Naturlige tall,- ℕ

De naturlige tallene er: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...Vi kaller denne tallmengden for ℕ.

ℕ er symbolet for de **naturlige tallene**, de positive heltallene: {1, 2, 3, ...}

Partall

Partallene er 2, 4, 6, 8....2n, der n er et naturlig tall forskjellig fra null.

Oddetall

Oddetallene er 1,3,5,7,9,11......2n-1.. Oddetallene er ikke delelige på to. Oddetall er en del av de naturlige tallene.

Primtall

Primtall er naturlige tall som kun er delelige på seg selv og en. Legg merke till at 1 ikke er et primtall.

De minste primtallene er: 2,3,5,7,11,13,..................

Et naturlig tall som ikke er et primtall kaller vi et sammensatt tall. Sammensatte tall kan faktoriseres.

Primtall er en del av de naturlige tallene.

Hele tall,- ℤ

Dersom vi tar alle de naturlige tallene og inkluderer de hele negative tallene, samt null, får vi en tallmengde vi kaller for ℤ, som er de hele tallene.

ℤ ={ ...., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4,...} Alle **hele tall**, positive og negative, inkludert null.

Rasjonale tall,- $\mathbb{Q}$

En brøk er det vi kaller et rasjonalt tall. Et rasjonalt tall kan skrives som $\frac{a}{b}$. Alle rasjonale tall har enten en avsluttende desimal (teller delt på nevner har rest null etter et gitt antall desimaler), eller en periodisk desimalutvikling.

$\frac{1}{5}$ kan skrives som 0,2

$\frac{2}{3}$ kan skrives som 0,666666666666...........

$\frac{4}{11}$ kan skrives som 0,363636363636363636........

Det første eksempelet har en avsluttende desimal. Vi ser at i de to siste eksemplene gjentas sifrene i det uendelige. I tallet 0,666666... kan vi si at perioden er ett siffer, 6. I tallet 0,36363636 er perioden to siffer, 36. Alle desimaltall som har en periode er rasjonale tall. Vi kaller de rasjonale tallene for $\mathbb{Q}$.

Alle tall som kan skrives som brøk kalles **rasjonale tall** og har symbolet $\mathbb{Q}$

Fra periodisk desimaltall til brøk

For et generelt periodisk desimaltall med form $0,\overline{abc}$, der abc er perioden:

1. Sett x = $0,\overline{abc}$
2. Multipliser xxx med 10^n, der n er antall siffer i perioden.
3. Trekk fra for å eliminere desimaldelen.
4. Løs ligningen for xxx og forkort brøken om nødvendig.

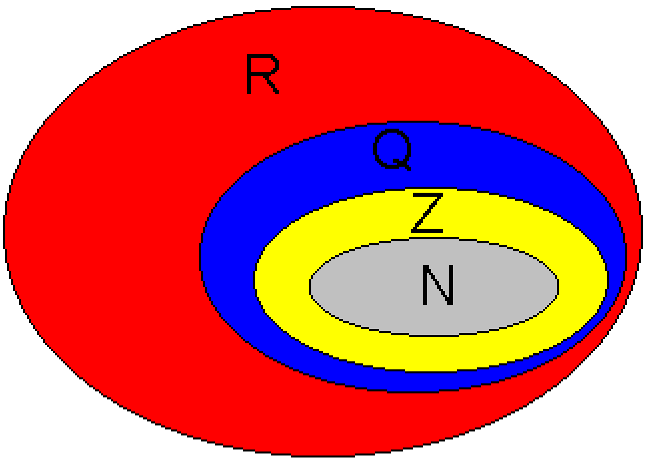
0,36363636.. er et rasjonalt tall fordi det er periodisk, men hvilken brøk tilsvarer det?

1. x =0,363636….
2. 100x = 36,363636…..
3. 100x – x = 36,363636…. – 0,363636….
4. 99x = 36
5. $x = \frac{36}{99} = \frac{4}{11}$

Reelle tall,- ℝ

Det finnes enkelte tall som ikke kan skrives som brøk. Et eksempel på det er tallet π (pi). Dersom du prøver å trykke det symbolet på kalkulatoren får du 3,141592654...... Det er ingen periode her, som det er i de rasjonale tallene. Vi kaller denne type tall for et irrasjonalt tall. De rasjonale og de irrasjonale tallene danner den tallmengden som vi kaller for de reelle tallene. Vi bruker symbolet ℝ . ℝ inneholder alle tallene på tallinja.

ℝ er alle **reelle tall**, summen av rasjonale og irrasjonale tall, altså alle tall på tallinjen.



Figuren viser tallmengdene på tallinja. Legg merke til at ℕ er en delmengde av ℤ som igjen en delmengde av ℚ osv.

Tallmengder

$\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ og $\mathbb{R}$ er eksempler på tallmengder. En mengde består av en samling objekter. Vi sier at et objekt er et element i mengden. en mengde kan ha endelig eller uendelig antall elementer. Dersom man skriver en mengde på listeform er det gjerne en endelig mengde.

Listeform

Listeform: A = {a, b, c}

Leses: mengden A består av elementene a, b og c.

Eks. 1:

Listeform: mengde utfall av et terningkast kan skrives slik {1,2,3,4,5,6}.

Intervaller

Et intervall er en mengde tall. Vi snakker om åpne og lukkede intervaller.

Lukket: [a,b]. Fra og med a til og med b.

Åpent:⟨a,b⟩. Fra a til b, men ikke a og ikke b.

Halvåpent ⟨a,b] eller [a,b⟩ som betyr henholdsvis "fra a til og med b", og "fra og med a, til b".

Eks. 2:

[1,2] er et lukket intervall og omfatter alle de reelle tallene fra og med en, til og med to.

⟨1,2⟩ er et åpent intervall og omfatter alle de reelle tallene fra en til to, men ikke en og to.

[1,2⟩ er et halvåpent intervall og omfatter alle de reelle tallene fra og med en, til to, men ikke to.

⟨1,2] er et halvåpent intervall og omfatter alle de reelle tallene som fra en, til og med to, men ikke en.

Når et intervall går fra minus uendelig, til og med et gitt tall kan det skrives slik: <←,2], fra minus uendelig til og med 2. Legg merke til at uendelig noteres med pil og ledsages av et åpent intervalltegn. [10,→> er intervallet fra og med 10 til uendelig.

Noen nyttige symboler i forhold til mengder:

Den tomme mengden

Ø Tom mengde, en mengde uten elementer.

Eks. 3:

Antall innbyggere på Toten med en alder over 150 år. Det finnes ingen.

Delmengde

A⊂B **Eks:** A er en delmengde av B.

Eks. 4:

Befolkningen i Oslo er en delmengde av Norges befolkning.

eller

N⊂R

De naturlige tallene er en delmengde av de reelle tallene.

Element i

$x \in R$

"x er element i R".

Eks. 4:

Bærum er et element i mengden "kommuner i Norge".

eller

$1 \in N$

Tallet en er et element i mengden av naturlige tall.

Så hva er forskjellen på delmengde og element tegnene? De ser jo ut til å ha samme funksjon? Dersom man bruker tegnet for delmengde må man ha en mengde på hver side av tegnet. Oslo er en mengde av innbyggere. Det er Norge også. Når man bruker element er størrelsen på venstre side ikke en mengde men et element (ett eller annet). Bærum er et element i mengden som inneholder alle Norges kommuner.

Mengdeminus (bortsett fra)

$A \setminus B$ kan leses: "mengden A minus mengden B"

Eks. 5:

$Z \setminus N = \{-1, -2, -3, -4,..\}$

Mengdebygger

Den vertikale streken: | leser vi "som er slik at"...

Streken kalles for en mengdebygger.

Eks. 6:

En alternativ skrivemåte er denne: $A = \{ x \varepsilon R \mid 1 \le x \le 2\}$

Leses: "Mengden A er alle x som er element i R, fra og med en til og med to".

Kan også skrives som $x \in [1,2]$, eller som $1 \le x \le 2$

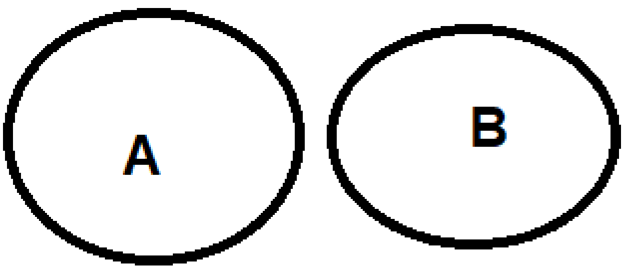
Mengdebyggeren var veldig populær på 70 og 80 tallet, men jeg har ikke sett noen oppgaver de siste 10 år der den inngår (2023). Men, den er med for å skape et fullstendig bilde.

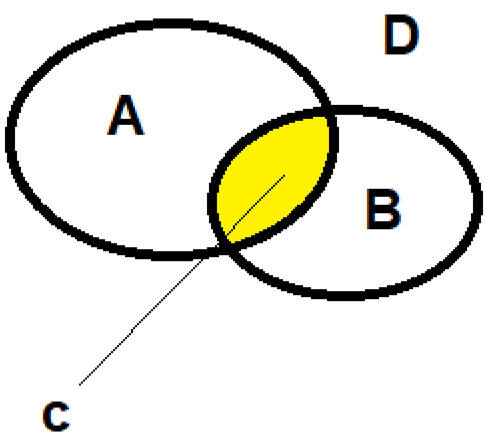
Snitt og Union

Noen liker pølser og noen liker kebab. Noen liker begge deler. Noen liker ingen av delene. La oss kalle alle som liker pølser for A. La oss kalle alle som liker kebab for B.

$A \cup B$ Leses "A union B" og betyr A eller B, med det som er felles i begge mengdene.

$A \cap B$ Leses " A snitt B" og betyr A og B, altså kun det som er felles i begge mengdene.





A snitt B er det gule området og representerer alle som liker pølser og kebab.

A union B er alle tre områdene (rød, gul, blå) og representerer de som liker enten pølser eller kebab, eller begge deler. De kan jo tenkes at det finnes noen som ikke liker noen av delene, men de ligger utenfor diagrammet vårt.

For å slippe å skrive snitt eller union og for at ting skal se oversiktlig ut har man innført spesielle tegn:

A snitt B skrives $A \cap B$.

A union B skrives $A \cup B$.

Større enn, større eller lik, mindre enn, mindre eller lik

På samme måte som vi har tegn for å vise at to uttrykk eller tall er lik hverandre (=) har man tegn for å kommunisere at noe er større eller mindre enn noe annet.

$a<b$ leses "a mindre enn b".

$a>b$ leses "a større enn b".

$a \leq b$ leses "a mindre eller lik b".

$a \geq b$ leses "a større eller lik b".

Tegnene kalles ulikhetstegn.

Eks. 6:

Alle tall fra 4 til og med 9 kan skrives:

$4 < x \leq 9$ som tilsvarer $x \in \langle 4, 9]$

Man kan bruke ulikhetstegnene til å angi mengder.