2P Eksamen H2023 LK20 Løsningsforslag

Farhan Omar

18. desember 2023

Figur 1: Hva er matematikk egentlig?!

DEL 1 (Uten hjelpemidler)

Oppgave 1 (4 poeng)

1a)

Vi må finne ut hvor mange enkeltbilletter koster 415 kr. Hvis vi lær x være antall enkeltbilletter

$$x \cdot 25 = 415$$
$$x = \frac{415}{25} = 16,6$$

415 kr dekker 16 enkelte reiser. Hun bør vurdere fleksikort hvis hun skal ha flere enn 16 reiser.

1b)

20 enkeltbilletter koster $20 \cdot 25 = 500kr$ og et fleksikort koster 415 kr , da regner vi endring i prosent slik:

$$\frac{500-415}{500} = \frac{85}{500} = \frac{85}{5 \cdot 100} = \frac{17}{100} = 0,17 = 17\%$$

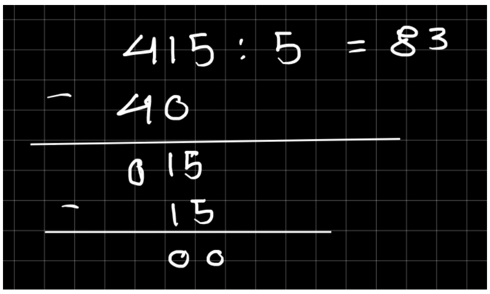
Hun sparer 17% ved å kjøpe et fleksikort.

Metode 2: veien om 1 prosent

500 tilsvarer fullpris 100% og da blir 1% lik 5 kr. Dermed tilsvarer 415 kr 83% fordi $\frac{415}{5} = 83\%$ .Hun betaler 83% av fullpris på 20 enkeltbilletter, da blir rabatten $100\% - 83\% = 17\%$

Metode 3: regne vekstfaktor V ved å dele Ny verdi (N) på Gammel verdi (G)

$$N = G \cdot V$$
$$415 = 500 \cdot V$$
$$V = \frac{415}{500} = \frac{415}{5 \cdot 100} = \frac{83}{100} = 0,83 = 83\%$$
$$100\% - 83\% = 17\%$$



Oppgave 2 (2 poeng)

$$\begin{aligned}\text{Målestokk} &= \frac{Avstand\,\text{på}\,kart}{Avstand\,i\,virkelighet} = \frac{20cm}{20km} = \frac{20cm}{20\cdot 1000m}\\ &= \frac{20cm}{20\cdot 1000\cdot 1000cm} = \frac{20cm}{20000000cm} = \frac{1}{1000000}\end{aligned}$$

Oppgave 3 (4 poeng)

Siden antall tall er 10 som er partall er median gjennomsnittet av de to tallene i midten og siden median er 8 må summen av dem da være 16. Vi vet også at halvparten av tallene skal være mindre enn eller lik 8 og den andre halvparten må være større enn eller lik 8. Typetall er 5, noe som betyr at tallet 5 må gjentas minst 2 ganger.

Alternativ 1:

$$5, 5, 5, 5, 8, 8, 12, 12, 15, 15$$

En strategi til å komme til tallene er å starte med,

$$5, 5, 5, 5, 8, 8$$

da vet vi at median er 8 og vi mangler kun 4 verdier og summen av dem regnes ved å bruke definisjon av gjennomsnitt $\overline{X}$:

$$\begin{aligned}\overline{X} &= \frac{\sum x}{n}\\ \frac{4\cdot 5 + 2\cdot 8 + x}{10} &= 9\\ \frac{20 + 16 + x}{10} &= 9\\ \frac{36 + x}{10} &= 9\\ 36 + x &= 10\cdot 9\\ 36 + x &= 90\\ x &= 90 - 36 = 54\end{aligned}$$

Nå gjenstår det å velge 4 tall som er større enn 8 og summen av dem skal være 54 og en mulighet er:

$$x = 12 + 12 + 15 + 15$$

Alternativ 2:

$$5, 5, 5, 6, 7, 9, 10, 13, 14, 16$$

Vi bruker samme strategi som ble gjort i frøste alternativet,men vi må ikke bruke 8 og halvparten av tallene skal være forskjellige fra første alternativ:

$$\overline{X} = \frac{\sum x}{n}$$
$$9 = \frac{3 \cdot 5 + 6 + 7 + 9 + x}{10}$$
$$9 = \frac{15 + 22 + x}{10}$$
$$9 = \frac{37 + x}{10}$$
$$9 = \frac{37 + x}{10} | \cdot 10$$
$$37 + x = 90$$
$$x = 90 - 37 = 53$$

$$x = 10 + 13 + 14 + 16$$

Oppgave 4 (4 poeng)

Selma tenker riktig fordi de to parentesene er ganget sammen og hvis en av dem blir null da blir hele utrykket lik null (null ganger hva som helst blir null) og dermed begge sidene blir like.

Tobine har misforstått. Løsningen på en ligning er x-verdien der høyre side og venstre side er like. Dersom vi velger x slik at en av parentesene blir -6, vil ikke høyre side og venstre side være like:

$$(x + 2)(x - 3) = -6$$
$$x_1 = -8$$
$$(-8 + 2)(-8 - 3) = -6$$
$$-6 \cdot (-11) = -6$$
$$66 = -6$$

Vi løser ligningen ved å gange parentesene sammen , forenkle og bruke produkt regel for ligning:

$$
\begin{aligned}
(x+2)(x-3) &= -6 \\
x^2 - 3x + 2x - 6 &= -6 \\
x^2 - x &= -6 + 6 \\
x^2 - x &= 0 \\
x(x-1) &= 0 \\
x = 0 \ \ eller \ \ x - 1 &= 0 \\
x = 0 \ eller \ x &= 1
\end{aligned}
$$

Ligningen har løsninger $x_1 = 0$ og $x_2 = 1$

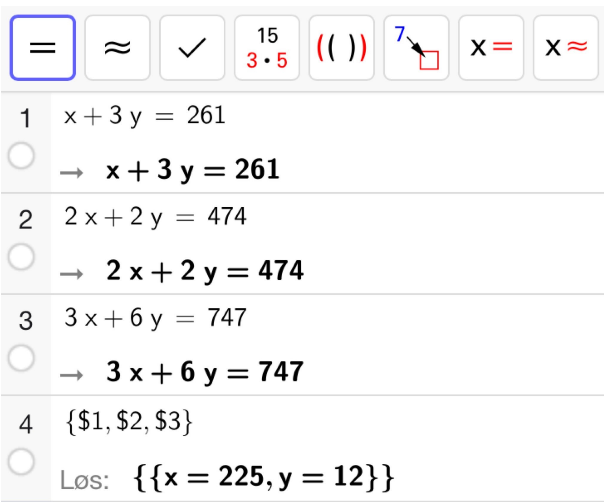
DEL 2 (Med hjelpemidler)

Oppgave 1 (2 poeng)

La x være pris for en vase og y pris for en rose da har vi:

$$
\begin{aligned}
x + 3y &= 261 \\
2x + 2y &= 474 \\
3x + 6y &= 747
\end{aligned}
$$

Vi løser ligningssettet i Geogebra Cas:



En vase koster 225 kroner og en rose koster 12 kroner.

Oppgave 2 (2 poeng)

Vi løser oppgaven via Cas:

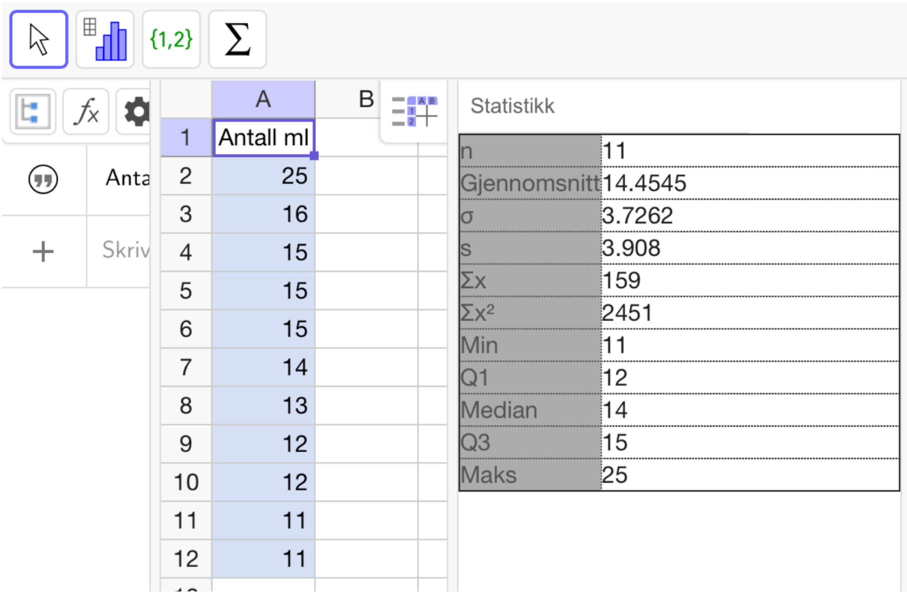
1	$39.9 - 35.9$ $\rightarrow$ **4**
2	$119.8 - 99.8$ $\rightarrow$ **20**
3	$35.9 \cdot \frac{20}{100}$ $\approx$ **7.18**
4	$\frac{99.8}{119.8} = \frac{35.9}{x}$ NLøs: $\{x = 43.094\}$

Prisindeksen steg med 20 prosentpoeng (rad 2) og dette tilsvarer en prisøkning på 7,18 kroner (rad 3). Prisen på sjokoladepålegg steg med kun 4 kroner(rad 1) og dermed steg mindre enn prisindeksen fra 2109 til 2022. Om prisen hadde fulgt prisindeksøkningen ville prisen vært 43,1 kroner i 2022 (rad 4).

Oppgave 3 (6 poeng)

3a)

Typetall (observasjonen som forekommer flest ganger) er 15 mål. Variasjonsbredde=maks verdi-min verdi=25-11=14. Vi finner median ved å sette verdiene for antall mål for hver spiller i regneark i geogebra, så trykke på regresjonstegnet i menyen for å få oppsummering av statistiske sentral-og spredningsmål (se utklippet nedenfor).



Fra utklippet ovenfor ser vi at median er 14 mål.

3b)

Fra skjermbildet i oppgave a) ser vi at gjennomsnittet for antall mål er $14,45$ mål og standardavvik (s) er på $3,9$ mål.

3c)

Sesong	Typetall	Median	Gjennomsnitt	Standardavvik
2021	–	11	14,5	6,7
2022	15	14	14,5	3,9

Tabell 1: Sammenligning av målscoringen til de 11 fotballspillerne med flest mål i sesongene 2021 og 2022

Siden medianen for antall mål i sesongen 2022 er høyere enn i 2021, indikerer det at det ble scoret flere mål i 2022 enn i 2021. Gjennomsnittet for sesongene 2021 og 2022 er omtrent det samme, rundt 14,5 mål per spiller. Imidlertid er gjennomsnittet ikke det mest robuste statistiske målet for antall mål i 2021, da dataene ikke er symmetriske. Noen få høye verdier har ført til et høyt gjennomsnitt. Standardavviket i 2021 er omtrent dobbelt så stort som i 2022, noe som indikerer større variasjon i antall mål blant spillerne i 2021 enn i 2022, der det var mer jevnt.

På bakgrunn av disse tallene kan vi konkludere med at målscoringen i elitefotballen har vist en positiv trend de siste årene. Spillerne scorer flere mål, og det er en jevnere fordeling mellom spillerne.

Oppgave 4 (4 poeng)

Vi lager en oversikt i Excel:

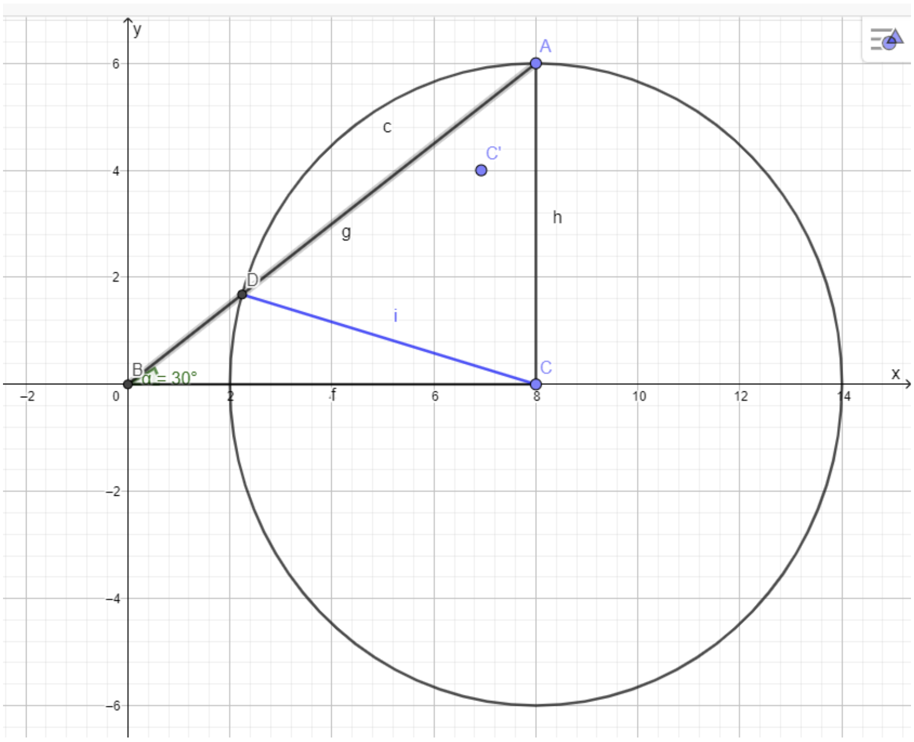
	A	B	C	D	E	F	G
1	Lånesummen	2500000	kr				
2	Rente per måned	0,33					
3	Terminbeløp	13385	kr				
4	Gebyr per termin	50	kr				
5							
6	Måned	Restlån i starten av måneden	Rente =Rente*Restlån/100	Termingebyr	Terminbeløp	Avdrag =Terminbeløp-Renter-Termingebyr	Restlån på slutten av måneden
7	1	2500000,00	8250,00	50,00	13385,00	5085,00	2494915,00
8	2	2494915,00	8233,22	50,00	13385,00	5101,78	2489813,22
9	3	2489813,22	8216,38	50,00	13385,00	5118,62	2484694,60
10	4	2484694,60	8199,49	50,00	13385,00	5135,51	2479559,10
11	5	2479559,10	8182,55	50,00	13385,00	5152,45	2474406,64
12	6	2474406,64	8165,54	50,00	13385,00	5169,46	2469237,18
13	7	2469237,18	8148,48	50,00	13385,00	5186,52	2464050,66
14	8	2464050,66	8131,37	50,00	13385,00	5203,63	2458847,03
15	9	2458847,03	8114,20	50,00	13385,00	5220,80	2453626,23
16	10	2453626,23	8096,97	50,00	13385,00	5238,03	2448388,19
17	11	2448388,19	8079,68	50,00	13385,00	5255,32	2443132,87
18	12	2443132,87	8062,34	50,00	13385,00	5272,66	2437860,21
19	13	2437860,21	8044,94	50,00	13385,00	5290,06	2432570,15
20	14	2432570,15	8027,48	50,00	13385,00	5307,52	2427262,63
21	15	2427262,63	8009,97	50,00	13385,00	5325,03	2421937,60
22	16	2421937,60	7992,39	50,00	13385,00	5342,61	2416594,99
23	17	2416594,99	7974,76	50,00	13385,00	5360,24	2411234,76
24	18	2411234,76	7957,07	50,00	13385,00	5377,93	2405856,83
25	19	2405856,83	7939,33	50,00	13385,00	5395,67	2400461,16
26	20	2400461,16	7921,52	50,00	13385,00	5413,48	2395047,68
27	21	2395047,68	7903,66	50,00	13385,00	5431,34	2389616,34
28	22	2389616,34	7885,73	50,00	13385,00	5449,27	2384167,07
29	23	2384167,07	7867,75	50,00	13385,00	5467,25	2378699,82
30	24	2378699,82	7849,71	50,00	13385,00	5485,29	2373214,53
31							

	A	B	C	D	E	F	G
1	Lånesummen	2500000	kr				
2	Rente per måned	0,33					
3	Terminbeløp	13385	kr				
4	Gebyr per termin	50	kr				
5							
6	Måned	Restlån i starten av måneden	Rente =Rente*Restlån/100	Termingebyr	Terminbeløp	Avdrag =Terminbeløp-Renter-	Restlån på slutten av måneden
7	1	=B1	=B2*$B$7/100	=B4	=B3	=E7-C7-D7	=B7-F7
8	2	=G7	=B8*$B$2/100	=D7	=E7	=E8-C8-D8	=B8-F8
9	3	=G8	=B9*$B$2/100	=D8	=E8	=E9-C9-D9	=B9-F9
10	4	=G9	=B10*$B$2/100	=D9	=E9	=E10-C10-D10	=B10-F10
11	5	=G10	=B11*$B$2/100	=D10	=E10	=E11-C11-D11	=B11-F11
12	6	=G11	=B12*$B$2/100	=D11	=E11	=E12-C12-D12	=B12-F12
13	7	=G12	=B13*$B$2/100	=D12	=E12	=E13-C13-D13	=B13-F13
14	8	=G13	=B14*$B$2/100	=D13	=E13	=E14-C14-D14	=B14-F14
15	9	=G14	=B15*$B$2/100	=D14	=E14	=E15-C15-D15	=B15-F15
16	10	=G15	=B16*$B$2/100	=D15	=E15	=E16-C16-D16	=B16-F16
17	11	=G16	=B17*$B$2/100	=D16	=E16	=E17-C17-D17	=B17-F17
18	12	=G17	=B18*$B$2/100	=D17	=E17	=E18-C18-D18	=B18-F18
19	13	=G18	=B19*$B$2/100	=D18	=E18	=E19-C19-D19	=B19-F19
20	14	=G19	=B20*$B$2/100	=D19	=E19	=E20-C20-D20	=B20-F20
21	15	=G20	=B21*$B$2/100	=D20	=E20	=E21-C21-D21	=B21-F21
22	16	=G21	=B22*$B$2/100	=D21	=E21	=E22-C22-D22	=B22-F22
23	17	=G22	=B23*$B$2/100	=D22	=E22	=E23-C23-D23	=B23-F23
24	18	=G23	=B24*$B$2/100	=D23	=E23	=E24-C24-D24	=B24-F24
25	19	=G24	=B25*$B$2/100	=D24	=E24	=E25-C25-D25	=B25-F25
26	20	=G25	=B26*$B$2/100	=D25	=E25	=E26-C26-D26	=B26-F26
27	21	=G26	=B27*$B$2/100	=D26	=E26	=E27-C27-D27	=B27-F27
28	22	=G27	=B28*$B$2/100	=D27	=E27	=E28-C28-D28	=B28-F28
29	23	=G28	=B29*$B$2/100	=D28	=E28	=E29-C29-D29	=B29-F29
30	24	=G29	=B30*$B$2/100	=D29	=E29	=E30-C30-D30	=B30-F30

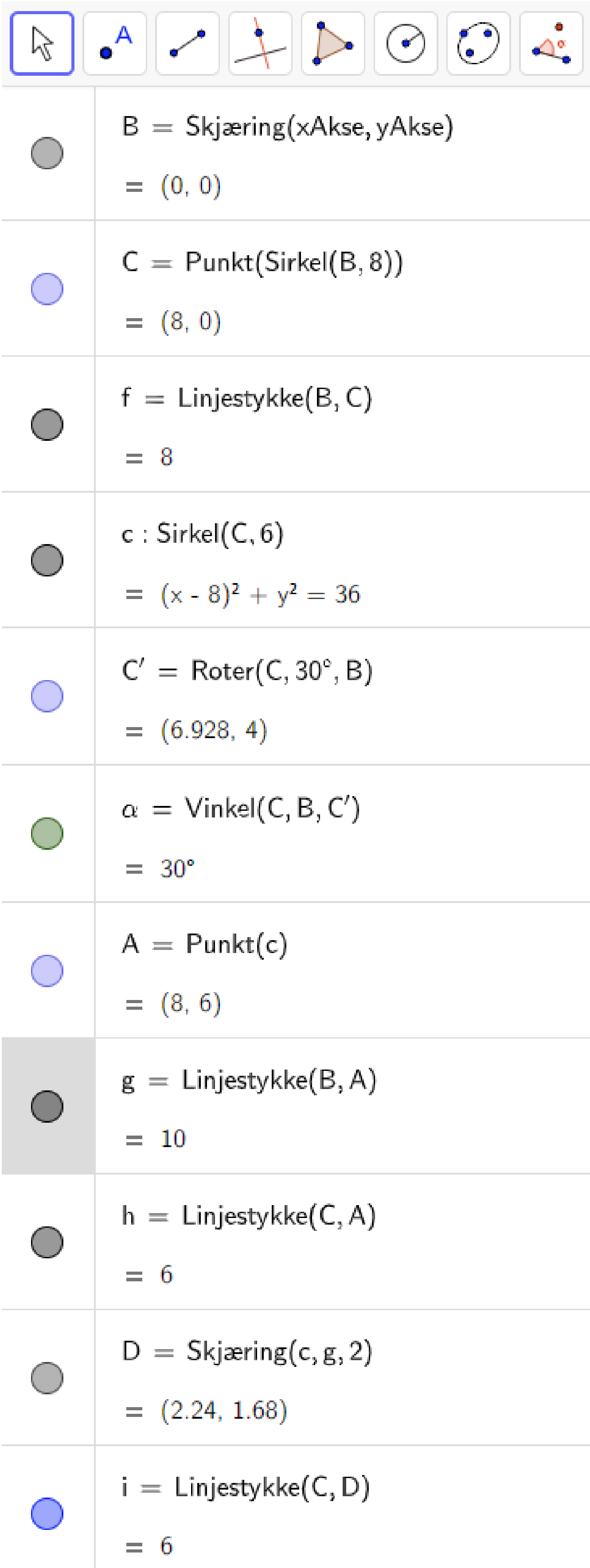
Figur 2: Med formler

Oppgave 5 (2 poeng)

Vi bruker graftegner til å tegne trekantene: Først tegner vi linjestykken $BC = 8$ ved å å bruke linje-knappen i menyen og velge *Linjestykke med bestemt lengde*. Deretter tegner vi en sirkel med sentrum i C og radius 6 ved å trykke på sirkel-knappen og velge *Sirkel definert ved sentrum og radius* . Etterpå lager vi vinkelen B på 30 grader ved å trykke på vinkel-knappen og velge *Vinkel med fast størrelse* og retning med klokke .Til slutt lager vi linjestykkene ACog DC ved å bruke linje-knappen så *Linjestykke mellom to punkt*



Figur 3: Konstruksjon av en trekant


B = Skjæring(xAkse, yAkse)
= (0, 0)
C = Punkt(Sirkel(B, 8))
= (8, 0)
f = Linjestykke(B, C)
= 8
c : Sirkel(C, 6)
= (x - 8)² + y² = 36
C′ = Roter(C, 30°, B)
= (6.928, 4)
α = Vinkel(C, B, C′)
= 30°
A = Punkt(c)
= (8, 6)
g = Linjestykke(B, A)
= 10
h = Linjestykke(C, A)
= 6
D = Skjæring(c, g, 2)
= (2.24, 1.68)
i = Linjestykke(C, D)
= 6

Fra utklippene over ser vi at det kan lages mange trekanter med opplysninger som er oppgitt f.eks Trekanten ABC og trekanten DBC. Trym og Torgeir begge kan ha tegnet riktig.

Fra sensorveiledningen :
Det er en trykkfeil i denne oppgaven. Den oppgitte vinkelen skulle vært 30° . Denne informasjonen har dessverre ikke nadd ut til kandidatene. Det er besluttet at alle kandidater får 2 poeng. Dersom en kandidat har vist kompetanse i sin besvarelse, skal sensor i tillegg ta dette med som et positivt element i en helhetsvurdering. Fra sensorveiledningen : Det er en trykkfeil i denne oppgaven. Den oppgitte vinkelen skulle vært 30° . Denne informasjonen har dessverre ikke nadd ut til kandidatene. Det er besluttet at alle kandidater far 2 poeng. Dersom en kandidat har vist kompetanse i sin besvarelse, skal sensor i tillegg ta dette med som et positivt element i en helhetsvurdering.

Oppgave 6 (4 poeng)

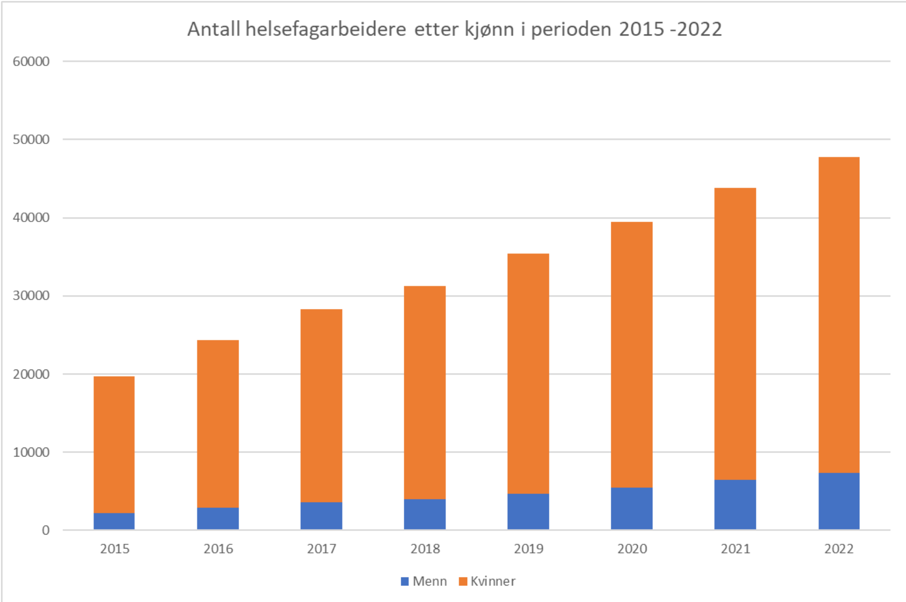
Helsefagarbeidere i Norge i perioden 2015-2022)

	A	B	C	D	E	F
1	År	Menn	Kvinner	Totalt	Andel men %	Andel kvinner %
2	2015	2232	17493	19725	11,32	88,68
3	2016	2911	21439	24350	11,95	88,05
4	2017	3558	24785	28343	12,55	87,45
5	2018	3957	27327	31284	12,65	87,35
6	2019	4698	30733	35431	13,26	86,74
7	2020	5511	33958	39469	13,96	86,04
8	2021	6447	37357	43804	14,72	85,28
9	2022	7317	40472	47789	15,31	84,69

	A	B	C	D	E	F
1	År	Menn	Kvinner	Totalt	Andel men %	Andel kvinner %
2	2015	2232	17493	=B2+C2	=(B2/D2)*100	=(C2/D2)*100
3	2016	2911	21439	=B3+C3	=(B3/D3)*100	=(C3/D3)*100
4	2017	3558	24785	=B4+C4	=(B4/D4)*100	=(C4/D4)*100
5	2018	3957	27327	=B5+C5	=(B5/D5)*100	=(C5/D5)*100
6	2019	4698	30733	=B6+C6	=(B6/D6)*100	=(C6/D6)*100
7	2020	5511	33958	=B7+C7	=(B7/D7)*100	=(C7/D7)*100
8	2021	6447	37357	=B8+C8	=(B8/D8)*100	=(C8/D8)*100
9	2022	7317	40472	=B9+C9	=(B9/D9)*100	=(C9/D9)*100
10						

Figur 4: Med formler

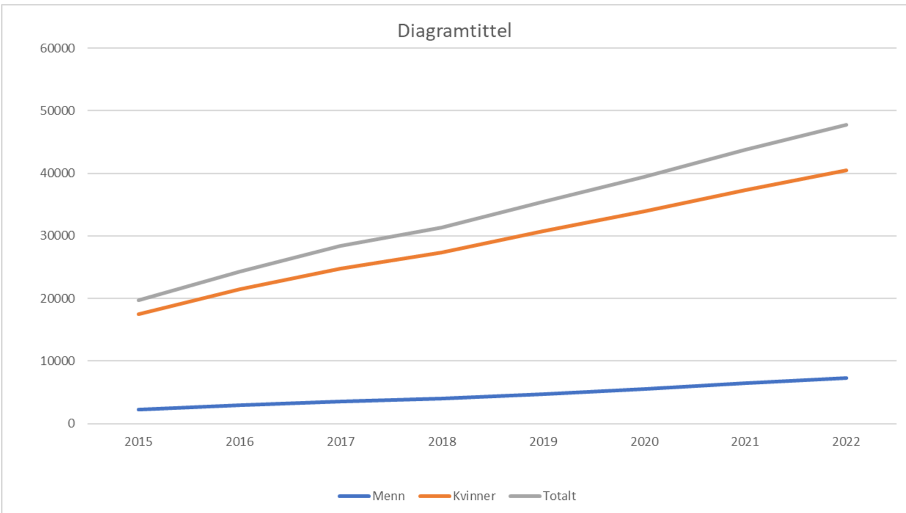
Stolpediagram som viser antall helsefagarbeider etter kjønn:



Figur 5: Stolpediagram

Vi ser at det er flest kvinner som jobber som helsefagarbeidere i alle år, men antallet vokser uansett kjønn.

Utvikling av antall helsefagarbeidere etter kjønn i perioden 2015-2022:



Figur 6: Linjediagram

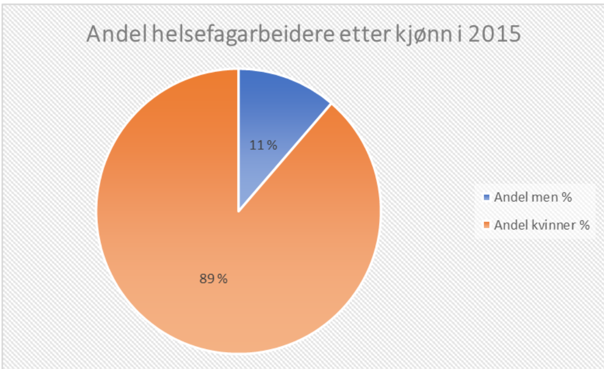
Fra linjediagrammet over ser at det er lineær økning av antall helsefagarbeider fra 2015 til 2022 uansett kjønn, men antallet kvinnelige helsefagarbeidere er mer enn dobbelt som mye som antall mannlige helsefagarbeidere.

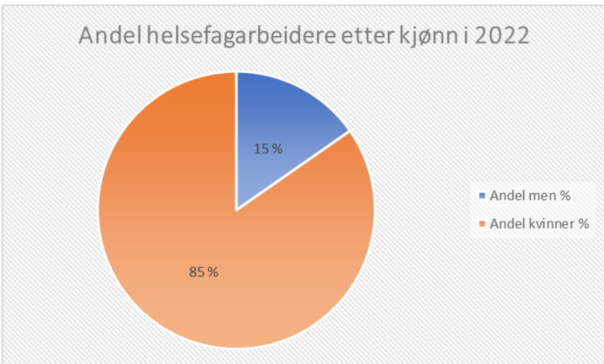
	Gjennomsnittlig endring per år i perioden 2015-2022
Menn	$\frac{7317-2232}{2022-2015} = 726,43$ personer per år
Kvinner	$\frac{40472-17493}{2022-2015} = 3282,71$ personer per år
Totalt	$\frac{47789-19725}{2022-2015} = 4009,14$ personer per år

Tabell 2

Fra tabellen ser vi at antallet mannlige helsefagarbeidere økte med 726 personer per år i gjennomsnitt i perioden 2015-2022, mens antallet kvinnelige helsefagarbeidere økte med 3282 personer per år i gjennomsnitt i samme periode. Det betyr at antallet kvinnelige helsefagarbeidere økte 4,5 ganger mer enn antallet mannlige helsefagarbeidere. Totalt sett økte antallet helsefagarbeidere med $4009,14$ personer per år i gjennomsnitt i perioden 2015-2022.

Sammenligning av andel mannlige og kvinnelige helsefagarbeidere i 2015 og 2022





Fra de to spektrogrammene ser vi at andel mannlige helsefagarbeidere økte med 5 prosentpoeng 1 2022 enn det var i 2015, men andel kvinnelige helsefagarbeidere minket 4 prosentpoeng enn det var i 2015.

	Økning i prosent fra 2015 til 2022
Menn	$\frac{7317-2232}{2232} \cdot 100 = 227,82\%$
Kvinner	$\frac{40472-17493}{17493} \cdot 100 = 131,36\%$
Totalt	$\frac{47789-19725}{19725} \cdot 100 = 142,28\%$

Tabell 3

Fra tabellen ovenfor, ser vi andelen mannlige helsefagarbeidere økte med 227,82 % 1 2022 enn det var i 2015, mens kvinnelige helsefagarbeidere økte med 131,36% i2022 enn det var i 2015. Totalt sette økte antallet helsefagarbeidere med 142,28 % i 2022 sammenlignet med 2015.

Oppgave 7 (8 poeng)

7a)

Vi bruker programmering til å løse oppgaven:

```python

def SamletOmkrets(n):
    #n: Antall kvadrater
    Sum=0
    s=10
    for i in range( n):
        O=4*s            #Regne omkretsen
        Sum=Sum+ O        # Regne summen
        s=s*(1-10/100)     # Ny sidelengde er p% mindre av forige sideengde
    return Sum

print(f'Den Samlede omkretsen til de 3 første kvadratene blir {round(SamletOmkrets(3) ,3)} cm')
```

```
Den Samlede omkretsen til de 3 første kvadratene blir 108.4 cm
```

7b)

Vi kan bruke programmet fra deloppgave a) til å regne den samlede omkretsen for uendelig mange kvadrater. Programmet kreves at brukeren gir antall kvadrater(n). Den samlede omkretsen vil stabilisere seg på 400 cm . Vi ser at samlede omkretsen ikke endrer seg lenger når vi legger omkretsen av flere enn 129 kvadrater sammen.

```python
print(f'Den Samlede omkretsen til de 192 første kvadratene blir {round(SamletOmkrets(129) ,3)} cm')
print(f'Den Samlede omkretsen til de 130 første kvadratene blir {round(SamletOmkrets(130) ,3)} cm')
print(f'Den Samlede omkretsen til de 1000 første kvadratene blir {round(SamletOmkrets(1000) ,3)} cm')
```

```
Den Samlede omkretsen til de 192 første kvadratene blir 399.999 cm
Den Samlede omkretsen til de 130 første kvadratene blir 400.0 cm
Den Samlede omkretsen til de 1000 første kvadratene blir 400.0 cm
```

7c)

Vi endrer litt på programmet fra b) til å finne forholdet mellom samlede omkrets og lengden på sidekantene i det største kvadratet. Forholdet blir alltid 10 som er det samme som 100/10 der 10 er prosentnedgangen i sidekanten i neste kvadrat.

```
def SamletOmkrets(n,s):
    #n: Antall kvadrater
    #s: sidelengden i støsrte kvadratet (første kvadrart)
    s1=s
    Sum=0
    for i in range( n):
        O=4*s            #Regne omkretsen
        Sum=Sum+ O        # Regne summen
        s=s*(1-10/100)     # Ny sidelengde er p% mindre av forige sideengde
    return Sum/(4*s1)
```

```
print('Forholdet mellom samlede omkrets og lengden på sidekantene når siden kanten er 10 er ' ,round(SamletOmkrets(3000,10),3))
print('Forholdet mellom samlede omkrets og lengden på sidekantene når siden kanten er 15 er ' ,round(SamletOmkrets(3000,15),3))
print('Forholdet mellom samlede omkrets og lengden på sidekantene når siden kanten er 20 er ' ,round(SamletOmkrets(3000,20),3))
print('Forholdet mellom samlede omkrets og lengden på sidekantene når siden kanten er 100 er ' ,round(SamletOmkrets(3000,100),3))
```

```
Forholdet mellom samlede omkrets og lengden på sidekantene når siden kanten er 10 er  10.0
Forholdet mellom samlede omkrets og lengden på sidekantene når siden kanten er 15 er  10.0
Forholdet mellom samlede omkrets og lengden på sidekantene når siden kanten er 20 er  10.0
Forholdet mellom samlede omkrets og lengden på sidekantene når siden kanten er 100 er  10.0
```

7d)

Vi modifiserer programmet fra deloppgave c) ved å la n, s, p som input. Vi lager også en ny funksjon for å regnet T som gir samlede omkrets ifølge Ole. Deretter varier vi s og p ved å bruke zip funksjon i Python istedenfor å lage to for-løkker. Vi sjekke om de formlene gir samme svar ved å bruke en if-setning. Jeg valgte n=10000 for å garantere at summen konvergerer (går mot) et tall.

```
[5]: def SamletOmkrets(n,s,p):
         #n: Antall kvadrater
         #s: sidelengden i største kvadratet (første kvadrart)
         Sum=0
         for i in range( n):
             O=4*s           #Regne omkretsen
             Sum=Sum+ O       # Regne summen
             s=s*(1-p/100)    # Ny sidekant er p% kortere av forige sidekant
         return Sum
```

```
[3]: def T(s,p):
         return (4*s/p)*100
```

```
[4]: # Sjekk om de to funksjonene er like for forskjellige verdier av s og p ved å bruke zip
     n = 10000         # For å sikere at samlede omkrets stabiliserer seg på en verdi
     for s, p in zip(range(1, 101), range(1, 1000)):
         samlet_omkrets_resultat = SamletOmkrets(n, s, p)
         T_resultat = T(s, p)

         # Sjekk om resultatene er like og skriv ut eventuelle avvik
         if round(samlet_omkrets_resultat, 2) != round(T_resultat, 2):
             print(f"For s={s}, p={p}: SamletOmkrets={ round(samlet_omkrets_resultat,2)},, T={T_resultat}")
```

Fra utskriften til programmet ser vi at de to formlene gir samme svar og dermed er Oles påstand om sammenhengen riktig.

Oppgave 8 (4 poeng)

8a)

Først finner vi hvor mye utslippene skal være i 2030 ved å bruke at,

$$Ny\,verdi = Gammel\,verdi \cdot Vekstfaktor$$

$$Vekstfaktor = 1 - \frac{prosenttallet}{100}$$

(se rad 2). Deretter lager vi liste med de to punktene som er oppgitt i denne tabellen (rad 3),

År etter 2022	Utslipp i millioner tonn CO2-ekvivalenter
0	48.9
8	23.085

Tabell 4

Ifølge Arne, vil utslippene minske med en fast prosentandel hvert år. I dette tilfellet kan en eksponentiell modell være hensiktsmessig. Vi bruker kommandoen *RegEksp(Liste med punkt)* for å finne modellen $U(x)$ (se rad 5).

a)

$$a = 51.3\left(1 - \frac{55}{100}\right)$$

$$= 23.085$$

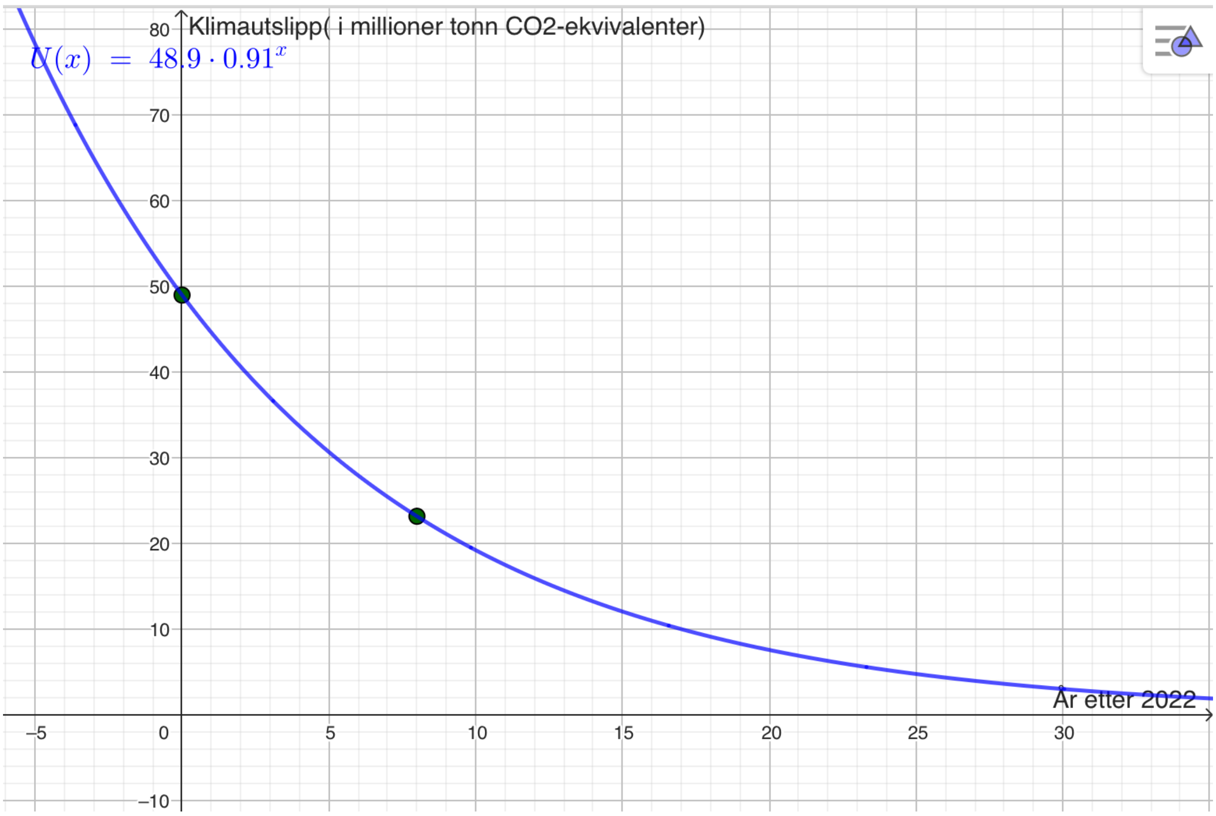
$$L = \{(0, 48.9), (8, 23.085)\}$$

$$= \{(0,\ 48.9),\ (8,\ 23.085)\}$$

$$U(x) = \text{RegEksp}(L)$$

$$= 48.9 \cdot 0.91^x$$

Grafen til U er gitt nedenfor:



8b)

Hvis utslippene skal reduseres med 90% fra 1990, blir utslippene i 2050 5, 13 millioner tonn CO_2-ekvivalenter (rad 2), men hvis reduksjonsprosenten er 95% ,vil utslippene i

2050 være på $2,565$ millioner tonn CO_2-ekvivalenter (rad 5). Fra 2022 til 2050 er det 28 år og Arnes modell gir utslipp på $3,235$ millioner tonn CO_2-ekvivalenter (rad 5). Dette betyr at Norge vil nå målet om en reduksjon på 90% fra 1990, men vil ikke oppnå målet om 95% reduksjon fra utslippene i 1990.

Det er verdt å merke seg at Arnes modell forutsetter at utslippene skal reduseres med $1 - 0,91 = 0,09 = 9\%$ hvert år fra utslippet i 2022.

	b)
	$b = 51.3\left(1 - \frac{90}{100}\right)$ $= 5.13$
	$c = 51.3\left(1 - \frac{95}{100}\right)$ $= 2.565$
	$e = 2050 - 2022$ $= 28$
	$d = U(28)$ $= 3.535$