Oppgave 1

$$f(x) = 4x^2 \cdot \ln(3x)$$

$$f'(x) = 8x \cdot \ln(3x) + 4x^2 \cdot \frac{1}{3x} \cdot 3$$

$$f'(x) = 8x \cdot \ln(3x) + 4x = 4x(2\ln(3x) + 1)$$

Oppgave 2

$(\ln x)^2 - \ln x = 6$

$(\ln x)^2 - \ln x - 6 = 0$ lar $u = \ln x$

$u^2 - u - 6 = 0$ faktoriserer med «sum og produkt»

$(u-3)(u+2) = 0$

$u = 3 \lor u = -2$ setter tilbake igjen $u = \ln x$

$\ln x = 3 \rightarrow x = e^3$

$\lor$

$\ln x = -2 \rightarrow x = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$

$L = \left\{\frac{1}{e^2}, e^3\right\}$

Oppgave 3

$f(x) = e^{-x+1}$

$\lim\limits_{x \to \infty} e^{-x+1} = \lim\limits_{x \to \infty} e^{-x} \cdot e^1 = \frac{1}{e^\infty} \cdot e = 0$ Grenseverdien eksisterer

$\lim\limits_{x \to -\infty} e^{-x+1} = \lim\limits_{x \to -\infty} e^{-x} \cdot e^1 = e^\infty \cdot e$ Grenseverdien eksisterer ikke

Oppgave 4

a) $P(GG) = \frac{6}{15} \cdot \frac{5}{14} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7} = \frac{1}{7}$

Det er $\frac{1}{7}$ sjanse for å trekke to gule sokker ut av skuffa

b) $P(minst\ 2\ like\ sokker) = 1 - P(3\ ulike\ sokker)$

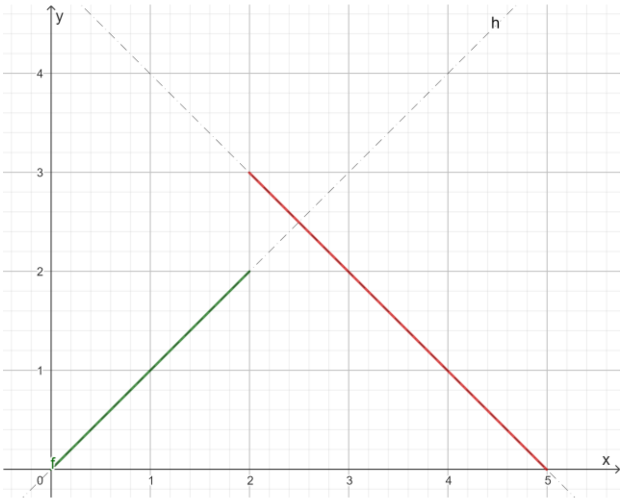
$P(3\ ulike\ sokker) = 3! \cdot P(GSH) = 3! \cdot \frac{6}{15} \cdot \frac{5}{14} \cdot \frac{4}{13} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 13} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2}{7 \cdot 13} = \frac{24}{91}$

($3! = 6$ kommer av at det er 6 kombinasjoner som gir 3 ulike farger. GSH er én av disse)

$$P(mint\ 2\ like) = 1 - \frac{24}{91} = \frac{67}{91}$$

Oppgave 5

Jeg skisserer funksjonen som den er satt opp først:



Observerer at $D_f = [0,5]$ og $V_f = [0,3\rangle$

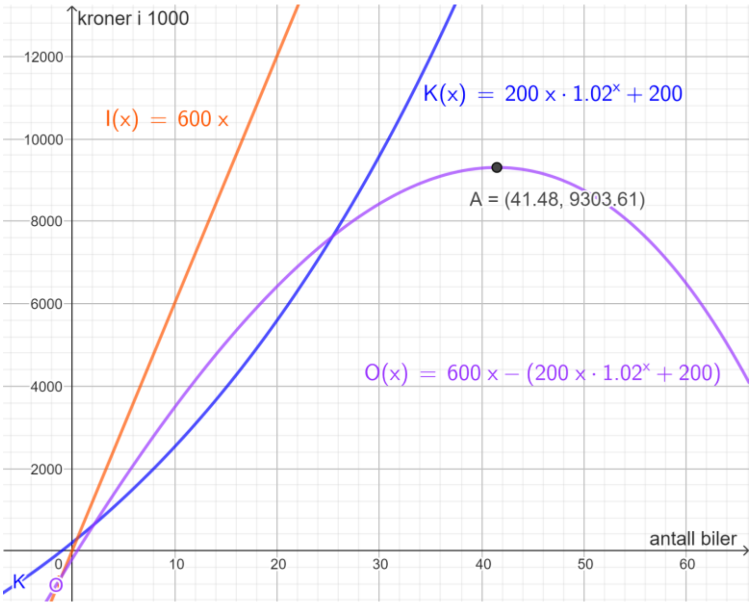
Siden minste verdi i verdimengden er 0, så kan man ikke forlenge grønn linje med negative x-verdier og heller ikke rød linje for x-verdier større enn $x = 5$. Grafen er heller ikke kontinuerlig, fordi den er usammenhengende når $x = 2$. Eneste måten jeg ser man kan endre definisjonsmengden er å la den være usammenhengende, men å fjerne bruddpunktet. Da er mine to forslag:

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 2 \\ 5 - x, & 2 < x \leq 5 \end{cases}$$

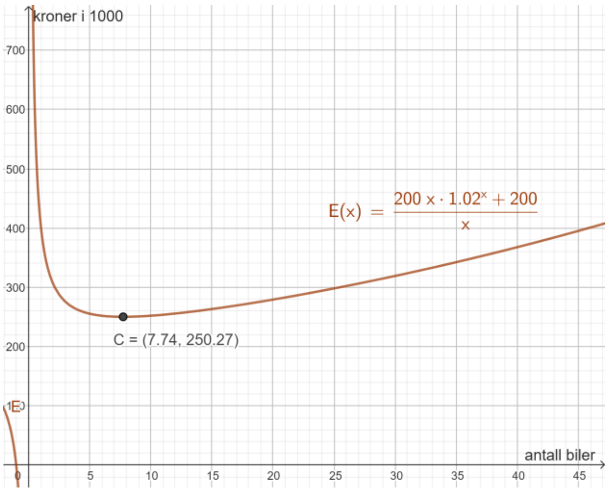
$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 3 \\ 5 - x, & 3 < x \leq 5 \end{cases}$$

DEL 2

Oppgave 1

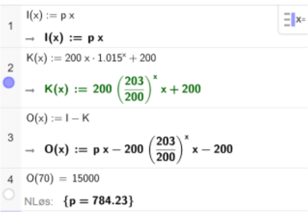


a) Overskuddet blir størst om man produserer 41 enheter. Se punkt A. Kommando: Ekstremalpunkt



b) Enhetskostnaden er minst når man produserer 8 biler. Se punkt C. Kommando: Ekstremalpunkt

c) Løser oppgaven i CAS



Prisen per bil settes til 784 000 kr hvis Edison skal ha 15 millioner i overskudd på 70 biler.

Oppgave 2

a) $e^{k \cdot \ln x} = e^{\ln x^k} = x^k$

Jeg har brukt 3. logaritmesetning sammen med definisjonen av den naturlige logaritmen til å vise at påstanden er sann.

b) Påstanden ser sann ut om man skjønner hva den sier.

a må være større enn 1, men mindre enn (ikke lik) halvparten av b

Viser to eksempler som illustrerer påstanden:

$b = 6$: Da kan a være 1 eller 2 (ikke lik 3)

$\boldsymbol{\binom{b}{a}}$	$\boldsymbol{\binom{b}{a+1}}$
$\binom{6}{1} = 6$	$\binom{6}{2} = 15$
$\binom{6}{2} = 15$	$\binom{6}{3} = 20$

Man kan se at verdiene i kolonnen til høyre er større enn kolonnen til venstre og det ser ut som påstanden stemmer. Vi tester for et oddetall i neste tabell.

$b = 5$: Da kan a være 1 eller 2 (ikke lik 3)

$\boldsymbol{\binom{b}{a}}$	$\boldsymbol{\binom{b}{a+1}}$
$\binom{5}{1} = 5$	$\binom{5}{2} = 10$
$\binom{5}{2} = 10$	$\binom{5}{3} = 10$

Man kan se at at i siste rad så er verdiene like. Det vil si at $\binom{b}{a+1}$ ikke er større enn (men lik) $\binom{b}{a}$ i dette tilfellet. Slik vil det være i alle tilfeller hvor b er oddetall. Dette kommer av at når b er odde, vil man ha to a-verdier som er like langt fra halvparten av b, og vil da være like store.

Påstand b) er da usann.

Oppgave 3

Det finnes 29 små bokstaver og 29 store bokstaver i det norske alfabetet. Om man ikke tar med de to siste restriksjonene så finnes det følgende antall kombinasjoner:

$$58^6 = 58 \cdot 58 \cdot 58 \cdot 58 \cdot 58 \cdot 58 = 38\ 068\ 692\ 544$$

Vi må fjerne kombinasjonene som er kun store bokstaver eller kun små bokstaver.

Kun små:

$$29^6 = 29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 = 594\ 823\ 321$$

Kun store:

$$29^6 = 29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 = 594\ 823\ 321$$

Til sammen:

$$2 \cdot 594\ 823\ 321 = 1\ 189\ 646\ 642$$

Lovlige passord er da:

$$38\ 068\ 692\ 544 - 1\ 189\ 646\ 642 = 36\ 879\ 045\ 902$$

Det vil si at det er nesten 37 milliarder lovlige passordkombinasjoner.

b)

Jeg regner først alle kombinasjonene med først to store bokstaver, så to små bokstaver, så to tall. Deretter ganger jeg med hvor mange måter disse kan permuteres på.

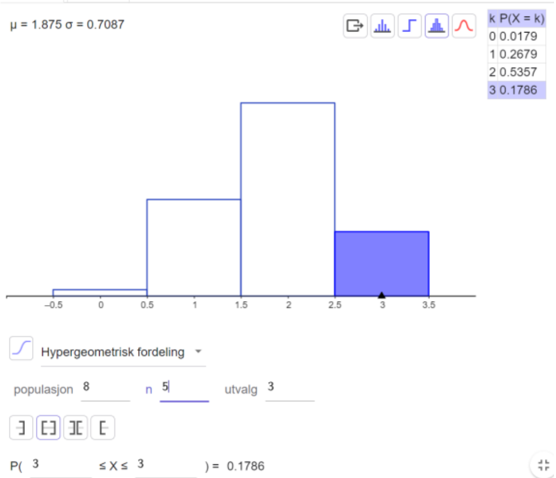
$$29^2 \cdot 29^2 \cdot 10^2 \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{2}{2} = 29^4 \cdot 100 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 1 = 6\ 365\ 529\ 000$$

Av utregningene ser man at tryggheten reduseres med de nye reglene. Dette gir mening siden man har mindre frihet i regelsett 2 enn regelsett 1.

Oppgave 4

I denne oppgaven finner jeg ikke en bedre måte enn å prøve meg frem med sannsynlighetskalkulatoren i Geogebra. Siden kulene trekkes uten tilbakelegging, kan man bruke en hypergeometrisk sannsynlighetsmodell. Antall kuler i boksen må være større enn 3 og antall hvite kuler må være 3 eller større. Utvalget er 3.

Jeg fant, som vist på skjermdumpen under, at det minste antall kuler som kan ligge i boksen er 8 kuler, hvor 5 av de er hvite, for at sannsynligheten for å trekke 3 hvite er mellom 17 % og 18 %.



Oppgave 5

a) $P(ulik\ verdi) = \frac{6}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{5}{54}$

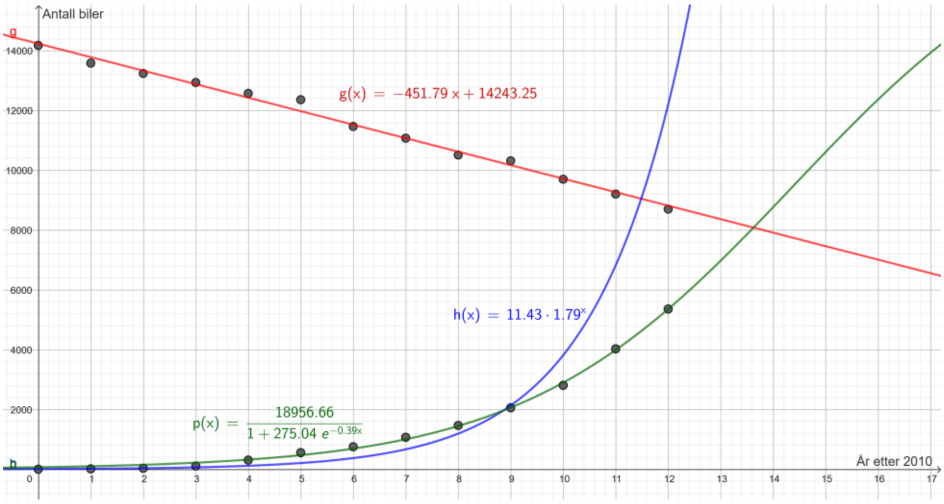
Sannsynligheten for 5 ulike øyne på terningen er $\frac{5}{54} \approx 9{,}3\ \%$

b) Her er det mange måter å simulere på, men jeg tok utgangspunkt i et eksempel fra Aschehoug sin S1-bok:

```
from pylab import *

N = 10000  # Antall simuleringer

tre_seksere = 0

for _ in range(N):
    t1 = randint(1, 7)
    t2 = randint(1, 7)
    t3 = randint(1, 7)
    t4 = randint(1, 7)
    t5 = randint(1, 7)

    if (t1 == 6) + (t2 == 6) + (t3 == 6)+(t4 == 6) + (t5 == 6) == 3:
        tre_seksere = tre_seksere + 1

print("Ved", N, "kast, fikk jeg", tre_seksere, "tre seksere")
print("Tilnærmet sannsynlighet for å få tre seksere er da: ", tre_seksere/N)
```

```
Shell
>>> %Run -c $EDITOR_CONTENT
 Ved 10000 kast, fikk jeg 365 tre seksere
 Tilnærmet sannsynlighet for å få tre seksere er da:  0.0365
>>>
```

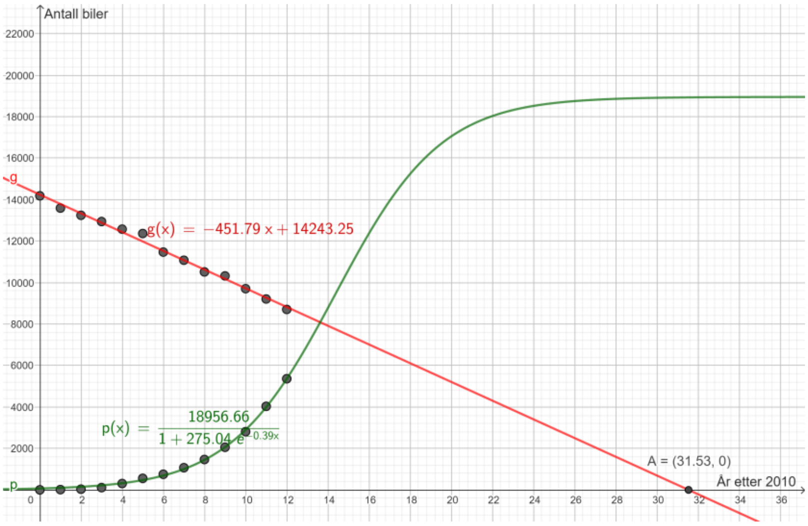
Oppgave 5



Den lineære røde funksjonen passer veldig bra til utviklingen i bensindrevne biler. Modellen sier at antallet bensindrevne biler i Moss synker med ca. 452 biler i året.

Jeg tenkte umiddelbart at El-biler følger en eksponentiell vekst, siden antallet øker mer og mer for hvert år. Man kan se at $h(x)$ ikke passer veldig godt til punktene, men en logistisk modell passer bedre; se $p(x)$. Dette er også en mer realistisk modell fordi den har en periode med eksponentiell vekst, men veksten vil avta og flate ut.

b)



Det ser ut til at trendene følger modellene jeg har laget noen år til, men det er umulig å påstå noe konkret langt frem i tid. Jeg mener det er logisk at bensindrevne biler vil fortsette å synke noen år til fremover, men hastigheten er vanskelig å si så mye om. Antall El-biler vil nok fortsette å øke, og det vil flate ut når markedet er mettet, men om det vil flate ut på ca. 19 000 biler som modellen min sier er vel å anta litt mye.

Oppgave 6

a) Jeg la inn programmet i Thonny og fikk følgende svar:

```python
def f(x):
    return -x**2 + 4

def areal(x):
    return x*f(x)

h = 0.0001
def der_areal(x):
    return (areal(x + h) - areal(x))/h

x = 0
dx = 0.01
while der_areal(x + dx) > 0:
    x = x + dx

print(areal(x))
```

Shell

```
>>> %Run -c $EDITOR_CONTENT
 3.0791250000000003
>>>
```

Lars prøver å finne ut hva det største arealet rektangelet ABCD kan ha.

Ser fra utklippet over at det største arealet til firkanten er 3,08.

b)

Lars bruker derivasjon av arealfunksjonen til å finne ut når man kommer til et toppunkt.

While-løkka sier at så lenge den deriverte av arealet er større enn 0, så skal man øke x med et lite hakk, for så igjen å sjekke om den deriverte er større enn 0, helt til den ikke er det lengre. Da er man kommet til et toppunkt og man har maks verdi for arealet av rektangelet.

Denne strategier funker så lenge arealfunksjonen har kun ett toppunkt (fordi strategien finner det første toppunktet) og så lenge arealet er voksende fra startverdien.