

Hvordan går det egentlig med matematikk og andre realfag i norsk skole?

Holmboesymposiet 2024

Tom Lindstrøm
Matematisk institutt
Universitetet i Oslo

23. mai 2024

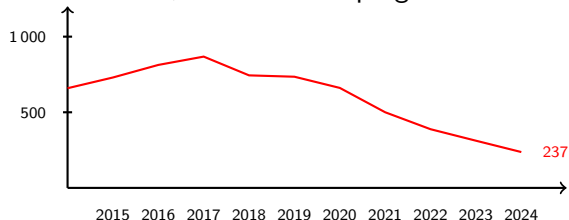
Bakgrunn

I løpet av 2023 fikk vi som underviser i realfag ved Universitetet i Oslo, et par sjokk som gjorde at vi bestemte oss for å se nærmere på utviklingen i realfag, både i videregående skole og i høyere utdanning.

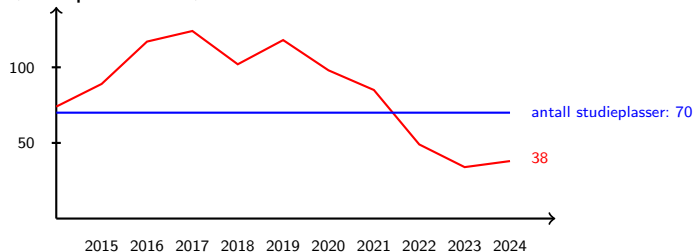
Dette foredraget tar utgangspunkt i funnene vi gjorde.

Sjokk 1: Søkere til Lektorprogrammet

Totalt antall søkere til Lektorprogrammet i realfag, UiO



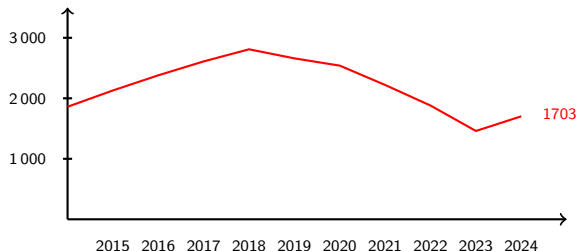
Førsteprioritetssøkere



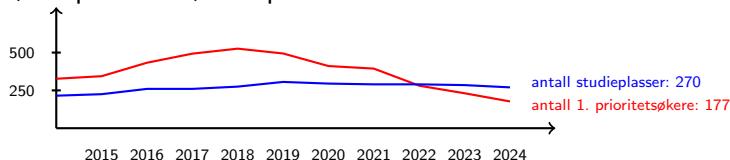
Ikke alle kommer: H23 hadde vi 34 primærsøkere, men bare 24 begynte.

Ikke bare et lokalt fenomen

Totalt antall søkere på landsbasis:



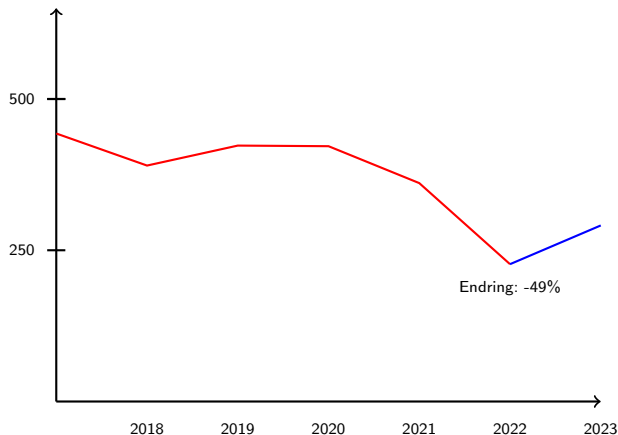
Førsteprioritetssøkere på landsbasis:



Antall førsteprioritetssøkere per studieplass er 0.66. Bare ett studiested har like mange førsteprioritetssøkere som studieplasser.

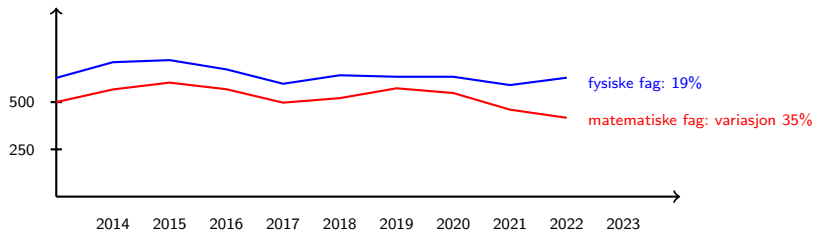
Sjokk 2: Antall bestått i MAT1100

MAT1100 er førstesemesterskurset i matematikk, inngangsporten til alle matematikktunge realfag.



Hva skjer nasjonalt?

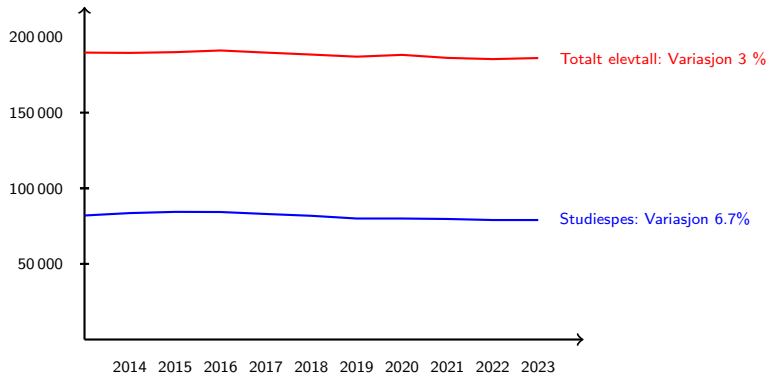
Primærseekere til realfaglige studier (ikke siv. ing.) i matematiske og fysiske fag.



Dette er ikke fullt så foruroligende som våre lokale tall, men vi måtte jo likevel finne ut hvor problemene ligger. Vi bestemte oss for å ta en titt på tallene fra videregående skole. Heldigvis har Utdanningsdirektoratet utmerkede statistikker over de siste ti årene.

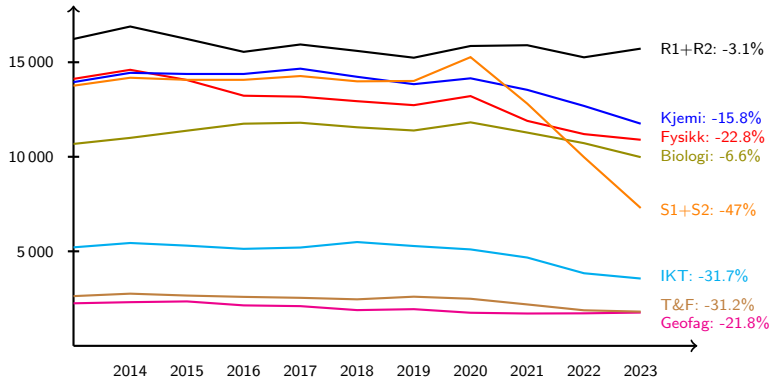
Hva skjer i videregående skole?

Antall elever i videregående skole:



Utviklingen i realfag i videregående skole

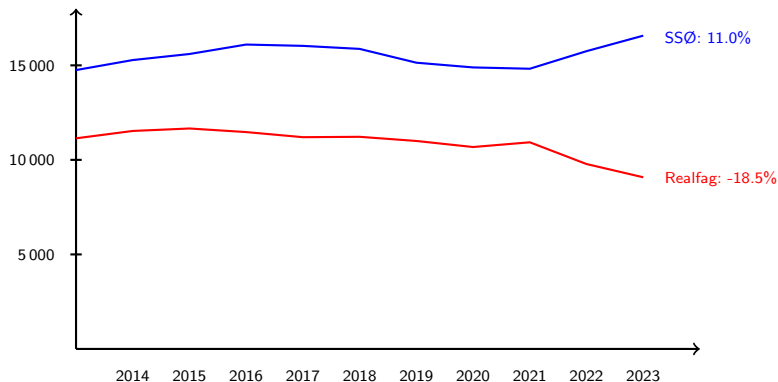
Elevtall per 1. oktober. Prosentvis endring fra 2013 til 2023.



Den samlede nedgangen for programfagene i matematikk (R+S-løp) er 23.3%.

Sammenligninger av programområder

Realfagstallene er stort sett synkende gjennom hele perioden. Nedgangen er spesielt merkbar fra skoleåret 2021-22, og blir enda tydeligere når vi sammenligner programområdene “Realfag” og “Samfunnsfag, språk og økonomi”:



Endring fra 2021 til 2023: Realfag -16.9%, SSØ: +10.6%

Hva er årsaken?

Det er vanskelig å si hva som er grunnen til den store nedgangen i antall realfagselever de siste to årene. Det har vært to store omveltninger, koronapandemien og ny læreplan, og det er vanskelig å skille effekten av de to.

Pandemien kan ha gått spesielt hardt utover fag som krever tett læreroppfølgning, som realfag og fremmedspråk.

De nye pedagogiske ideene bak *Fagfornyelsen* og den nye eksamensfilosofien appellerer ikke nødvendigvis til de elevene som tradisjonelt har valgt realfag. En gammeldags realist vil nok si at det er mye høytflyvende språk og lite konkret kunnskap i dagens læreplaner.

Hva skjedde med S-løpet?

På et område er “skyldfordelingen” klar. Den store elevnedgangen i S-løpet skyldes et politisk valg: Noen bestemte at S-løpet skulle opp på samme faglige nivå som R-løpet. Dermed fungerer ikke S-løpet lenger som et differensieringstilbud, og dette har ført til en stor nedgang i tallet på elever som velger programfag i matematikk. Nedgangen er foreløpig på 28.6% prosent fra skoleåret 2020-21 til 2023-24, men den vil forsterkes ytterligere: Årets S1-kull er mindre enn S2-kullet.

Desimeringen av S-løpet vil ikke nødvendigvis få store konsekvenser for realfag og teknologi, men den vil kraftig svekke matematikkompetansen til elever som søker seg til andre utdanninger med matematikkinnslag, slik som økonomiske fag, lærerutdanninger, sykepleierutdanninger, samfunnsvitenskapelige studier osv.

En liten temperaturmåling: Hvordan går det til eksamen?

Eksamensresultatene fra 2023 er gjennomgående svakere enn normalt med mye stryk og få toppresultater, men i enkeltkurs har det vært dårligere resultater tidligere. I noen kurs (spesielt R1 og S1) måtte man justere karaktergrensene kraftig for å få akseptable resultater.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Gj.sn | Stå gr. | gr. 6 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|---------|-------|
| 10. | 6,5% | 14,7% | 31,7% | 26,6% | 14,4% | 6,2% | 3,5 | | |
| 1P | 11,1% | 39,3% | 27,1% | 15,3% | 6,3% | 0,8% | 2,7 | 19,2% | 93,6% |
| 2P | 12,1% | 35,7% | 23,0% | 17,1% | 9,5% | 2,5% | 2,8 | 21,4% | 92,9% |
| 1T | 8,8% | 23,9% | 31,3% | 17,6% | 15,1% | 3,2% | 3,2 | 20,8% | 93,8% |
| S1 | 11,1% | 31,1% | 26,7% | 19,9% | 8,6% | 2,2% | 2,9 | 15,2% | 84,8% |
| S2 | 12,1% | 24,5% | 29,4% | 17,6% | 14,0% | 2,4% | 3,0 | 20,8% | 93,8% |
| R1 | 4,6% | 22,4% | 31,5% | 24,4% | 12,7% | 4,4% | 3,3 | 14,6% | 83,3% |
| R2 | 7,6% | 20,6% | 27,2% | 26,4% | 13,6% | 4,6% | 3,3 | 20,4% | 92,6% |

Oppgavene i R2 og S2 er relativt tradisjonelle. Det er mer eksperimentering i de andre kursene.

Noen spørsmål

Det er en del spørsmål det er naturlig å stille seg når man ser disse tabellene.

- ▶ Er det samsvar mellom pensum/eksamensoppgaver og elevenes kompetansenivå når beståttgrensen ligger rundt 15 % som i S1 og R1 (selv 20 % er betenkelig)?
- ▶ Er det samsvar mellom pensum/eksamensoppgaver og elevenes kompetansenivå når nesten halvparten av elevene får 1 eller 2 som i 1P og 2P?
- ▶ Hva slags kvalitetssikring har man når man lar kandidater med 15-20 % skår bestå? Hvilke signaler sender man til høyere utdanningsinstitusjoner og fremtidige arbeidsgivere?
- ▶ Hva er den psykologiske effekten av eksamenssett der store deler av elevmassen får til svært lite, uansett om de står eller ikke? Inspirert til å fortsette blir man neppe...

Eksamensoppgavenes utforming

Med delvis unntak av S2 og R2 skiller eksamensoppgavene etter *Fagfornyelsen* seg kraftig fra tidligere års. Rene regneoppgaver som skal teste at elevene har tilegnet seg de ulike regneteknikkene, er nesten borte, og de fleste oppgavene krever at man kan bruke matematikk i sammensatte situasjoner. Til gjengjeld er de regnetekniske oppgavene enklere enn før – eller overlatt til dataprogrammer.

Utformingen av eksamensoppgavene gjenspeiler en generell utvikling i *Fagfornyelsen* der metaperspektivet har fått en dominerende posisjon: Kjerneelementene i matematikk dreier seg i liten grad om matematikkfaglige begreper som tall, regning, figurer, algebra, funksjoner osv., og isteden om mer abstrakte begreper som modellering og anvendelser, abstraksjon og generalisering osv.

Abstraksjon uten erfaring

Det er ikke noe galt i kjerneelementbegrepene i seg selv, men hvis de er det eneste som skal testes på eksamen, risikerer vi en fordreid undervisning der ferdighetene og forståelsen ikke får nok tid til å utvikle seg.

Matematikkundervisning er et langsiktig prosjekt, og ofte tar det lang tid før man når de egentlige målene. I dette langsiktige prosjektet løper mange tråder i parallell, både tråder som gir umiddelbar mening, og tråder det tar litt tid å se den dypere betydningen av. Med kompetansedrevne læreplaner der høytravende kjerneelementer og flotte honnørord står i kø, risikerer man å miste de langsiktige perspektivene: Det som skal bygge grunnlaget for de neste trinnene på stigen, er så “kjedelig” og jordnært at det ikke passer inn. Matematikklæreren blir som en fotballtrener som legger all vekten på sprelskt angrepsspill og ingen vekt på defensiv trygghet.

Et lite paradoks

I arbeidet med kjerneelementene og læreplanene har det vært enighet om at tallforståelse og algebra skal styrkes. Samtidig mener de fleste videregående lærere jeg har snakket med, at deres nye elever har svakere algebraferdigheter enn noen gang. Hvordan kan dette ha seg?

Litt skjematisk kan man si at det er to ting som kan vektlegges i algebraopplæringen:

- ▶ **Algebraferdigheter:** Å ha automatisert regning med bokstavuttrykk: Løse opp parenteser, trekke sammen brøker, løse ligninger og ligningssystemer, osv.
- ▶ **Algebraforståelse:** Skjønne hvor regnereglene kommer fra, forstå hva algebraiske uttrykk representerer og kunne sette dem opp, tolke dem osv.

Begge deler er selvfølgelig viktig, men det ene medfører ikke automatisk det andre. Eksamensoppgavene på ungdomstrinnet har noe vekt på algebraforståelse, men forsvinnende liten vekt på algebraferdigheter.

10. klasseeksamen 2023

I fjor inneholdt avsluttende eksamen på ungdomsskolen bare noen få oppgaver som krevde algebraiske manipulasjoner.

Oppgave 3, del 1 Erlend og Oline arbeider med areal av figurer. Oline mener at arealet av kvadrat $ABCD$ med sider $(x + 2)$ kan uttrykkes slik: $x^2 + 4x + 4$. Vis her hvordan Oline kan forklare Erlend at det stemmer:

Oppgave 2, del 2 Finne algebraisk formel for n -te figurtall:
 $n^2 + 4n$

Oppgave 3, del 2 (Min oppsummering:) Man skal regne ut arealet av en halvsirkel med radius $r = 6$, og Halvor påstår man kan gjøre dette ved å sette inn halve radien i arealformelen: $A = \pi(\frac{r}{2})^2$.
"Vurder løsningen til Halvor, og argumenter for om løsningen gir et korrekt areal av halvsirkelen."

OK, én til da!

Det finnes også noen oppgaver til hvor man *kan* bruke algebra, blant annet en utforskinsoppgave der man kanskje trenger å sette opp og regne ut

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

for å få full uttelling (det offisielle løsningsforslaget bruker Geogebra til å foreta dette krevende regnestykket!)

Men uansett hvordan man vrir på det, er det ingen oppgaver som krever algebraiske manipulasjoner utover det aller mest elementære.

Og hva sier egentlig læreplanen?

Algebraoppgavene er svært stereotype og tester de samme punktene (kvadratsetningene/multiplikasjon av parentesuttrykk) gang på gang. Det er ingen teknisk utfordrende algebraoppgaver og ingen insitamenter til å utvikle elevenes algebraferdigheter – med andre ord lite som bygger opp under det lærere i videregående skole vil mene at elevene trenger for å kunne ta faget videre.

Hjertesukk: Ut ifra læreplanen vet jeg ikke en gang om kvadratsetningene er del av “pensum” i grunnskolen. I så fall må de vel tolkes inn under formuleringen:

– utforske og generalisere multiplikasjon av polynom algebraisk og geometrisk

Hva med videregående skole?

Vi ser den samme nedgraderingen av tekniske ferdigheter i videregående skole. Det var f.eks. tre punkter på fjorårets R2-eksamen som krevde integrasjon for hånd:

Oppgave 1 Regn ut integralene

$$\text{a) } \int_{-1}^1 (4x^3 - x) dx \qquad \text{b) } \int_0^{\ln 2} e^{2x} dx$$

Oppgave 2

a) Vis at dersom $f(x) = \tan x$, så er $f'(x) = 1 + \tan^2 x$.

b) Regn ut

$$\int \frac{1 + \tan^2 x}{\tan x} dx$$

Når et omdreiningsvolum senere dukker opp i del 2, ser det ut til å være omhyggelig valgt slik at det er svært tungvint å regne det ut for hånd.

Elefanten i rommet

Men er algebraferdigheter viktig nå for tiden, da? Kan vi ikke bare bruke CAS?

To grunnholdninger:

- ▶ Hurra! Endelig kan vi legge til side alle disse regnetekniske snurrepiperiene og konsentrere oss om matematisk FORSTÅELSE!
- ▶ Huff! Matematisk forståelse er alltid nært knyttet til tekniske ferdigheter – de to kan ikke skilles fra hverandre! Du skjønner ikke fotball hvis du aldri har sparket til en ball.

Uansett hva man måtte mene om dette, er det et problem hvis ulike nivåer i utdanningssystemet har vidt forskjellige holdninger. Hvis videregående skole forventer større ferdigheter enn grunnskolen er innstilt på å gi, og universiteter og høyskoler ønsker mer enn videregående skole kan tilby, får vi enda større overgangsproblemer – og enda større frafall – enn vi har i dag.

Er det forskjell på fag?

Det har vært umulig å få med Utdanningsdirektoratet på en fornuftig diskusjon om de digitale hjelpemidlenes plass i matematikkundervisningen – deres filosofi ser ut til å ha vært “dess mer dess bedre”. Men da språkmodellene dukket opp i fjor vinter og skapte tilsvarende muligheter innenfor andre fag, fikk Udir panikk og begynte å skrive sine egne engelske dikt.

Kanskje vil den nye utviklingen skape rom for en mer fornuftig diskusjon om plassen til menneskelige kunnskaper og ferdigheter i en verden der maskinene kan hjelpe oss med stadig mer? For vi skal vel helst være maskinenes herrer og ikke deres slaver?

Det er et tankekors at når vi snakker med våre nye studenter, er de fleste overlykkelige over å ha kommet et sted hvor de slipper GeoGebra – de vil gjøre “ordentlig matematikk” isteden.

Bekymring

Tillat meg et lite universitetsperspektiv på slutten: Hvis dagens matematikkeksamener blir styrende for hvordan matematikkundervisningen skal være i skolen fremover, kommer fremtidens studenter til å være svært dårlig forberedt på den undervisningen som drives på universiteter og høyskoler. Ikke bare vil de møte regnetekniske oppgaver de ikke er forberedt på, men de vil også ha problemer med å følge med på forelesningene og forstå argumentene i lærebøkene – ikke bare i matematikk, men også i andre fag som bygger på matematikk. Og har de egentlig skjønt utregningen i læreboken dersom alt de har gjort, er å få GeoGebra til å sjekke at den er riktig?

Selvfølgelig kan universiteter og høyskoler tilpasse seg, men er de forberedt på å undervise i brøkgregning og oppløsning av paranteser? Og ser de det som en ønsket utvikling?

Til slutt

For meg ser det ut til vi har fått en skole der konkrete faglige mål er blitt erstattet av løse honnørord som tolkes forskjellig i de ulike delene av skolesystemet. I fag som krever systematisk oppbygging over tid, og hvor det er vanskelig å beherske et nytt nivå hvis man ikke behersker de foregående, skaper dette unødvendige problemer for elevene. Og da er det kanskje ikke rart at de flykter fra realfag og fremmedspråk?

The End

TAKK FOR OPPMERKSOMHETEN!