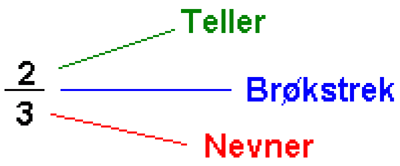
Brøkregning

Innledning

En **brøk** består av tre elementer, *teller*, *brøkstrek* og *nevner*.



Brøkstreken betyr det samme som deletegn. En brøk er en del av noe. Hvor stor del kommer an på teller og nevner. Nevneren forteller hvor mange deler helheten er delt opp i.

Hvorfor trenger vi brøk?

En brøk kan angi en del av noe

Vi har tall som er mindre enn en enhet. En halv liter melk forteller noe om mengden i forhold til enheten liter melk.

En brøk kan være svaret på et delestykke

Når vi deler et tall på et annet kan vi få et svar som blir mindre enn en:

$$10 : 30 = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

Svaret over er pent og helt nøyaktig. Dersom du bruker kalkulator får du 0,333333...., som ikke er pent og ikke helt nøyaktig.

Tall som er større enn en kan også skrives som brøk. Da vil teller være større enn nevner:

$15 : 10 = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

Brøken tre halve er det samme som 1,5 på formen desimaltall.

Brøk kan brukes til å sammenlikne mengder eller størrelser

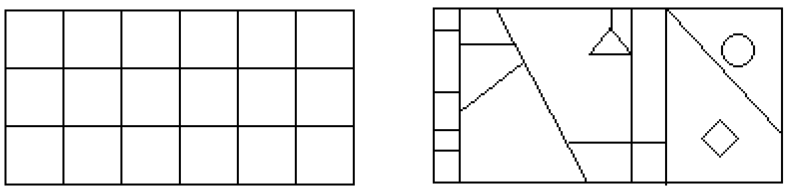
Per fikk fire fisk, og Pål fikk seks fisk. Hvordan kan vi sammenligne fangsten til Per og Pål? Her må vi tenke om vi skal sammenlikne Per med Pål, eller Pål med Per. Vi har bare kunnskap om antallet fisk og ingen informasjon om størrelsen på fiskene.

Vi sammenlikner Per med Pål: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. Per fikk to tredjedeler så mange fisk som Pål.

Vi sammenlikner Pål med Per: $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$. Pål fikk $\frac{3}{2}$ så mange fisk som Per, eller en og en halv gang så mye. Legg merke til at det eller den vi sammenligner mot alltid skal i teller.

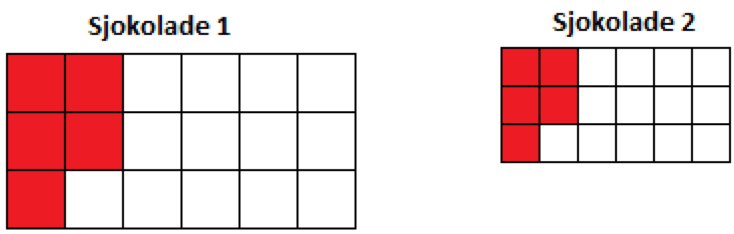
Brøk kan brukes ved deling i like store biter

Figuren under til venstre kan representere en brøk som angir "del av noe", fordi alle bitene er like store. Dersom to personer får en bit hver har begge fått like stor mengde, $\frac{1}{18}$.



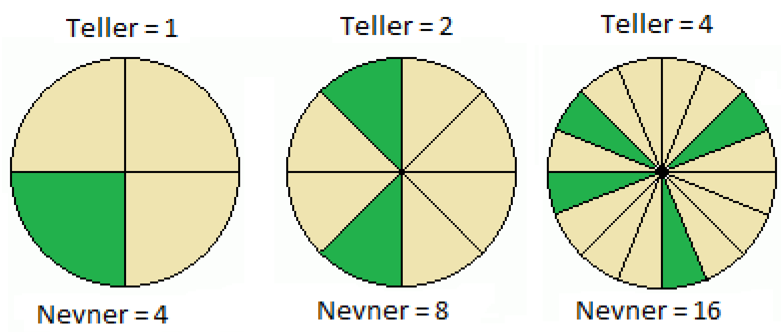
Atten biter i begge figurene, men……?

Figuren til høyre består også av atten biter, men her er bitene av forskjellig størrelse. Denne figuren kan **ikke** brukes til å representere en brøk som angir "del av mengde". Dersom to personer får en bit hver har de trolig fått forskjellig mengde av figuren.



Dersom man får fem biter sjokolade av sjokolade 1 har man fått $\frac{5}{18}$ av sjokolade 1. Dersom man får fem biter av sjokolade 2 har man fått $\frac{5}{18}$ av sjokolade 2. Brøkene er de samme, men vi observerer at den som har fått fra sjokolade 1 får mest sjokolade, fordi sjokolade 1 er større. Dersom to personer får fem deler hver, fra samme sjokolade, får de like mye begge to.

Deler du en pizza i fire like store biter blir nevneren fire. Spiser du en av bitene, har du spist $\frac{1}{4}$ av pizzaen. Telleren sier altså noe om hvor mange av delene i nevneren som er til rådighet for en gitt operasjon.



Grønn er teller, grønn + grå er nevner

Deler du samme pizza opp i åtte like stykker, blir stykkene halvparten så store som når du deler den i fire. Om du spiser to stykker når pizzaen er delt i åtte, er det likeverdig med å spise et stykke når pizzaen er delt i fire. Slik kan vi fortsett. Det kalles å utvide brøken.

Å utvide brøken

Om vi holder oss til eksempelet over kan vi skrive det slik:

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{4}{16}$$

Det vi egentlig gjør er å multiplisere teller og nevner med samme tall, i dette tilfellet 2.

Eksempel:

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{2}{8} = \frac{2 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{4}{16}$$

Vi kan utvide en brøk med både tall og bokstaver, men *det er viktig at vi gjør det samme i både teller og nevner*. Gjør vi ikke det, vil brøkens verdi endre seg.

Å forkorte brøken

Å forkorte en brøk er det motsatte av å utvide den. Først må vi faktorisere teller og nevner.

Eksempel:

Brøken tolv sekstendeler kan skrives som: $\frac{12}{16} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{3}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4}$

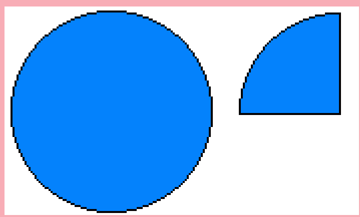
Når vi forkorter 2-tallene i teller og nevner må vi huske på at de erstattes med tallet 1. De går ikke an å få null i teller eller nevner når vi forkorter på denne måten. Også her er det viktig at vi gjør det samme i både teller og nevner.

Blandet tall eller "uekte brøk"

Et blandet tall består av et heltall og en brøk. En uekte brøk er ekte nok, betegnelsen brukes om brøker som er større enn en. Det betyr at teller er større enn nevner.

Eksempel:

$$1\frac{1}{4}$$



Dette blandede tallet består av en hel og en fjerdedel. Det kan illustreres med figuren over.

Det er lett å forveksle et blandet tall med multiplikasjon mellom heltall og brøk. Vi foretrekker derfor å skrive tallet som en uekte brøk: $1\frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

Sammenligning av brøker

For å sammenligne brøker, må de ha samme nevner. Hvis de ikke har samme nevner, må vi finne en **fellesnevner**. Fellesnevneren er det minste felles multiplum (MFM) av nevnerne.

Eksempel:

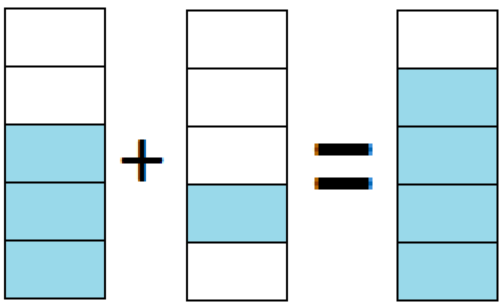
Sammenlign $\frac{3}{4}$ og $\frac{5}{6}$, hvilken er størst.

1. Finn fellesnevneren til 4 og 6, som er 12.
2. Utvid begge brøkene slik at de har samme nevner: $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$ og, $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$.
3. Nå kan vi se at $\frac{5}{6} > \frac{3}{4}$ (Fem sjettedeler er større enn tre fjerdedeler).

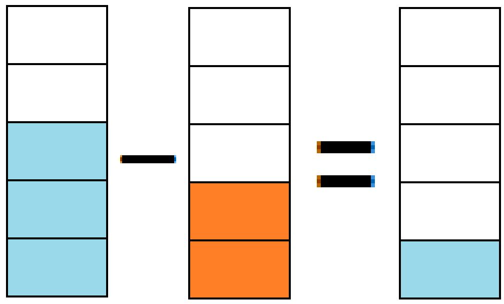
Addisjon og subtraksjon

Når nevner er den samme

Når nevneren i to eller flere brøker skal trekkes sammen legger vi sammen tellerene (eller trekker fra), og beholder nevneren slik den er.



$$\frac{3}{5}+\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$$



$$\frac{3}{5}-\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$$

Eksempel:

$$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{2+3}{7}=\frac{5}{7}$$

Eksempel:

$$\frac{3}{5}-\frac{2}{5}=\frac{3-2}{5}=\frac{1}{5}$$

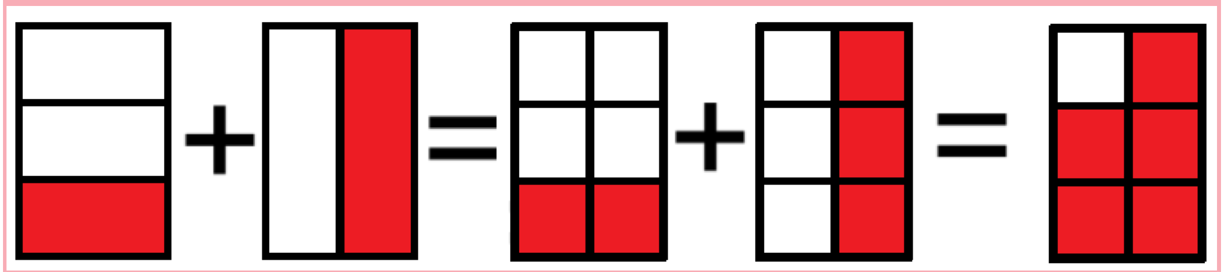
Sist endret 06.11.2024

Når nevner er forskjellig

Når man skal legge sammen eller trekke fra to eller flere brøker med forskjellig nevner, må man først finne fellesnevner.

Eksempel:

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{1\cdot 2}{3\cdot 2}+\frac{1\cdot 3}{2\cdot 3}=\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=\frac{5}{6}$$



Vi finner nevnerens minste felles multiplum, det minste tallet som begge nevnerene går opp i. Det minste tallet både to og tre går opp i er seks. Dette er et eksempel på nødvendigheten av å kunne utvide brøker.

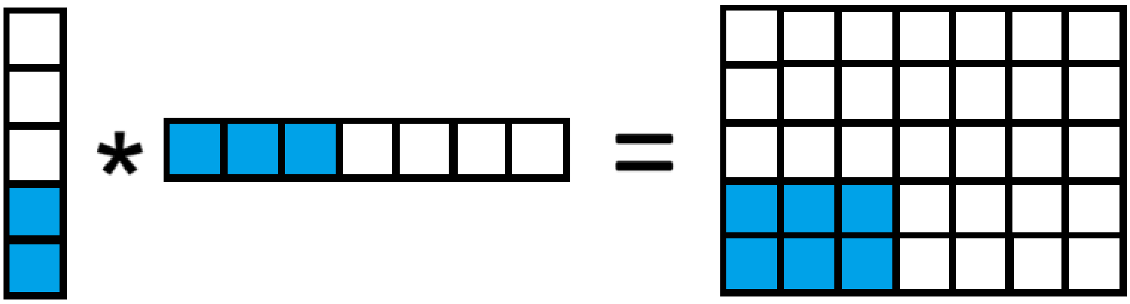
Multiplikasjon

Brøk med brøk

Når to brøker skal multipliseres (ganges) med hverandre, multipliserer vi teller med teller og nevner med nevner.

Eksempel:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$$



Heltall med brøk

Vi multipliserer heltallet i teller og beholder nevner.

Eksempel:

$$3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{7} = \frac{6}{7}$$

Divisjon

Når to brøker skal divideres (deles) med hverandre, snur vi den siste brøken (divisor) og multipliserer utrykket. Med snu menes at vi bytter om teller og nevner.

Eksempel:

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{1} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Hvorfor er det slik? La oss se på et eksempel til:

Eksempel:

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{7} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{7}} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 7}{\frac{4}{7} \cdot 7} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 7}{4} = \frac{3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 7}{3 \cdot 4} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 4} = \frac{7}{6}$$

Man observerer at metoden i eksempelet over er mye enklere. Dette eksemplet er bare ment som en forklaring på hvorfor man kan "snu" den siste brøken og gange.

Divisjon med brøk og heltall

Man løser problemet ved å gjøre heltallet om til brøk og ved å bruke regelen over.

Eksempel:

$$\frac{2}{3} : 2 = \frac{2}{3} : \frac{2}{1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$3 : \frac{1}{7} = \frac{3}{1} : \frac{1}{7} = \frac{3}{1} \cdot \frac{7}{1} = \frac{21}{1} = 21$$

Null i teller

Dersom telleren er null er brøkens verdi lik null.

$$\frac{0}{1} = \frac{0}{2} = \frac{0}{3} = \ldots\ldots = \frac{0}{n} = 0$$

der n er forskjellig fra null ($n \neq 0$).

Null i nevner

Det er ikke mulig å få null i nevneren til en brøk. Dersom du har fått det, har du regnet feil.

Teller og nevner like store

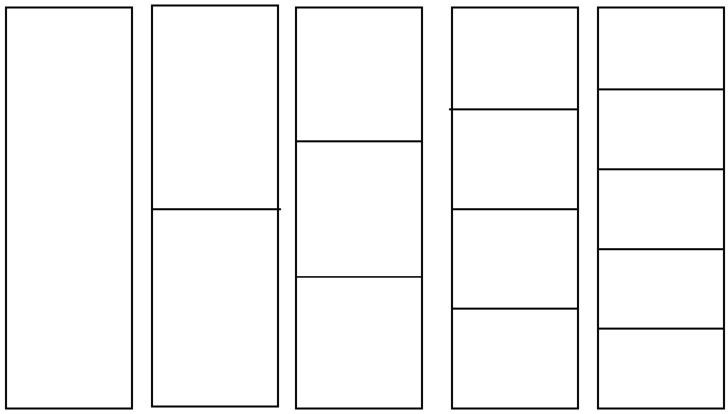
Når teller og nevner er like store er brøkens verdi lik en.

$$\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \ldots\ldots\ldots = \frac{n}{n} = 1$$

der n er forskjellig fra null ($n \neq 0$).

Fra heltall til brøk

Et hvilket som helst heltall kan gjøres om til en brøk med en hvilken som helst nevner.



$$1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \ldots\ldots$$

Et heltall gjøres om til brøk slik:

$$1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \ldots\ldots.$$

Eller slik:

$$4 = \frac{4}{1} = \frac{8}{2} = \frac{12}{3} = \ldots\ldots$$

Du skriver fire som fire en-deler. Så utvider du brøken slik at du får den nevneren du ønsker. Ønsker du brøken i syvdeler, multipliserer du både fire og en med syv og får $\frac{28}{7}$.

Test deg selv

Regn ut og skriv som brøk

a) $\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=$ b) $\frac{2}{5}+\frac{4}{5}-\frac{1}{5}=$ c) $2-\frac{1}{3}=$

d) $2-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=$ e) $\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{2}=$ f) $\frac{3}{7}:\frac{6}{14}=$

g) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}=$ h) $\frac{2}{3}-\frac{1}{6}+\frac{4}{9}=$ i) $\frac{3}{7}+\frac{2}{5}+1=$