Del 1 (Uten hjelpemidler)

Oppgave 1 (2 poeng)

Påstand	Sann / Usann	Begrunnelse
Nesten $\frac{2}{3}$ av elevene spiser lunsj på skolen 5 dager i uka.	Sann	65 % av elevene spiser lunsj 5 dager i uka. Det er "nesten" $\frac{2}{3} \approx 66{,}6\%$ som påstanden sier.
Det er litt mer enn tre ganger så mange elever som spiser lunsj på skolen 5 dager i uka, enn de som spiser grønnsaker, frukt og bær på skolen 5 dager i uka.	Sann	65 % spiser lunsj 5 dager i uka. 21 % spiser frukt/grønt 5 dager i uka. $3 \cdot 21\% = 63\%$, og 65 % > 63 %. Dermed er det litt mer enn tre ganger så mange.
60 % av ungdommene spiser grønnsaker, frukt eller bær 3 dager eller mer i uka.	Usann	Bare 21 % (5 dager) + 17 % (3–4 dager) = 38 % spiser frukt/grønt 3 dager eller mer. Det er langt under 60 %.
$\frac{1}{4}$ av elevene spiser lunsj på skolen 1–4 dager i uka.	Sann	17% (3–4 dager) + 8 % (1–2 dager) = 25%.

Oppgave 2 (2 poeng)

a)

Vi finner andel ved å dele delen på hele

$$\frac{11}{20} = \frac{11 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{55}{100} = 55\%$$

Alternativ 3 er riktig

b)

Etter de ti nye skuddene har Sander skutt totalt 30 skudd.

Totalt antall skårede skudd

$$60\%\ av\ 30 = \frac{60 \cdot 30}{100} = \frac{1800}{100} = 18$$

Sander hadde allerede skåret 11 skudd i de første kampene. Derfor er antall skårede skudd i de ti nye skuddene: $18 - 11 = 7\ skudd.$

Svar: Sander skåret på 7 av de 10 siste skuddene.

Oppgave 3 (1 poeng)

Metode 1:

$1600 - 1440 = 160$

Dette er pris for 8 salater

En salat koster

$\frac{160}{8} = 20\ kr$

$30 \text{ salater koster } 30 \cdot 20 = 600\ kr$

En bagett koster

$$\frac{1600 - 600}{40} = \frac{1000}{40} = 25\ kr$$

Metode 2:

La s =hvor mye koster en salat

b= hvor mye koster en banget

$$(1) \qquad 30s + 40b = 1600$$

$$(2) \qquad 22s + 40b = 1440$$

Vi løser dem sammen ved å regne 40b fra første ligning og sette den i andre ligningen

$(1) \qquad 40b = 1600 - 30s$

$(2) \qquad 22s + 1600 - 30s = 1440$

$(2) \qquad 1600 - 8s = 1440$

$(2) \qquad 1600 - 1440 = 8s$

$(2) \qquad 160 = 8s$

$(2) \qquad \frac{160}{8} = \frac{8s}{8}$

$(2) \qquad s = 20$

$(1) \qquad 40b = 1600 - 30 \cdot 20$

$(1) \qquad 40b = 1600 - 600$

$(1) \qquad 40b = 1000 \Rightarrow b = \frac{10700}{40} = 25\ kr$

Oppgave 4 (1poeng)

Vi velger to punkter på grafen som er enkle å lese av og regne med

$(0, \quad 6), \quad (30, \quad 0)$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-6}{30-0} = \frac{-6}{30} = -0{,}2 \ \ liter/\ mil$$

Negativ stigning fordi antall liter bensin i tanken minker med 0,2 liter per kjørt mil.

Dette betyr at mopeden forbruker i gjennomsnitt 0,2 liter bensin per kjørt mil.

Oppgave 5 (2 poeng)

a) Vi velger noen fornuftige dimensjoner

$Lengde = 50\ cm$

$Bredde = 30\ cm$

$Høyde = 80\ cm$

b) Volum er gitt ved

$V = G \cdot h \quad = l \cdot b \cdot h$

$= 50 \cdot 30 \cdot 80 = 120\,000\ cm^3 = 120000 ml = 120\ l$

Kofferten til Frida rommer 120 liter.

Oppgave 6 (2 poeng)

a) Vi setter inn for a og b

$(a+4)\cdot(b-4)=36$

$(2+4)\cdot(10-4)=36$

$6\cdot 6=36$

$36=36$

Uttrykket stemmer siden begge sider er like

b)

Vi velger a=4 og b=10

$(a+2)\cdot(b-6)=24$

$(4+2)\cdot(10-6)=24$

$6\cdot 4=24$

$24=24$

Uttrykket stemmer siden begge sider er like

Det finnes flere løsninger fordi det er to variabler som skal settes inn da én av dem kan velges fritt og den andre kan regnes.

$(a+2)\cdot(b-6)=24$

$(a+2)=\frac{24}{(b-6)}$

$a=\frac{24}{(b-6)}-2$

Her $(a\neq -2)\ og\ b\neq 6$

Vi ser for hver verdi av b kan vi finne én verdi for a

Oppgave 7 (2 poeng)

a)

Programmet tar tre lengder som input— a, b og c —hvor c er hypotenusen, altså den lengste siden i trekanten. Det sjekker om trekanten er rettvinklet ved å bruke Pytagoras' læresetning:

Hvis likningen stemmer, skriver programmet ut "Trekanten er rettvinklet". Hvis ikke, skriver det "Trekanten er ikke rettvinklet".

b)

Vi setter inn verdiene i Pytagoras' formel:

$$8^2 = 5^2 + 6^2$$

$$64 = 25 + 36$$

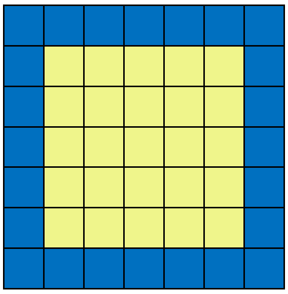
$$64 = 61$$

Likningen stemmer ikke, så programmet vil skrive ut "Trekanten er ikke rettvinklet".

Del 2 (Med hjelpemidler)

Oppgave 1 (3 poeng)

a)



Figur 5

b)

Vi lager oversikt i Excel eller Google regneark

	A	B	C	D
1	Figur	Antall blå kvadrater	Antall gule kvadrater	Det totale antallet kvadrater
2	1	8	1	9
3	2	12	4	16
4	3	16	9	25
5	4	20	16	36
6	5	24	25	49
7	6	28	36	64
8	7	32	49	81
9	8	36	64	100
10	9	40	81	121
11	10	44	100	144
12				

c) Figurene består av små kvadrater som danner større kvadrater, hvor hver side har to flere små kvadrater enn figurnummeret. De gule kvadratene utgjør et kvadrat med sidelengder som tilsvarer figurnummeret.

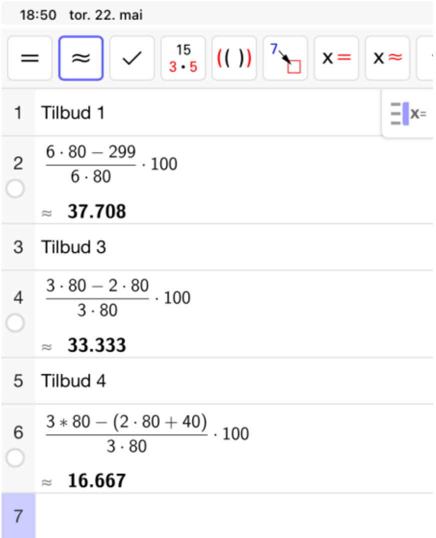
Figur	Antall blå kvadrater	Antall gule kvadrater	Det totale antallet kvadrater
1	$8 = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1$	1^2	$(1+2)^2$
2	$12 = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 2$	2^2	$(2+2)^2$
3	$16 = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 3$	3^3	$(3+2)^2$
4	$20 = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 4$	4^3	$(4+2)^2$
n	$F(n) = 2 \cdot (n+2) + 2 \cdot n$ $F(n) = 4 \cdot n + 4$	n^2	$(n+2)^2$

Man kan også regne ut formelen ved å trekke antall gule kvadrater fra det totale

$$F(n) = (n+2)^2 - n^2 = n^2 + 4n + 4 - n^2 = 4n + 4$$

Oppgave 2 (2 poeng)

Vi løser oppgaven i Geogebra CAS:



Tilbud 1 er det mest gunstige, med lavest pris per par (37,7%). Dette tilbudet gir deg den største besparelsen per par sokker sammenlignet med de andre tilbudene. Tilbud 4 er dårligst av alle.

Hvilket tilbud er best er også avhengig av hvor mange du trenger å kjøpe. Vi lager en oversikt

Beste tilbud basert på antall par sokker

Antall par	Beste tilbud	Totalpris	Rabatt (%)	Begrunnelse
1	Tilbud 2 (25%)	60 kr	25 %	Eneste tilbud som gjelder for 1 par.
2	Tilbud 2 (25%)	120 kr	25 %	Billigere enn å måtte kjøpe 3 par for å få rabatt.
3	Tilbud 3 (3 for 2)	160 kr	33,3 %	Får 3 par for prisen av 2 (spar 80 kr).
4	Tilbud 2 (25%)	240 kr	25 %	Samme pris som Tilbud 3 + 1 par til fullpris, men enklere.
5	Tilbud 2 (25%)	300 kr	25 %	Billigere enn å kombinere andre tilbud.
6	Tilbud 1 (6 for 299)	299 kr	37,7 %	Best pris per par (49,83 kr vs. 60 kr ved Tilbud 2).
7	Tilbud 1 + Tilbud 2	359 kr	ca. 35 %	6 par (299 kr) + 1 par (60 kr).
9	2× Tilbud 1	598 kr	37,7 %	6 par (299 kr) × 2 = 12 par er enklere og bedre enn 6+3 med Tilbud 3.

Oppgave 3 (2 poeng)

a) 20000: er startverdien eller gammel verdien

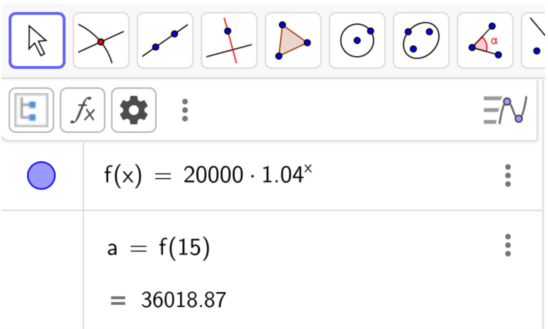
1,04: vekstfaktor noe som betyr at startvedien øker med

$$1{,}04 \cdot 100\% - 100\% = 104\% - 100 = 4\%$$

hvert år.

x: er antall år pengene skal stå i banken

b) Vi bruker Geogebra algebrafelt til å løse oppgaven



Fra skjermbildet ser vi at beløpet vokser til 36018,87 kr etter 15 år.

Man kan også regne svaret ved å bruke kalkulator:

$$f(15) = 20000 \cdot 1{,}04^{15} = 36018{,}87\ kr$$

Oppgave 4 (2 poeng)

a) Når vi kaster en vanlig sekssidet terning, har vi **6 mulige utfall**: 1, 2, 3, 4, 5, og 6.

Vi ser at **halvparten av utfallene** er partall (2, 4, 6), og halvparten er oddetall (1, 3, 5).

Sannsynligheten for at terningen viser **et partall** er:

$$P(terning\ viser\ partall) = \frac{Antall\ gunstige}{Antall\ mulige} = \frac{3}{6} = 0{,}5 = 50\%$$

Sannsynligheten for at terningen viser **et oddetall** er:

$$P(terning\ viser\ oddetall) = \frac{Antall\ gunstige}{Antall\ mulige} = \frac{3}{6} = 0{,}5 = 50\%$$

Siden sannsynligheten er lik for begge hendelser, kan vi si at dette er en **rettferdig fordeling**.

b) For at ballene skal ha ulik farge, må vi enten trekke *rosa først og gul deretter*, eller *gul først og rosa deretter*.

$$P(Ulik\ farge) = P(rosa\ og\ gul) + P(gul\ og\ rosa)$$
$$= \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{12} + \frac{4}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} = 0{,}667 = 66{,}7\%$$

For at ballene skal ha samme farge, må begge være enten *rosa* eller *gule*.

$$P(Samme\ farge) = P(rosa\ og\ rosa) + P(gul\ og\ gul)$$
$$= \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{12} + \frac{2}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} = 0{,}333 = 33{,}3\%$$

Vi kan også finne denne sannsynligheten ved å bruke **loven om motsatt sannsynlighet**:

$$P(Samme\ farge) = 1 - P(\ Ulik\ farge) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} = 33{,}3\%$$

Ettersom sannsynligheten for de to hendelsene **ikke er lik**, er dette **ikke en rettferdig fordeling**.

Oppgave 5 (3 poeng)

a) Vi bruker regneark for å regne sentralmål og spredningsmål for tidsbruk, fordelt på kjønn og for hele klassen.

	A	B	C	D	E	F
1	Antall timer brukt på mobilen en gjennomsnittlig dag, fordelt på jenter og gutter					
2		Jenter			Gutter	
3	2	5	1	3	2	1
4	3	3	6	1	2	2
5	2	3	5	7	3	3
6	5	2	3	5	2	1
7	3	4		6	4	2
8						
9		Jenter	Gutter	Hele		
10	Gjennomsnitt	3,4	2,9	3,1		
11	Median	3	2	3		
12	Typetall	3	2	2		
13	Maksverdi	6	7	7		
14	MinVerdi	1	1	1		
15	Variasjonsbredde	5	6	6		
16						
17						
18	Tid i timer	Frekvens jenter	Frekvens gutter	Frekvens hele klassen		
19	1	1	3	4		
20	2	3	5	8		
21	3	5	3	8		
22	4	1	1	2		
23	5	3	1	4		
24	6	1	1	2		
25	7	0	1	1		

Med formler

	A	B	C	D	E	F
1	Antall timer brukt på mobilen en gjennomsnittlig dag, fordelt på jenter og gutter					
2		Jenter			Gutter	
3	2	5	1	3	2	1
4	3	3	6	1	2	2
5	2	3	5	7	3	3
6	5	2	3	5	2	1
7	3	4		6	4	2
8						
9		Jenter	Gutter	Hele		
10	Gjennomsnitt	=GJENNOMSNITT(A3:C7)	=GJENNOMSNITT(D3:F7)	=GJENNOMSNITT(A3:F7)		
11	Median	=MEDIAN(A3:C7)	=MEDIAN(D3:F7)	=MEDIAN(A3:F7)		
12	Typetall	=MODUS(A3:C7)	=MODUS(D3:F7)	=MODUS(A3:F7)		
13	Maksverdi	=MAKSA(A3:C7)	=MAKSA(D3:F7)	=MAKSA(A3:F7)		
14	MinVerdi	=MIN(A3:C7)	=MIN(D3:F7)	=MIN(A3:F7)		
15	Variasjonsbredde	=B13-B14	=C13-C14	=D13-D14		
16						
17						
18	Tid i timer	Frekvens jenter	Frekvens gutter	Frekvens hele klassen		
19	1	=ANTALL.HVIS($A$3:$C$7;A19)	=ANTALL.HVIS($D$3:$F$7;A19)	=ANTALL.HVIS($A$3:$F$7;A19)		
20	2	=ANTALL.HVIS($A$3:$C$7;A20)	=ANTALL.HVIS($D$3:$F$7;A20)	=ANTALL.HVIS($A$3:$F$7;A20)		
21	3	=ANTALL.HVIS($A$3:$C$7;A21)	=ANTALL.HVIS($D$3:$F$7;A21)	=ANTALL.HVIS($A$3:$F$7;A21)		
22	4	=ANTALL.HVIS($A$3:$C$7;A22)	=ANTALL.HVIS($D$3:$F$7;A22)	=ANTALL.HVIS($A$3:$F$7;A22)		
23	5	=ANTALL.HVIS($A$3:$C$7;A23)	=ANTALL.HVIS($D$3:$F$7;A23)	=ANTALL.HVIS($A$3:$F$7;A23)		
24	6	=ANTALL.HVIS($A$3:$C$7;A24)	=ANTALL.HVIS($D$3:$F$7;A24)	=ANTALL.HVIS($A$3:$F$7;A24)		
25	7	=ANTALL.HVIS($A$3:$C$7;A25)	=ANTALL.HVIS($D$3:$F$7;A25)	=ANTALL.HVIS($A$3:$F$7;A25)		

Konklusjon for gutter og jenter

- **Typisk bruk:** Jenter bruker mer tid på mobil enn gutter (median: 3 timer vs. 2 timer). For jenter er det vanlig å bruke 3 timer daglig, mens gutter typisk bruker 2 timer.
- **Spredning:** Gutter har større variasjon i mobilbruk, med flere ekstreme verdier.

Valg av sentralmål: Både for gutter og jenter er median eller typetall mer egnet som sentralmål, siden variasjonsbredden er stor. For hele klassen er median og gjennomsnitt nesten like, og begge kan brukes.

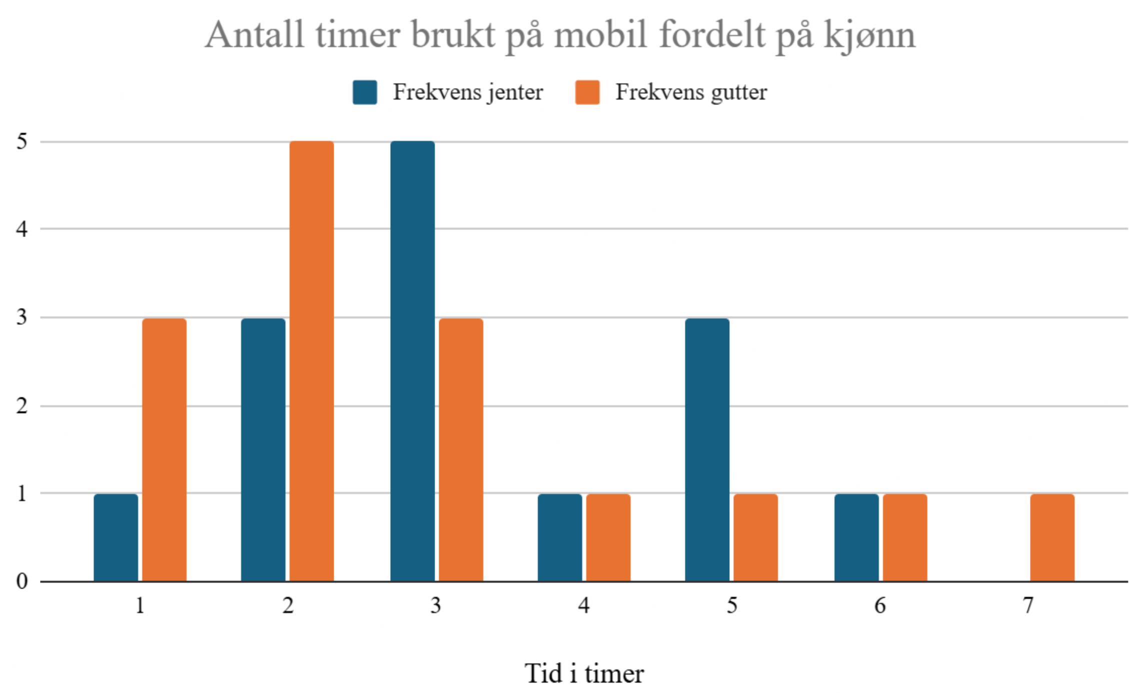
Konklusjon for hele klassen

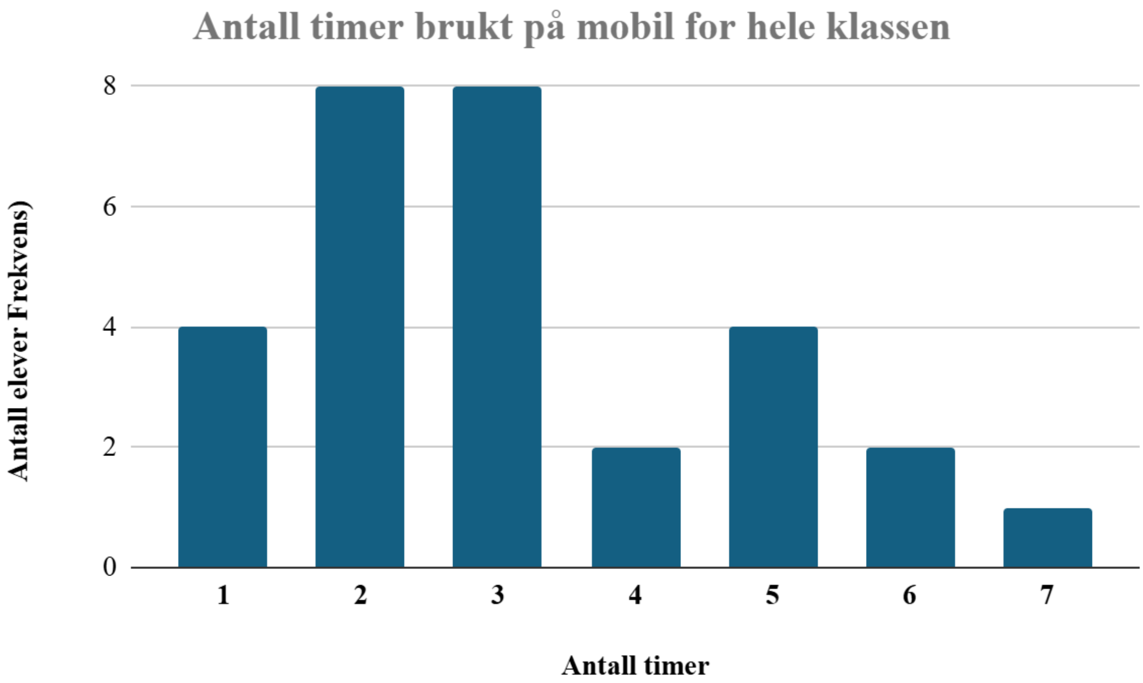
- **Typisk bruk:** De fleste i klassen bruker mobilen 3 timer per dag, både median og typetall bekrefter dette. Klassen bruker i gjennomsnitt 3 timer på mobil daglig.
- **Spredning:** Det er stor variasjon i mobilbruk – noen bruker svært lite (1 time), mens andre bruker betydelig mer (7 timer).

Merk at for hele klassen er det to typetall (2 og 3) siden begge er gjentatt 8 ganger.

b)

Vi lager frekvenstabell i regneark og bruker denne til å lage et stolpediagram som illustrerer mobilbruk i klassen, fordelt på kjønn og for hele klassen (se skjermbildet over)

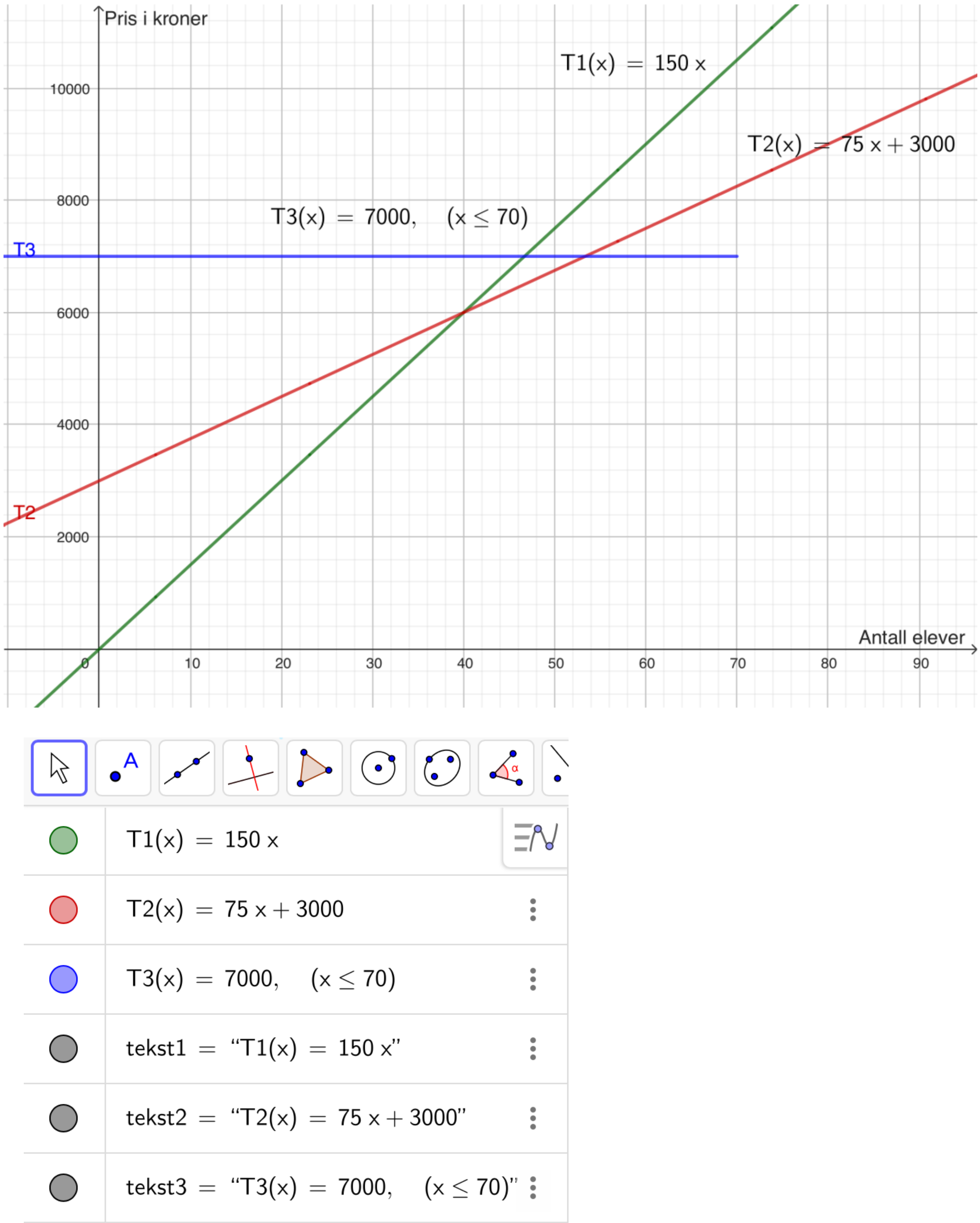




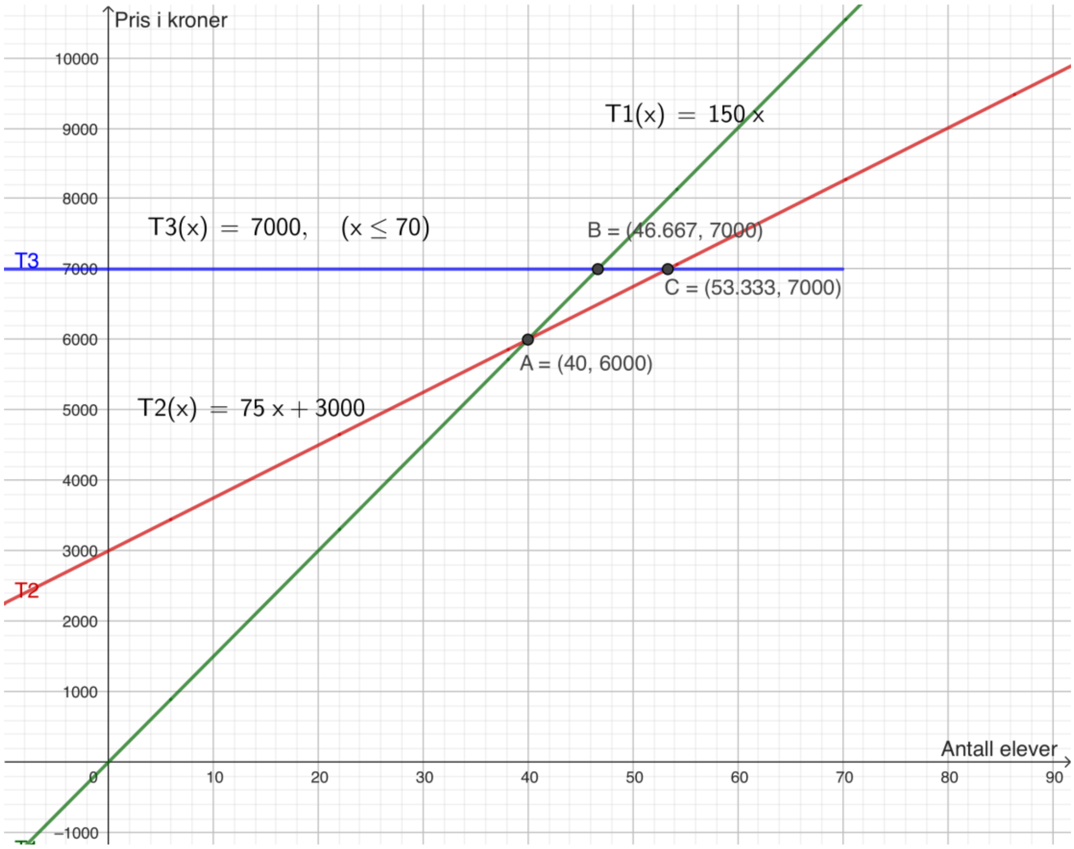
Vi ser fra diagrammene at jenter bruker mer tid på mobil enn gutter generelt og hele klassen bruker typisk 2 eller 3 timer på mobilen en gjennomsnittlig dag.

Oppgave 6 (3 poeng)

a) Vi tegner alle tre funksjonene i samme koordinatsystem ved bruk av graftegneren i Geogebra.



b) Vi finner skjæringspunkter mellom alle grafene



A = Skjæring(T2, T1)
= (40, 6000)

B = Skjæring(T3, T1, (46.667, 7000))
= (46.667, 7000)

C = Skjæring(T3, T2, (53.333, 7000))
= (53.333, 7000)

Vi ser fra skjermbildet at:

- Antall elever er 40 eller færre: Tilbud 1 er best (Den grønne grafen ligger under de to andre)

- Antall elever mellom 40 og 53: Tilbud 2 er best (Den røde grafen ligger under de to andre)
- Antall elever mellom 53 og 70: Tilbud 3 er best (Den blå grafen ligger under de to andre)
- Antall elever flere enn 70: Tilbud 2 er best , da tilbud 1 kun er gyldig inntil 70 elever.

Oppgave 7 (3 poeng)

a) Diagrammet viser hvordan ungdoms treningsvaner endrer seg fra 8. trinn til Vg3. Vi ser følgende utvikling:

- **Idrettslag:** Andelen som trener ukentlig i idrettslag faller fra 60 % i 8. trinn til 25 % i Vg3. Dette viser en tydelig nedgang i deltakelse i organisert idrett gjennom ungdomsårene.
- **Egentrening:** Andelen som trener på egen hånd holder seg relativt stabil, fra 47 % i 8. trinn til 42 % i Vg3. Egentrening ser ut til å være en jevn og populær treningsform i alle årstrinn.
- **Treningsstudio:** Bruken av treningsstudio øker kraftig med alderen. I 8. trinn trener 21 % der ukentlig, mens tallet er 55 % i Vg3. Dette tyder på at eldre ungdom foretrekker mer individuell og fleksibel trening.
- **Annen organisert trening:** Denne treningsformen synker jevnt fra 22 % i 8. trinn til 8 % i Vg3.

Oppsummering: Det er en tydelig overgang fra organisert trening i idrettslag til mer individuell trening (egenaktivitet og treningsstudio) i løpet av ungdomsårene.

b) **Miras modell og råd:**

- Mira har laget en graf som viser en lineær nedgang i andelen elever som er medlem i idrettslag, med «år» på x-aksen. Det ser ut som «år» her viser til skoletrinn (8. trinn til Vg3), ikke kalenderår.
- Hun tolker dette som en utvikling over tid for én gruppe elever, men det er egentlig snakk om sammenligning mellom ulike elevkull.
- Rådet hennes om at det ikke er behov for en ny idrettshall fordi medlemskapet vil bli så lavt i fremtiden, bygger på en usikker framskriving og et snevert perspektiv.
- I tillegg tar hun ikke hensyn til at idrettshaller brukes av mange andre enn idrettslag, for eksempel i kroppsøving og fritidstilbud.

Per sin modell og råd:

- Per bruker faktiske data som viser andelen medlemmer i idrettslag fordelt på trinn.
- Han viser at det er flest medlemmer på ungdomsskolen, og anbefaler derfor å plassere en eventuell ny idrettshall i tilknytning til ungdomsskolen.
- Han gjør ingen framskrivinger, men baserer seg på dagens behov og faktisk fordeling.
- Rådet hans er godt forankret i dataene og relevant for politiske beslutninger.

Konklusjon:

Per gir det mest pålitelige og datadrevne rådet. Modellen hans er korrekt og viser tydelig sammenhengen mellom skoletrinn og medlemskap i idrettslag. Mira har sett en reell trend, men hennes råd bygger på en feilaktig tolkning av tid og en usikker prognose.

Oppgave 8 (3 poeng)

a)

Påstand 1

Vi tester med noen forskjellige oddetall-par

	A	B	C
1	Oddetall	Neste oddetall	Sum
2	1	3	4
3	3	5	8
4	5	7	12
5	7	11	18
6	11	99	110
7			

Vi ser at alle summene er delelige på 2 og dermed partall. Påstanden stemmer for testede tall.

Påstand 2: vi tester med ulike heltall, både positive og negative

	E	F	G
1	Heltall	Neste heltall	Sum
2	-5	-4	-9
3	-4	-3	-7
4	-3	-2	-5
5	-2	-1	-3
6	-1	0	-1
7	0	1	1
8	1	2	3
9	3	4	7
10	4	5	9
11	5	6	11
12			

Vi ser at alle summene er oddetall (ikke delelige med 2). Påstanden stemmer ikke for testede tall.

Påstand 3: Vi tester med ulike heltall

	I	J	K	L
1	Heltall	Neste heltall	Neste heltall	Sum
2	-5	-4	-3	-12
3	-4	-3	-2	-9
4	-3	-2	-1	-6
5	-2	-1	0	-3
6	-1	0	1	0
7	0	1	2	3
8	1	2	4	7
9	3	4	5	12
10	4	5	6	15
11	5	6	7	18
12				

Vi ser noen av summene er delelige på 2 og er dermed partall, mens er oddetall. Påstanden stemmer for noen tall, men ikke alle.

b og c) Generell bevis

Påstand 1: Et oddetall kan skrives på formen 2n+1, der n er et heltall

$$(2m+1)+(2n+1)=2m+2n+2=2(m+n+1)$$

Svaret er alltid delelig på 2, siden 2 er en faktor i utrykket. Påstanden stemmer alltid.

Påstand 2: La n og $n+1$ være to påfølgende heltall.

$$n+(n+1)=n+n+1=2n+1$$

Vi ser at svaret alltid er et oddetall, og derfor stemmer påstanden aldri.

Påstand 3: La $n-1,\ n+1\ , og\ n+2$ være to påfølgende heltall.

$$(n-1)+n+(n+1)=n-1+n+n+1=3n$$

Vi ser at svaret ikke alltid er et oddetall, og derfor stemmer påstanden ikke i alle tilfeller.

- Hvis n er et partall $n=2k$

$$3n=3\cdot 2k=6k$$

Svaret er alltid partall siden 2 er faktor i utrykket.

- Hvis n er et oddetall $n=2k+1$

$$3n = 3(2k + 1) = 6k + 3$$

Svaret er alltid et oddetall, siden 6k er et partall og 3 er et oddetall. Dermed blir summen alltid et oddetall. Man kan også argumentere ved at svaret ikke er delelig med 2, og derfor må det være et oddetall.

Konklusjon: Påstand 3 stemmer **alltid** dersom det første tallet er et partall, men ikke hvis det første tallet er et oddetall.