfor definisjonsmengden:

Svar 1: fartsvektoren er parallell med xy-planet ved $t \approx 3{,}1s$

6
$$x(v(t))$$
$$\rightarrow \mathbf{\frac{1}{20}\, e^{\frac{1}{20}t}}$$

$v_x(t)$ er aldri lik 0, så svar 2: fartsvektoren er aldri parallell med yz-planet.

Oppgave 4

Jeg ble inspirert av del 1, så jeg programmerer denne. (den kan selvsagt også løses med ligninger, summeformler i GeoGebra, eller på masse andre måter)

a) Se kommentarer i skjermbildet

```python
#definerer startverdiene
a = 100
b = 100

#differansen og kvotienten
d = 10
k = 1.05

print("uke:  tilbud 1:   tilbud 2:")
#lager ei løkke som skriver ut de 4 første verdiene
for i in range(4):
    print(f"{i+1}          {round(a)}          {round(b)}")
    #regner ut verdien for neste uke her, det er enklest
    a = a+d
    b = b*k
```

Running: R2 eksamen 2023 vår del 2 oppgave 4.py

```
uke:  tilbud 1:   tilbud 2:
1          100          100
2          110          105
3          120          110
4          130          116
```

Svar: For tilbud 1 gir de første 4 ukene 100kr, 110kr, 120kr og 130kr, mens for tilbud 1 gir de første 4 ukene 100kr, 105kr, 110kr og 116kr (avrundet til heltall, for øre finnes ikke lenger)

b) De to tilbudene er like store når de starter, så er først tilbud 1 størst, så jeg omgjør for-løkka til en while-løkke som kjører fram til tilbud 2 er større enn tilbud 1, altså while a >= b. (hvis jeg bare hadde tatt while a > b ville den stoppet før den første runden)

```python
#definerer startverdiene
a = 100
b = 100

#differansen og kvotienten
d = 10
k = 1.05

print("uke:  tilbud 1:   tilbud 2:")
#trenger en teller til while-løkka, den starter på uke 1
i = 1
#lager ei løkke som kjører til tilbud 2 er større enn tilbud 1
while a >= b:
    print(f"{i}          {round(a)}          {round(b)}")
    #regner ut verdien for neste uke her, det er enklest
    a = a+d
    b = b*k
    i = i+1
#og en siste utskrift siden den ikke går inn i løkka siste runde
print(f"{i}          {round(a)}          {round(b)}")
```

```
uke:  tilbud 1:   tilbud 2:
1          100         100
2          110         105
3          120         110
4          130         116
5          140         122
6          150         128
7          160         134
8          170         141
9          180         148
10          190         155
11          200         163
12          210         171
13          220         180
14          230         189
15          240         198
16          250         208
17          260         218

18          270         229
19          280         241
20          290         253
21          300         265
22          310         279
23          320         293
24          330         307
25          340         323
26          350         339
27          360         356
28          370         373
>>>
```

Svar: <u>I uke 28 gir tilbud 2 mer ukelønn enn tilbud 1</u>

c) Samme prinsipp som i b), men nå må jeg sammenligne summene, så jeg setter opp en ny summevariabel for hvert tilbud, som økes i hver runde av løkka:

```python
#definerer startverdiene
a = 100
b = 100

#differansen og kvotienten
d = 10
k = 1.05

#startsummene:
Sa = 0
Sb = 0

print("uke:  tilbud 1:   tilbud 2:")
#trenger en teller til while-løkka, den starter på uke 1
i = 1
#lager ei løkke som kjører til tilbud 2 er større enn tilbud 1
while Sa >= Sb:
    Sa = Sa + a
    Sb = Sb + b
    print(f"{i:>2}      {round(Sa):>5d}      {round(Sb):>5d}")
    #regner ut verdien for neste uke her, det er enklest
    a = a+d
    b = b*k
    i = i+1
#(her trenger vi IKKE siste utskrift, fordi summen beregnes før a og b oppdateres)
```

uke:	tilbud 1:	tilbud 2:
1	100	100
2	210	205
3	330	315
4	460	431
5	600	553
6	750	680
7	910	814
8	1080	955
9	1260	1103
10	1450	1258
11	1650	1421
12	1860	1592
13	2080	1771
14	2310	1960
15	2550	2158
16	2800	2366
17	3060	2584
18	3330	2813
19	3610	3054
20	3900	3307
21	4200	3572
22	4510	3851
23	4830	4143
24	5160	4450
25	5500	4773
26	5850	5111
27	6210	5467
28	6580	5840
29	6960	6232
30	7350	6644
31	7750	7076
32	8160	7530
33	8580	8006
34	9010	8507
35	9450	9032
36	9900	9584
37	10360	10163
38	10830	10771
39	11310	11410

Svar: det tar 39 uker før tilbud 2 til sammen har gitt mer lønn enn tilbud 1

Oppgave 5

Definerer funksjonen i CAS
(uten grenser igjen, de roter med utregningene)

1 $f(x) := \frac{2-\cos(x)}{\sin(x)}$

$\rightarrow$ $\mathbf{f(x) := \frac{-\cos(x)+2}{\sin(x)}}$

a) Finner volumet av omdreiningslegemet ved integrasjon:
Svar: volumet av omdreiningslegemet er $\underline{\underline{V = \frac{\pi(20-\pi)}{2}}}$

2 $\text{integral}\left(\text{pi} \cdot f(x)^2, \frac{\text{pi}}{4}, \frac{3\text{pi}}{4}\right)$

$\rightarrow$ $\mathbf{\frac{-\pi^2+20\,\pi}{2}}$

b) Vi starter enkelt: kan den bredeste delen av omdreiningslegemet få plass i basen av kjegla?

3 $f\left(\frac{3\text{pi}}{4}\right)$

$\approx$ **3.82843**

$3{,}8 < 4$, så det går; men det betyr ikke at det får plass!

Så jeg finner formelen til den lineære funksjonen som gir oss et omdreiningslegeme med de ønskede egenskapene. Kjegler er spisse, så funksjonen starter i origo, altså er den på formen $k(x) = ax$, og den skal ha $r = 4$, så $k(h) = 4$ (der h er høyden til kjeglen, som går langs x-aksen, og omdreinings-legemet skal ha $V = 45$, så det gir de to ligningene:

4 $k(x) := a\,x$

$\rightarrow$ $\mathbf{k(x) := a\,x}$

5 $k(h) = 4$

$\rightarrow$ $\mathbf{a\,h = 4}$

6 $\int_0^h \pi\, k(x)^2\, dx = 45$

$\rightarrow$ $\mathbf{\frac{1}{3}\, a^2\, h^3\, \pi = 45}$

7 $\text{Løs}(\{\$5, \$6\})$

$\rightarrow$ $\mathbf{\left\{\left\{a = \frac{64}{135}\,\pi, h = \frac{135}{16\,\pi}\right\}\right\}}$

Altså: $k(x) = \frac{64\pi}{135}x$ for $x \in \left[0, \frac{135}{16\pi}\right]$

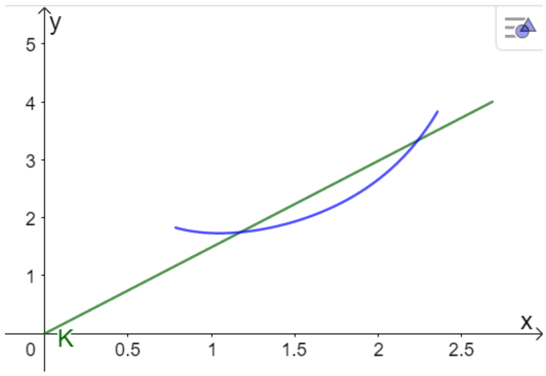
Jeg tegner den og sammenligner med omdreiningslegemets form:

8 $K(x) := \text{Dersom}\left(0 \le x \le \frac{135}{16\,\pi}, \frac{64\,\pi}{135}\,x\right)$

$\rightarrow$ $\mathbf{K(x) := \text{Dersom}\left(0 \le x \le 135 \cdot \frac{\frac{1}{16}}{\pi}, 64 \cdot \frac{\pi}{135}\,x\right)}$

9 $f2(x) := f(x), \frac{\text{pi}}{4} \le x \le \frac{3\text{pi}}{4}$

$\rightarrow$ $\mathbf{f2(x) := \text{Dersom}\left(\frac{\pi}{4} \le x \le 3 \cdot \frac{\pi}{4}, \frac{-\cos(x)+2}{\sin(x)}\right)}$



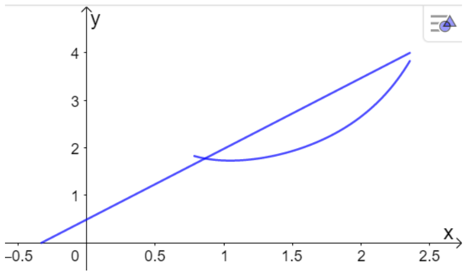
(jeg kalte kjeglen for K fordi jeg brukte k til ligningene, og jeg definerte en ny $f2$ fra f med grenser)

De overlapper, men de har ikke samme definisjonsområde, så jeg må forskyve en av dem. Jeg velger å forskyve $K(x)$ slik at den slutter i samme punkt som $f2(x)$
(merk: jeg kan IKKE bare endre definisjonsmengden, da endrer formen seg; jeg må trekke fra differansen mellom sluttpunktene til definisjonsområdene, da forskyves grafen)

10 $K2(x) := K\left(x - \left(\frac{3\,\pi}{4} - \frac{135}{16\,\pi}\right)\right)$

$\rightarrow$

$\mathbf{K2(x) := \text{Dersom}\left(x - 3 \cdot \frac{\pi}{4} + 135\right.}$



De overlapper fremdeles, så <u>nei, omdreiningslegemet får ikke plass inne i kjeglen</u>

Oppgave 6

a) Det er Pytagoras… Kateten langs x-aksen har lengden h, kateten langs y-aksen har lengden $k_i = y_{i+1} - y_i = f(x_{i+1}) - f(x_i)$, da er hypotenusen $S_i = \sqrt{h^2 + k_i^2}$.

b) Dette ser ut som en programmeringsoppgave!

```python
#definerer funksjonen (^0,5 = kvadratrot)
def g(x):
    return (1 - x**2) ** 0.5

#start- og sluttverdiene for intervallet
a = -1
b = 1

#jeg velger 100 inndelinger
N = 100
#og finner bredden
h = (b - a) / N

#jeg burde vel brukt arange, men la oss gjøre det med en while-løkke
#starter på a
x = a
#trenger noe å lagre lengden i
S = 0
#startverdi for siste intervall skal være FØR jeg kommer til b, så:
while x < b:
    #det ene katetet har lengde h, finner det andre med:
    #(vi er nå på x_i = x, da er x_(i+1) = x+h)
    #OBS: her fikk jeg et problem fordi x+h gikk over 1 i siste runde
    #slik at 1-x**2 < 0, slik at jeg fikk et komplekst svar
    #så jeg runder av tallet til bare 5 desimaler, så skjer ikke det!
    ki = g(round(x+h,5)) - g(x)
    #bruker Pytagoras for å finne lengden av linjestykket
    Si = (h**2 + ki**2) ** 0.5
    #legger det til den totale lengden
    S += Si
    #og øker med bredden for å komme til neste intervall
    x += h
print(S)
```

```
3.1407605898424262
>>>
```

Har du sett, $S \approx \pi$, nesten som om $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$ for $x \in [-1, 1]$ beskriver en halvsirkel med radius 1 og sentrum i origo, og det vi har funnet er omkretsen av den halvsirkelen…