

# Eksamen

21.05.2025

MAT1021 Matematikk 1T



Se eksamenstips på baksiden!

# Nynorsk

Eksamensinformasjon	
<b>Eksamenstid</b>	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samtidig. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 2 timar. Etter 2 timar kan du bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
<b>Del utan hjelpemiddel</b>	Du kan bruke vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
<b>Del med hjelpemiddel</b>	Du kan bruke alle hjelpemiddel, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon. Du kan ikkje bruke kunstig intelligens til å generere innhald i svaret ditt.
<b>Framgangsmåte</b>	Delen utan hjelpemiddel har 7 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 6 oppgåver.  Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing.  Bruk av digitale verktøy som rekneark, programmering, grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
<b>Rettleiing om vurderinga</b>	Poeng er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none"><li>• viser rekneferdigheiter og matematisk forståing</li><li>• gjennomfører logiske resonnement</li><li>• ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar</li><li>• kan bruke formålstenlege hjelpemiddel</li><li>• forklarar framgangsmåtar og grunngir svar</li><li>• skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar</li><li>• vurderer om svar er rimelege</li></ul>
<b>Andre opplysningar</b>	Kjelder for bilete, teikningar osv. <ul style="list-style-type: none"><li>• Stetoskop: Pixabay (09.12.2024)</li><li>• Hundemat: Pixabay (10.12.2024)</li><li>• Noah og Johanne: Pixabay (11.05.2021)</li></ul> Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet.

## DEL 1

### Utan hjelpemiddel

#### Oppgåve 1 (2 poeng)

Ein funksjon  $f$  er gitt ved

$$f(x) = \frac{12x - 3}{2x + 1}$$

Bestem likningane for eventuelle asymptotar til grafen til  $f$ .

#### Oppgåve 2 (2 poeng)

Løys ulikskapen

$$x^2 - 4x - 12 < 0$$

#### Oppgåve 3 (1 poeng)

Ein andregradsfunksjon  $f$  har eitt nullpunkt. Grafen til  $f$  skjer  $y$ -aksen i punktet  $(0,9)$ .

Bestem eit mogleg funksjonsuttrykk  $f(x)$  for andregradsfunksjonen.

## Oppgåve 4 (4 poeng)

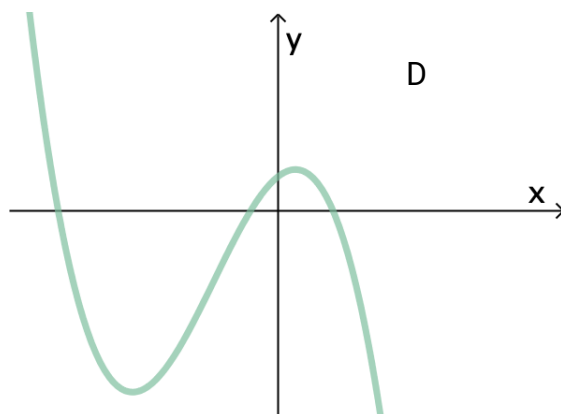
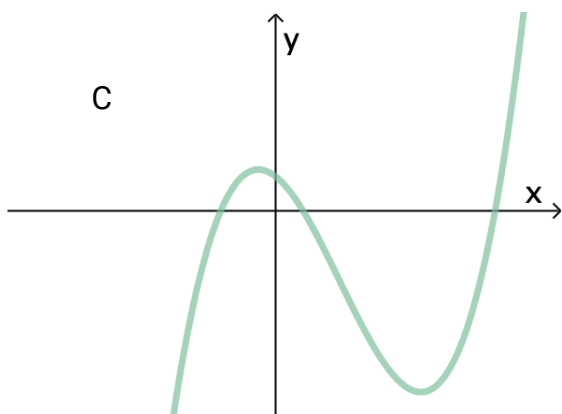
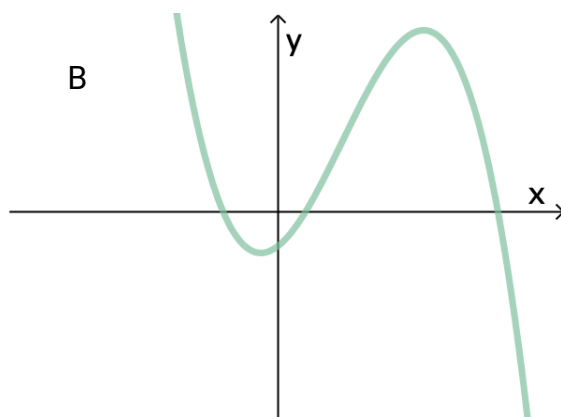
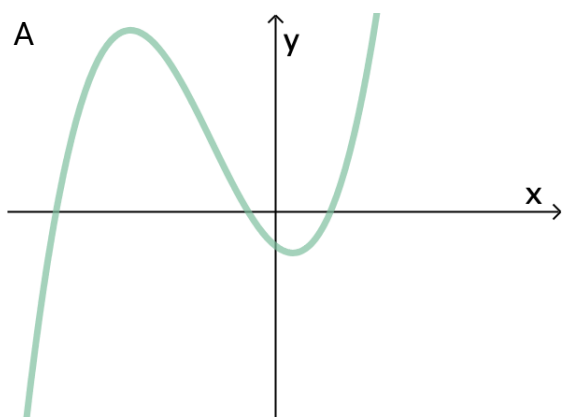
a) L ys likninga

$$x^3 - 7x^2 - 10x + 16 = 0$$

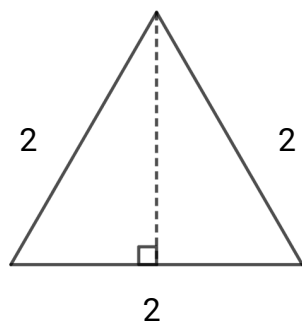
b) Funksjonen  $f$  er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 7x^2 - 10x + 16$$

Kva for ein av grafane nedanfor kan vere grafen til  $f$ ?  
Hugs   grunngi svaret.



## Oppgåve 5 (6 poeng)



- a) Bruk den likesida trekanten ovanfor til å vise at  $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

Gitt ein trekant  $ABC$  der  $AB=10$ ,  $AC=6$  og  $\angle A=30^\circ$

- b) Bestem arealet av trekanten.

Gitt ein trekant  $PQR$  der  $PQ=8$ ,  $PR=3$  og  $\angle P=60^\circ$

- c) Bestem lengda av sida  $QR$ .

## Oppgave 6 (1 poeng)

Kari arbeider med algebraiske uttrykk, likningar og identitetar. Ho prøver å løyse likninga

$$x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

i eit CAS-verktøy og får resultatet  $x = x$ . Sjå nedanfor.

$$x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

Løs:  $\{x = x\}$

Ta utgangspunkt i dette resultatet og forklar Kari kva ein identitet er.

## Oppgave 7 (2 poeng)

Siri har laga programmet nedanfor.

```
1 def f(x):
2     return x ** 2 + 2 * x - 15
3
4 x = - 5
5 verdi = f(x)
6
7 while x <= 5:
8
9     if f(x) < verdi:
10         verdi = f(x)
11
12     x = x + 1
13
14 print(verdi)
```

Kva finn Siri ut når ho køyrer programmet?  
Kva verdi blir skriven ut?

## DEL 2

### Med hjelpemiddel

#### Oppgåve 1 (5 poeng)

Tabellen nedanfor viser antalet registrerte tilfelle av kikhoste i Noreg nokre månader i perioden januar 2023–oktober 2024.

Månad	Januar 2023	Mai 2023	Oktober 2023	Februar 2024	August 2024	Oktober 2024
Antal registrerte tilfelle	29	93	164	284	1035	1657

La  $x$  vere antal månader etter desember 2022, det vil seie at  $x=1$  svarer til januar 2023,  $x=3$  svarer til mars 2023, og så vidare.

- a) Bruk opplysningane ovanfor til å vise at funksjonen  $K$  gitt ved

$$K(x) = 27,8 \cdot 1,2^x$$

er ein god modell for antalet registrerte tilfelle av kikhoste i Noreg i perioden januar 2023–oktober 2024.



- b) Bestem stigningstalet til den rette linja som går gjennom punkta  $(4, K(4))$  og  $(21, K(21))$ . Gi ei praktisk tolking av svaret du får.
- c) Kor mange tilfelle av kikhoste vil bli registrerte i Noreg i mai 2025 ifølgje modellen?

## Oppgåve 2 (2 poeng)

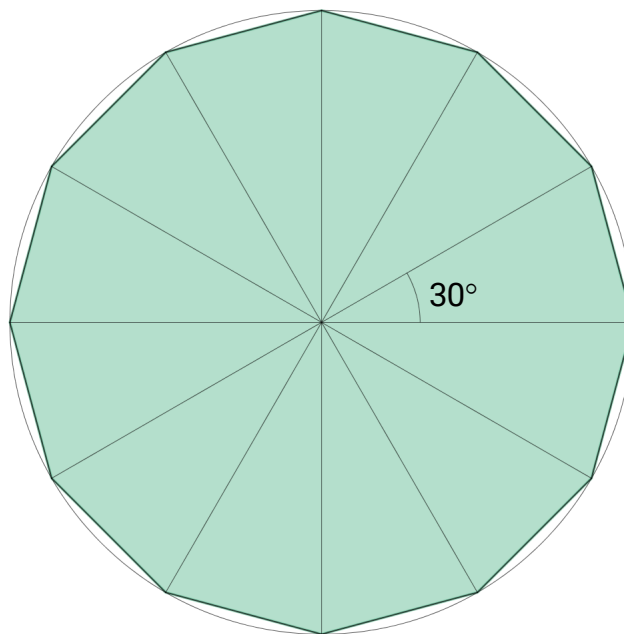


Ein butikk sel små og store sekkar med hundemat. Dei små sekkane veg 4,5 kg, og dei store veg 12 kg.

Ein dag selde butikken 80 sekkar. Sekkane vog til saman 720 kg.

Kor mange små og kor mange store sekkar selde butikken denne dagen?

## Oppgåve 3 (4 poeng)



Ein tolvkant er innskriven i ein sirkel. Sjå figuren ovanfor. Tolvkanten er sett saman av tolv like store likebeinte trekantar. Arealet av tolvkanten er 120.

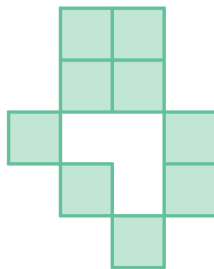
- a) Bestem diameter i sirkelen.  
Gi svaret eksakt.
  
- b) Bestem omkretsen av tolvkanten.  
Gi svaret eksakt.



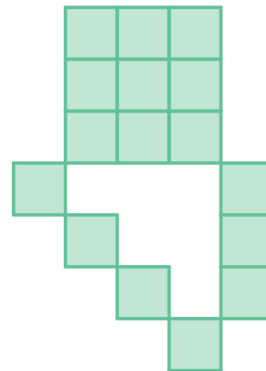
## Oppgåve 4 (5 poeng)



Figur 1



Figur 2



Figur 3

Ovanfor ser du tre figurar. Figurane er sette saman av små grøne kvadrat. Tenk deg at du skal fortsetje å lage figurar etter same mønsteret.

Du skal lage eit program som bereknar og skriv ut kor mange små grøne kvadrat det vil vere i kvar av dei 20 første figurane.

- Set opp ein algoritme du kan bruke for å lage programmet.
- Ta utgangspunkt i algoritmen fr  oppgåve a) og lag programmet.

Tenk deg at du har 1 000 000 små kvadrat. Du startar med å lage figur 1 og held så fram med å lage figur 2, figur 3 osv.

- Lag eit program som du kan bruke for å finne ut kor mange figurar du kan lage, og kor mange små kvadrat du har igjen når du har laga alle figurane.

## Oppgave 5 (6 poeng)

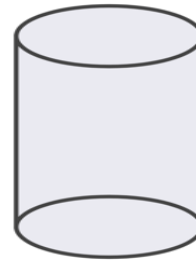
Isabel er industridesigner. Ho arbeider med eit design på boksar med form som sylindrar.

Formel for å rekne ut volumet av ein boks med radius  $r$  og høgd  $h$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Formel for å rekne ut arealet av overflata av boksen

$$O = \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$



Isabel lurer på kor stor radius ho bør velje og kor høge boksane må vere, når kvar boks skal ha

- eit volum  $V$  på  $450 \text{ cm}^3$
- minst mogleg overflate  $O$

Isabel ser at når ho har gitt volum og radius, kan ho rekne ut høgda ved å bruke formelen  $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

a) Lag ei oversikt som vist nedanfor. Gjer berekningar og fyll inn verdiane som manglar.

Radius, $r$ (cm)	Høyde, $h$ (cm)	Overflate, $O$ (cm <sup>2</sup> )	Volum, $V$ (cm <sup>3</sup> )
2	35,8	462,6	450
4			450
6			450
8			450

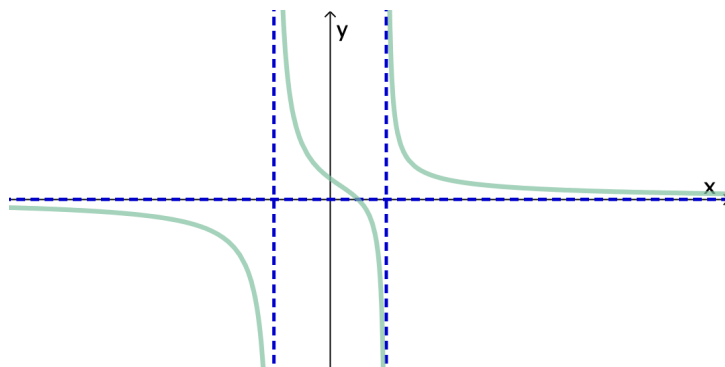
Isabel ønskjer å lage ein modell som viser overflata av ulike boksar ho kan lage ved å endre radius.

- b) Set opp eit funksjonsuttrykk Isabel kan bruke, og lag ei grafisk framstilling som viser samanhengen mellom radius og overflate.
- c) Kor stor må radius i boksane vere for at overflata skal bli minst mogleg?  
Kor stor blir overflata då?

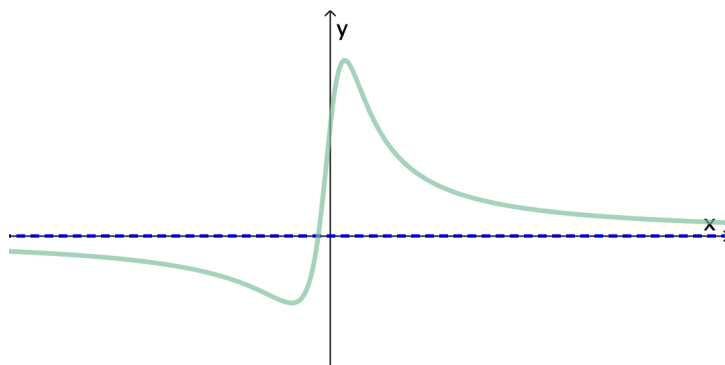
## Oppgåve 6 (4 poeng)

Klassen til Noah og Johanne arbeider med rasjonale funksjonar. Læraren har teikna grafane til to rasjonale funksjonar  $f$  og  $g$  og bede elevane undersøkje korleis funksjonsuttrykka kan sjå ut.

Grafen til  $f$



Grafen til  $g$



Grafen til  $f$  har to vertikale asymptotar.  
Korleis må nemnaren i brøken d  sj  ut?

Eg trur eg veit det! Tenk på korleis vi har funne  
den vertikale asymptoten til dei rasjonale  
funksjonane vi har arbeidd med tidlegare.



Ja! D  skjønner eg også korleis nemnaren til  $g$   
kan sjå ut! Den grafen har jo ingen vertikale asymptotar!

Vi må passe på at nullpunktet, skjeringspunktet med  
 $y$  – aksen og den horisontale asymptoten også blir riktig.



Hjelp Noah og Johanne med å finne fram til eit mogleg funksjonsuttrykk  $f(x)$  for funksjonen  $f$  og eit mogleg funksjonsuttrykk  $g(x)$  for funksjonen  $g$ .

Hugs å argumentere for dine val av funksjonsuttrykk.

# Bokmål

Eksamensinformasjon	
<b>Eksamenstid</b>	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 2 timer. Etter 2 timer kan du bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
<b>Del uten hjelpemidler</b>	Du kan bruke vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
<b>Del med hjelpemidler</b>	Du kan bruke alle hjelpemidler, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon. Du kan ikke bruke kunstig intelligens til å generere innhold i besvarelsen din.
<b>Framgangsmåte</b>	Delen uten hjelpemidler har 7 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 6 oppgaver.  Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling.  Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.
<b>Veiledning om vurderingen</b>	Poeng er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none"><li>• viser regneferdigheter og matematisk forståelse</li><li>• gjennomfører logiske resonnementer</li><li>• ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner</li><li>• kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler</li><li>• forklarer framgangsmåter og begrunner svar</li><li>• skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevnninger, tabeller og grafiske framstillinger</li><li>• vurderer om svar er rimelige</li></ul>
<b>Andre opplysninger</b>	Kilder for bilder, tegninger osv. <ul style="list-style-type: none"><li>• Stetoskop: Pixabay (09.12.2024)</li><li>• Hundemat: Pixabay (10.12.2024)</li><li>• Noah og Johanne: Pixabay (11.05.2021)</li></ul> Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

## DEL 1

### Uten hjelpemidler

#### Oppgave 1 (2 poeng)

En funksjon  $f$  er gitt ved

$$f(x) = \frac{12x - 3}{2x + 1}$$

Bestem likningene for eventuelle asymptoter til grafen til  $f$ .

#### Oppgave 2 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$x^2 - 4x - 12 < 0$$

#### Oppgave 3 (1 poeng)

En andregradsfunksjon  $f$  har ett nullpunkt. Grafen til  $f$  skjærer  $y$ -aksen i punktet  $(0,9)$ .

Bestem et mulig funksjonsuttrykk  $f(x)$  for andregradsfunksjonen.

## Oppgave 4 (4 poeng)

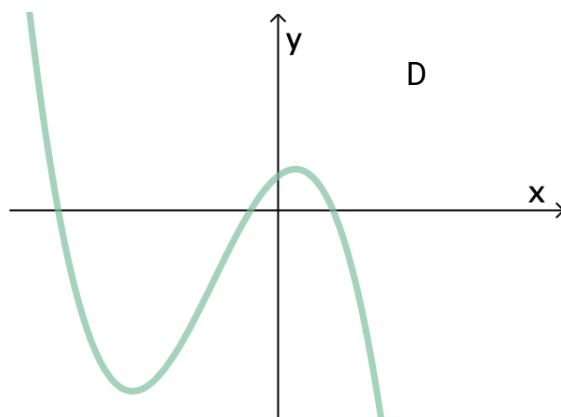
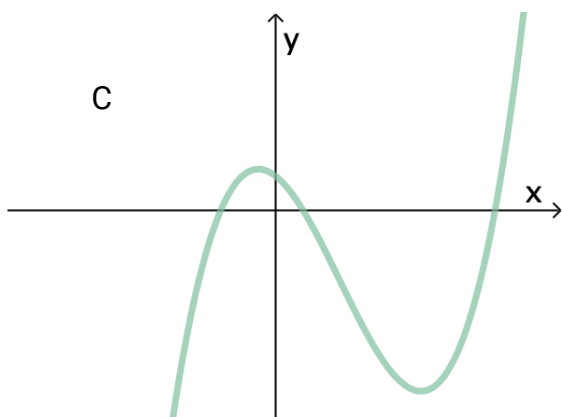
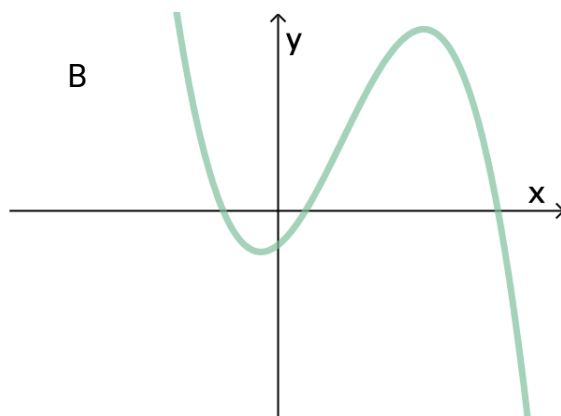
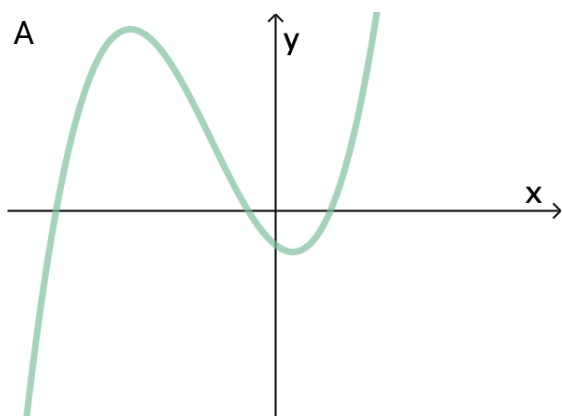
a) Løs likningen

$$x^3 - 7x^2 - 10x + 16 = 0$$

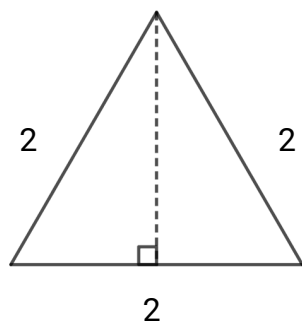
b) Funksjonen  $f$  er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 7x^2 - 10x + 16$$

Hvilken av grafene nedenfor kan være grafen til  $f$ ?  
Husk å begrunne svaret.



## Oppgave 5 (6 poeng)



- a) Bruk den likesidede trekanten ovenfor til å vise at  $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

Gitt en trekant  $ABC$  der  $AB=10$ ,  $AC=6$  og  $\angle A=30^\circ$

- b) Bestem arealet av trekanten.

Gitt en trekant  $PQR$  der  $PQ=8$ ,  $PR=3$  og  $\angle P=60^\circ$

- c) Bestem lengden av siden  $QR$ .

## Oppgave 6 (1 poeng)

Kari arbeider med algebraiske uttrykk, likninger og identiteter. Hun prøver å løse likningen

$$x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

i et CAS-verktøy og får resultatet  $x = x$ . Se nedenfor.

$$x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

Løs:  $\{x = x\}$

Ta utgangspunkt i dette resultatet og forklar Kari hva en identitet er.

## Oppgave 7 (2 poeng)

Siri har laget programmet nedenfor.

```
1 def f(x):
2     return x ** 2 + 2 * x - 15
3
4 x = - 5
5 verdi = f(x)
6
7 while x <= 5:
8
9     if f(x) < verdi:
10        verdi = f(x)
11
12    x = x + 1
13
14 print(verdi)
```

Hva finner Siri ut når hun kjører programmet?  
Hvilken verdi skrives ut?



## DEL 2

### Med hjelpemidler

#### Oppgave 1 (5 poeng)

Tabellen nedenfor viser antallet registrerte tilfeller av kikhoste i Norge noen måneder i perioden januar 2023–oktober 2024.

Måned	Januar 2023	Mai 2023	Oktober 2023	Februar 2024	August 2024	Oktober 2024
Antall registrerte tilfeller	29	93	164	284	1035	1657

La  $x$  være antall måneder etter desember 2022, det vil si at  $x=1$  tilsvarer januar 2023,  $x=3$  tilsvarer mars 2023, og så videre.

- a) Bruk opplysningene ovenfor til å vise at funksjonen  $K$  gitt ved

$$K(x) = 27,8 \cdot 1,2^x$$

er en god modell for antall registrerte tilfeller av kikhoste i Norge i perioden januar 2023–oktober 2024.



- b) Bestem stigningstallet til den rette linjen som går gjennom punktene  $(4, K(4))$  og  $(21, K(21))$ . Gi en praktisk tolkning av svaret du får.
- c) Hvor mange tilfeller av kikhoste vil bli registrert i Norge i mai 2025 ifølge modellen?

## Oppgave 2 (2 poeng)

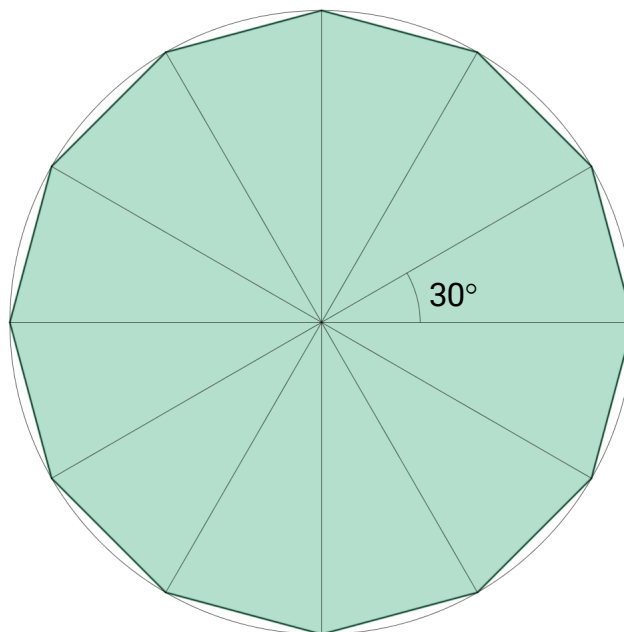


En butikk selger små og store sekker med hundemat. De små sekkene veier 4,5 kg, og de store veier 12 kg.

En dag solgte butikken 80 sekker. Sekkene veide til sammen 720 kg.

Hvor mange små og hvor mange store sekker solgte butikken denne dagen?

## Oppgave 3 (4 poeng)



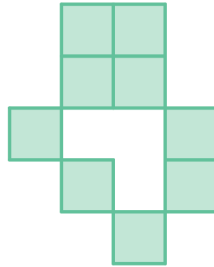
En tolvkant er innskrevet i en sirkel. Se figuren ovenfor. Tolvkanten er satt sammen av tolv like store likebeinte trekanter. Arealet av tolvkanten er 120.

- a) Bestem diameter i sirkelen.  
Gi svaret eksakt.
  
- b) Bestem omkretsen av tolvkanten.  
Gi svaret eksakt.

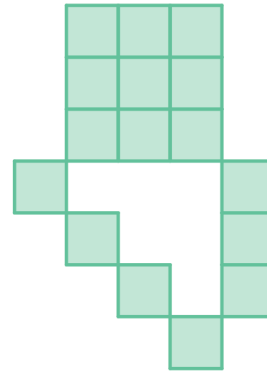
## Oppgave 4 (5 poeng)



Figur 1



Figur 2



Figur 3

Ovenfor ser du tre figurer. Figurene er satt sammen av små grønne kvadrater. Tenk deg at du skal fortsette å lage figurer etter samme mønster.

Du skal lage et program som beregner og skriver ut hvor mange små grønne kvadrater det vil være i hver av de 20 første figurene.

- a) Sett opp en algoritme du kan bruke for å lage programmet.
- b) Ta utgangspunkt i algoritmen fra oppgave a) og lag programmet.

Tenk deg at du har 1 000 000 små kvadrater. Du starter med å lage figur 1 og fortsetter så med å lage figur 2, figur 3 osv.

- c) Lag et program som du kan bruke for å finne ut hvor mange figurer du kan lage, og hvor mange små kvadrater du har igjen når du har laget alle figurene.

## Oppgave 5 (6 poeng)

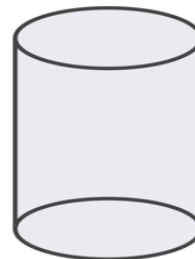
Isabel er industridesigner. Hun arbeider med et design på bokser med form som sylindre.

Formel for å regne ut volumet av en boks med radius  $r$  og høyde  $h$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Formel for å regne ut arealet av overflaten av boksen

$$O = \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$



Isabel lurer på hvor stor radius hun bør velge og hvor høye boksene må være, når hver boks skal ha

- et volum  $V$  på  $450 \text{ cm}^3$
- minst mulig overflate  $O$

Isabel ser at når hun har gitt volum og radius, kan hun regne ut høyden ved å bruke formelen  $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

a) Lag en oversikt som vist nedenfor. Gjør beregninger og fyll inn verdiene som mangler.

Radius, $r$ (cm)	Høyde, $h$ (cm)	Overflate, $O$ ( $\text{cm}^2$ )	Volum, $V$ ( $\text{cm}^3$ )
2	35,8	462,6	450
4			450
6			450
8			450

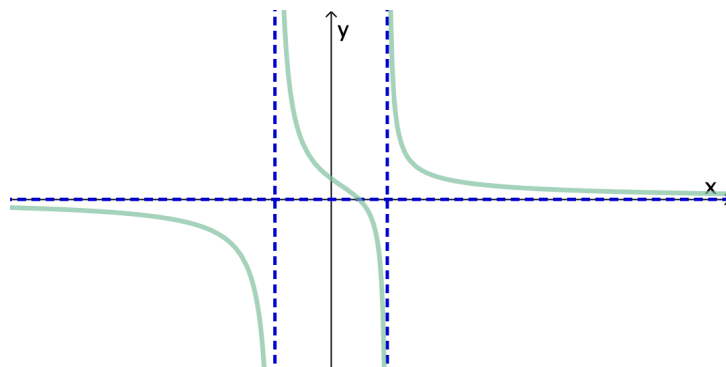
Isabel ønsker å lage en modell som viser overflaten av ulike bokser hun kan lage ved å endre radius.

- b) Sett opp et funksjonsuttrykk Isabel kan bruke, og lag en grafisk framstilling som viser sammenhengen mellom radius og overflate.
- c) Hvor stor må radius i boksene være for at overflaten skal bli minst mulig? Hvor stor blir overflaten da?

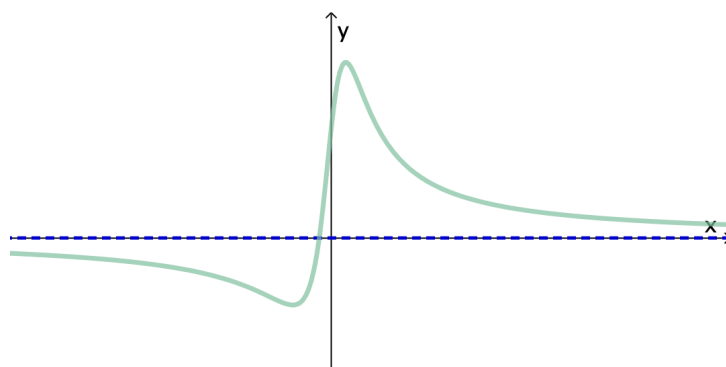
## Oppgave 6 (4 poeng)

Klassen til Noah og Johanne arbeider med rasjonale funksjoner. Læreren har tegnet grafene til to rasjonale funksjoner  $f$  og  $g$  og bedt elevene undersøke hvordan funksjonsuttrykkene kan se ut.

Grafen til  $f$



Grafen til  $g$



Grafen til  $f$  har to vertikale asymptoter.  
Hvordan må nevneren i brøken da se ut?

Jeg tror jeg vet det! Tenk på hvordan vi har funnet  
den vertikale asymptoten til de rasjonale  
funksjonene vi har arbeidet med tidligere.



Ja! Da skjønner jeg også hvordan nevneren til  $g$   
kan se ut! Den grafen har jo ingen vertikale asymptoter!

Vi må passe på at nullpunktet, skjæringspunktet med  
 $y$  – aksen og den horisontale asymptoten også blir riktig.



Hjelp Noah og Johanne med å finne fram til et mulig funksjonsuttrykk  $f(x)$  for funksjonen  $f$  og et mulig funksjonsuttrykk  $g(x)$  for funksjonen  $g$ .

Husk å argumentere for dine valg av funksjonsuttrykk.

**Blank side**

**Blank side**

### **TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:**

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

**Lykke til!**

### **TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:**

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

**Lykke til!**