Utdannings-
direktoratet

Eksamen

19.05.2025

REA3056 Matematikk R1

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samtidig. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 2 timar. Etter 2 timar kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Du kan bruke vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Du kan bruke alle hjelpemiddel, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon. Du kan ikkje bruke kunstig intelligens til å generere innhald i svaret ditt.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 6 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 5 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som rekneark, programmering, grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Poeng er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du • viser rekneferdigheiter og matematisk forståing • gjennomfører logiske resonnement • ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar • kan bruke formålstenlege hjelpemiddel • forklarer framgangsmåtar og grunngir svar • skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar • vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar	Kjelder for bilete, teikningar osv. • fyr: Pixabay (17.02.2025) Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

Del 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (2 poeng)

Deriver funksjonen f gitt ved

$$f(x) = e^{-2x} + \frac{1}{5}x^5 - 2\pi$$

Oppgåve 2 (5 poeng)

Ein funksjon g er gitt ved $g(x) = \frac{1}{2}e^x \cdot (2x-1)^2$

a) Bestem eventuelle nullpunkt til funksjonen g.

b) Vis at $g'(x) = \frac{1}{2}e^x(2x-1)(2x+3)$

c) Finn koordinatane til eventuelle topp- og botnpunkt på grafen til g.

Oppgåve 3 (4 poeng)

Løys likningane

a) $3^{3x+2} - 5 = 76$

b) $3\lg x + 2\lg x^2 + \lg\frac{1}{x^9} = 2$

Oppgåve 4 **(4 poeng)**

Bestem grenseverdiane

a) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{3\left(x^2 - 3\right)}{x - 3}$

b) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$

Oppgåve 5 **(2 poeng)**

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 0 \\ 2e^x, & x \geq 0 \end{cases}$$

a) Avgjer om f er kontinuerleg i $x = 0$.

b) Avgjer om f er deriverbar i $x = 0$.

Oppgåve 6 **(6 poeng)**

Jelena, Nils og Ahmad speler basketball. Tenk deg at vi legg eit koordinatsystem over banen. Ved eit tidspunkt er Jelena i punktet $J(0,0)$, Nils i punktet $N(-1,2)$ og Ahmad i punktet $A(1,1)$. Eininga langs aksane er meter.

a) Kor langt er det mellom Nils og Ahmad?

Gi svaret eksakt.

Ein basketball ligg i punktet $(-1, a)$, der $a \in \mathbb{R}$. Vektoren som går frå Jelena til ballen, er parallell med vektoren som går frå Nils til Ahmad.

b) Bestem a.

Nils flyttar seg til et nytt punkt M. M er det nærmaste punktet som er plassert slik at avstanden mellom Jelena og Nils er $\sqrt{10}$ meter. Vinkelen mellom Nils, Ahmad og Jelena, $\angle MAJ$, er 90 gradar.

c) Bestem koordinatane til M.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 **(6 poeng)**

Teknologiselskapet PowBat skal lansere ein ny batteriteknologi i ein by med 3 millionar husstandar. PowBat reknar med at antalet husstandar som har batteriet t veker etter lanseringa, vil følgje modellen S gitt ved

$$S(t) = \frac{2\ 500\ 000}{1 + 2500 \cdot e^{-0{,}08t}}$$

a) Kor lang tid vil det ta før halvparten av husstandane i byen har batteriet, ifølgje modellen?
b) Bestem $S'(52)$. Gi ei praktisk tolking av svaret.

Det viser seg at konkurrenten BA3 planlegg å lansere eit batteri med tilsvarande teknologi samstundes. Dette vil påverke salet til PowBat.

Etter å ha høyrt om planane til BA3 antek PowBat at

- dei totalt vil få selt batteriet sitt til 1,5 millionar husstandar
- 500 husstandar har batteriet når det blir lansert
- flest nye husstandar kjøper batteriet i veke 60

c) Bruk antakingane ovanfor til å finne ein ny logistisk modell F for antalet husstandar som har batteriet etter t veker.

Oppgåve 2 **(6 poeng)**

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2-1$$

og har definisjonsmengda $I=[a,\, b]$ der $a,b\in\mathbb{R}$.

a) Bestem det største intervallet I, slik at f har ein omvend funksjon g når $2\in I$.

b) Bestem stigningstalet til tangenten til grafen til g i punktet $(-10,3)$.

c) Grafen til g har ein annan tangent med same stigningstalet som tangenten i punktet $(-10,3)$. Bestem koordinatane til tangeringspunktet.

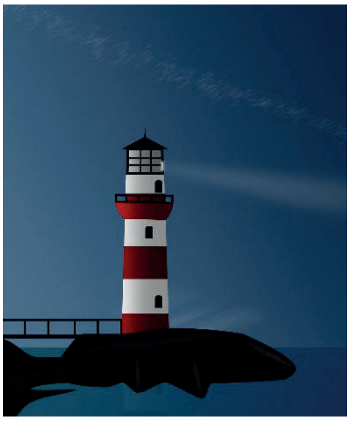
Oppgåve 3 **(3 poeng)**

Amalie arbeider med ein funksjon f med delt forskrift og skal vise funksjonsuttrykket til dei andre i klassen. Dessverre har ho sølt på arket sitt og klarer ikkje å lese alt som står der.

$$f(x)=\begin{cases}-9x-15 & ,\ x\le -2\\ & ,\ -2<x<1\\ \dfrac{x^2}{2}-x-\dfrac{7}{2} & ,\ x\ge 1\end{cases}$$

Ho hugsar at f er kontinuerleg og deriverbar for alle $x\in\mathbb{R}$.
Ho hugsar også at det midtarste uttrykket er eit tredjegradspolynom.
Bruk dette til å bestemme heile funksjonsuttrykket til f.

Oppgåve 4 **(8 poeng)**



Posisjonen $\vec{r}$ til ein fiskebåt t timar etter at han dreg frå land, er gitt ved

$$\vec{r}(t) = [1+5t,\ 4+8t]$$

Einingane langs aksane er kilometer.

Farten til ein båt blir vanlegvis målt i knop, der 1 knop er 1852 meter per time.

a) Bestem farten til fiskebåten i knop.

Eit fyr står i posisjonen $(4,7)$.

b) Bestem den minste avstanden mellom fiskebåten og fyret.

Ein fiskestim er i punktet $(1,-3)$ ved tida $t=0$, og stimen sym med hastigheita $\vec{v}(t) = [4,\ 11]$.

c) Vil fiskebåten treffe fiskestimen?

Ein annan fiskebåt er i punktet $(-2,0)$ ved tida $t=0$ og held konstant fart i retning langs $\vec{u} = [6,\ 4]$.

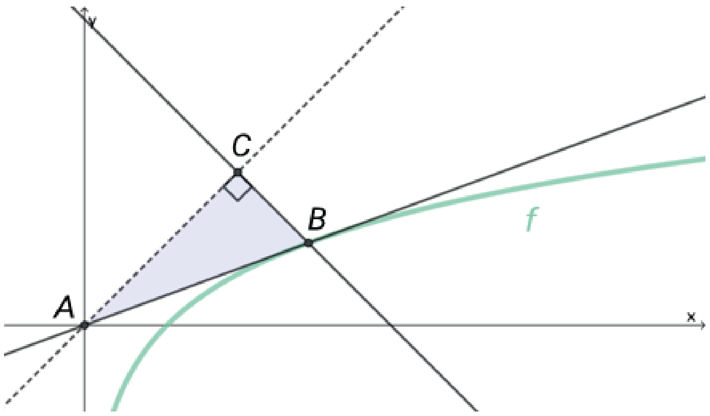
d) Bestem farten denne fiskebåten må halde for å treffe fiskestimen.

Oppgåve 5 (4 poeng)

Nedanfor ser du grafen til funksjonen f gitt ved $f(x) = \ln x$.

Eit punkt B på grafen til f er plassert slik at tangenten til grafen i punktet B går gjennom $A(0,0)$.

Punktet C er plassert på linja $y = x$ slik at $\angle ACB = 90°$.



a) Bestem eksakte verdiar for koordinatane til punktet B.

b) Bestem det eksakte arealet av trekant ABC.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 2 timer. Etter 2 timer kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Du kan bruke vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Du kan bruke alle hjelpemidler, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon. Du kan ikke bruke kunstig intelligens til å generere innhold i svaret ditt.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 6 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 5 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Poeng er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du • viser regneferdigheter og matematisk forståelse • gjennomfører logiske resonnementer • ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner • kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler • forklarer framgangsmåter og begrunner svar • skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger • vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Kilder for bilder, tegninger osv. • fyr: Pixabay (17.02.2025) Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 **(2 poeng)**

Deriver funksjonen f gitt ved

$$f(x) = e^{-2x} + \frac{1}{5}x^5 - 2\pi$$

Oppgave 2 **(5 poeng)**

En funksjon g er gitt ved $g(x) = \frac{1}{2}e^x \cdot (2x-1)^2$

a) Bestem eventuelle nullpunkter til funksjonen g.

b) Vis at $g'(x) = \frac{1}{2}e^x(2x-1)(2x+3)$

c) Finn koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til g.

Oppgave 3 **(4 poeng)**

Løs likningene

a) $3^{3x+2} - 5 = 76$

b) $3\lg x + 2\lg x^2 + \lg\frac{1}{x^9} = 2$

Oppgave 4 (4 poeng)

Bestem grenseverdiene

a) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{3\left(x^2-3\right)}{x-3}$

b) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4}$

Oppgave 5 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} x^2+2, & x<0 \\ 2e^x, & x \geq 0 \end{cases}$$

a) Avgjør om f er kontinuerlig i $x=0$.

b) Avgjør om f er deriverbar i $x=0$.

Oppgave 6 (6 poeng)

Jelena, Nils og Ahmad spiller basketball. Tenk deg at vi legger et koordinatsystem over banen. Ved et tidspunkt befinner Jelena seg i punktet $J(0,0)$, Nils befinner seg i punktet $N(-1,2)$, og Ahmad befinner seg i punktet $A(1,1)$. Enheten langs aksene er meter.

a) Hvor langt er det mellom Nils og Ahmad?
Gi svaret eksakt.

En basketball ligger i punktet $(-1, a)$, der $a \in \mathbb{R}$. Vektoren som går fra Jelena til ballen, er parallell med vektoren som går fra Nils til Ahmad.

b) Bestem a.

Nils flytter seg til et nytt punkt M. M er det nærmeste punktet som er plassert slik at avstanden mellom Jelena og Nils er $\sqrt{10}$ meter. Vinkelen mellom Nils, Ahmad og Jelena, $\angle MAJ$, er 90 grader.

c) Bestem koordinatene til M.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 **(6 poeng)**

Teknologiselskapet PowBat skal lansere en ny batteriteknologi i en by med 3 millioner husstander. PowBat regner med at antallet husstander som har batteriet t uker etter lanseringen, vil følge modellen S gitt ved

$$S(t) = \frac{2\,500\,000}{1 + 2500 \cdot e^{-0{,}08t}}$$

a) Hvor lang tid vil det ta før halvparten av husstandene i byen har batteriet, ifølge modellen?
b) Bestem $S'(52)$. Gi en praktisk tolkning av svaret.

Det viser seg at konkurrenten BA3 planlegger å lansere et batteri med tilsvarende teknologi samtidig. Dette vil påvirke salget til PowBat.

Etter å ha hørt om planene til BA3 antar PowBat at

- de totalt vil få solgt batteriet sitt til 1,5 millioner husstander
- 500 husstander har batteriet når det lanseres
- flest nye husstander kjøper batteriet i uke 60

c) Bruk antakelsene ovenfor til å finne en ny logistisk modell F for antallet husstander som har batteriet etter t uker.

Oppgave 2 **(6 poeng)**

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2-1$$

og har definisjonsmengden $I=[a,\ b]$ der $a,b\in\mathbb{R}$.

a) Bestem det største intervallet I, slik at f har en omvendt funksjon g når $2\in I$.

b) Bestem stigningstallet til tangenten til grafen til g i punktet $(-10,3)$.

c) Grafen til g har en annen tangent med samme stigningstall som tangenten i punktet $(-10,3)$. Bestem koordinatene til tangeringspunktet.

Oppgave 3 **(3 poeng)**

Amalie arbeider med en funksjon f med delt forskrift og skal vise funksjonsuttrykket til de andre i klassen. Dessverre har hun sølt på arket sitt og klarer ikke å lese alt som står der.

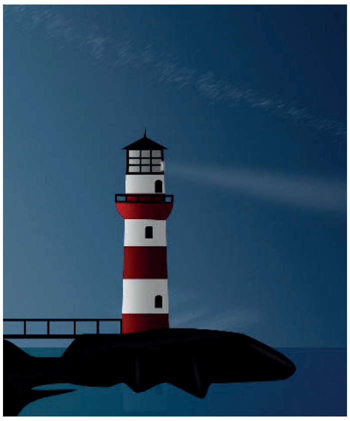
$$f(x)=\begin{cases} -9x-15 & ,\ x\le -2 \\ & ,\ -2<x<1 \\ \dfrac{x^2}{2}-x-\dfrac{7}{2} & ,\ x\ge 1 \end{cases}$$

Hun husker at f er kontinuerlig og deriverbar for alle $x\in\mathbb{R}$.
Hun husker også at det midterste uttrykket er et tredjegradspolynom.
Bruk dette til å bestemme hele funksjonsuttrykket til f.

Oppgave 4 (8 poeng)

Posisjonen $\vec{r}$ til en fiskebåt t timer etter at den drar fra land, er gitt ved

$$\vec{r}(t) = [1+5t,\ 4+8t]$$



Enhetene langs aksene er kilometer.

Farten til en båt måles vanligvis i knop, der 1 knop er 1852 meter per time.

a) Bestem farten til fiskebåten i knop.

Et fyr står i posisjonen $(4, 7)$.

b) Bestem den minste avstanden mellom fiskebåten og fyret.

En fiskestim er i punktet $(1, -3)$ ved tiden $t = 0$, og stimen svømmer med hastigheten $\vec{v}(t) = [4,\ 11]$.

c) Vil fiskebåten treffe fiskestimen?

En annen fiskebåt er i punktet $(-2, 0)$ ved tiden $t = 0$ og holder konstant fart i retning langs $\vec{u} = [6,\ 4]$.

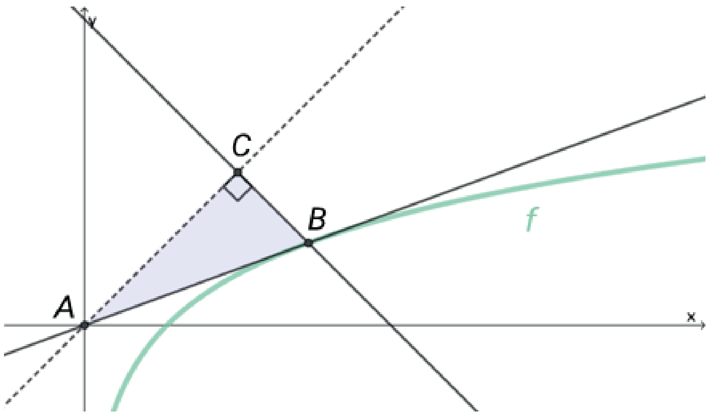
d) Bestem farten denne fiskebåten må holde for å treffe fiskestimen.

Oppgave 5 (4 poeng)

Nedenfor ser du grafen til funksjonen f gitt ved $f(x) = \ln x$.

Et punkt B på grafen til f er plassert slik at tangenten til grafen i punktet B går gjennom $A(0,0)$.

Punktet C er plassert på linja $y = x$ slik at $\angle ACB = 90^\circ$.



a) Bestem eksakte verdier for koordinatene til punktet B.

b) Bestem det eksakte arealet av trekant ABC.

Blank side

Blank side

tips til deg som akkurat har fått eksamensoppgåva:

- Start med å lese oppgåveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

tips til deg som akkurat har fått eksamensoppgaven:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!