Eksamen 1T vår 2026, løsningsforslag

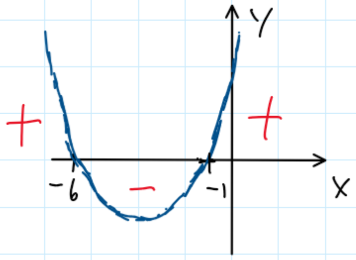
Oppgave 1

$$x^2 + 7x + 6 \leq 0$$

$$(x+1)(x+6) \leq 0$$

- Løser ulikheten ved å lage en skisse av grafen:

Nullpunkter: $x=-1$ og $x=-6$, formen er U pga. $+x^2$-ledd:



- Løsning: $\underline{\underline{x \in [-6, -1]}}$

Oppgave 2

$$\begin{bmatrix} \text{I}: & -x^2 + 4 = y \\ \text{II}: & x - y = 2 \end{bmatrix}$$

a) Fra I er $y = -x^2 + 4$, setter inn i II:

$$x - (-x^2 + 4) = 2$$

$$x + x^2 - 4 = 2$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0$$

$$\underline{x = -3 \lor x = 2}$$

Finner tilhørende y-verdier:

$x = -3$ gir $y = -(-3)^2 + 4 = -9 + 4 = \underline{-5}$

$x = 2$ gir $y = -2^2 + 4 = -4 + 4 = \underline{0}$

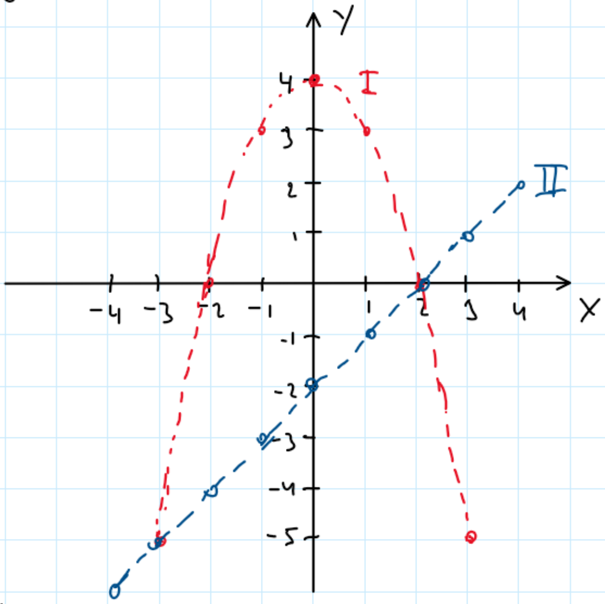
Løsning: $\underline{\underline{x = -3 \text{ og } y = -5 \ \vee \ x = 2 \text{ og } y = 0}}$

b) Finner grafisk løsning ved å først gjøre om begge likningene til $y =$:

$\text{I}: \ y = -x^2 + 4$

$\text{II}: \ y = x - 2$

Tegner grafene og finner skjæringspunktene:



Ser at skjæringspunktene er $(-3, -5)$ og $(2, 0)$,

som passer med løsningen fra a) //

Oppgave 3

$$2x^3 + 3x^2 - 18x + 8 = 0$$

- Finner først et nullpunkt ved å prøve med noen verdier:

  $x = 1: \quad 2 + 3 - 18 + 8 = -5$ ikke nullpunkt

  $x = 2: \quad 16 + 12 - 36 + 8 = 0$ nullpunkt!

- Siden uttrykket har nullpunkt i $x = 2$, er $(x-2)$ en faktor i uttrykket. Da er det også delelig med $(x-2)$:

$$(2x^3 + 3x^2 - 18x + 8) : (x-2) = \underline{2x^2 + 7x - 4}$$

$$\begin{array}{l}
-\underline{(2x^3 - 4x^2)} \\
\qquad 7x^2 - 18x + 8 \\
\quad -\underline{(7x^2 - 14x)} \\
\qquad\qquad -4x + 8 \\
\qquad\quad -\underline{(-4x + 8)} \\
\qquad\qquad\qquad 0
\end{array}$$

- Finner de andre nullpunktene ved å løse $2x^2 + 7x - 4 = 0$:

  abc-formelen gir

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4)}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 32}}{4}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{-7 \pm 9}{4}$$

$$x = \frac{-7+9}{4} \quad \vee \quad x = \frac{-7-9}{4}$$

$$x = \frac{2}{4} = \underline{\frac{1}{2}} \quad \vee \quad x = \frac{-16}{4} = \underline{-4}$$

- Til sammen får vi tre løsninger:

$$\underline{\underline{x = -4 \vee x = \frac{1}{2} \vee x = 2}}$$

Oppgave 4

$$a(x+b)^2 = x^2 + 8x + c$$

- Skal bli en identitet, da må uttrykkene være identiske for alle verdier av x. Ganger ut og sammenlikner:

$$a(x^2 + 2bx + b^2) = x^2 + 8x + c$$

$$ax^2 + 2abx + ab^2 = x^2 + 8x + c$$

- Her må $ax^2 = x^2 \Rightarrow \boxed{a = 1}$

$$2abx = 8x \Rightarrow 2ab = 8$$

$$2 \cdot 1 \cdot b = 8$$

$$\boxed{b = 4}$$

$$ab^2 = c \Rightarrow 1 \cdot 4^2 = c$$

$$\boxed{c = 16}$$

- Dermed: $a = 1,\ b = 4,\ c = 16$

Oppgave 5

1 3 7 13 21

Oppgitt mønster:

Tall 1: $0 \cdot 1 + 1 = 1$
Tall 2: $1 \cdot 2 + 1 = 3$
Tall 3: $2 \cdot 3 + 1 = 7$
Tall 4: $3 \cdot 4 + 1 = 13$

a) Fra mønsteret får vi at tall nr. 8 blir:

$$7 \cdot 8 + 1 = \underline{\underline{57}}$$

b) Fra mønsteret blir tall nr. n gitt ved:

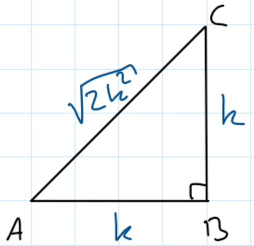
$(n-1) \cdot n + 1$, som kan omskrives til

$$\underline{\underline{n^2 - n + 1}}$$

Oppgave 6

ΔABC, $\angle B = 90°$, $\tan A = 1$

Mulig figur:

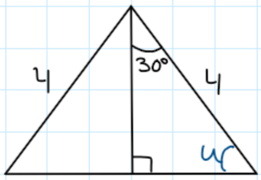


Siden $\tan A = 1$, må katetene ha lik lengde k, der $k \in \mathbb{R}^+$ (reelt tall > 0)

Hypotenusen er funnet fra Pytagoras' setning.

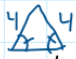
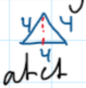
Oppgave 7

a)

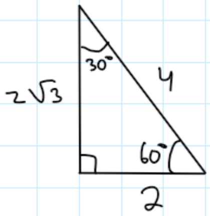


- $\angle u = 60°$, pga. vinkelsummen er $180°$.

- Da er den rettvinklede trekanten til høyre en 30-60-90-trekant, hvor korteste katet er halve hypotenusen.

  (Kan argumentere for dette ved å observere at hele trekanten for det første er likebeint , og siden de to like vinklene er $60°$ er også siste vinkel $60°$. Da har vi en likesidet trekant , som når den halveres gjør at korteste katet til høyre får lengde 2.)

  Det gir:



Den siste kateten finnes fra Pytagoras' setning:

$$4^2 = 2^2 + x^2$$

$$x^2 = 4^2 - 2^2$$

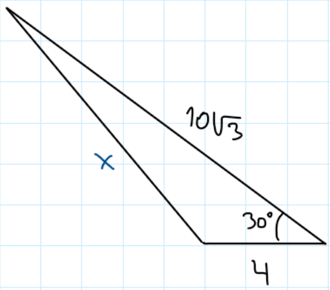
$$x^2 = 16 - 4 = 12$$

$$x = \sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \underline{2\sqrt{3}}$$

- Da får vi:

$$\sin 30° = \frac{2}{4} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}} \qquad \cos 30° = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{3}}{2}}}$$

b)



Finner arealet fra arealsetningen:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{3} \cdot 4 \cdot \sin 30°$$

$$= 5 \cdot \sqrt{3} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \underline{\underline{10\sqrt{3}}}$$

c) Finner den siste siden fra cosinussetningen:

$$x^2 = (10\sqrt{3})^2 + 4^2 - 2 \cdot 10\sqrt{3} \cdot 4 \cdot \cos 30°$$

$$= 100 \cdot 3 + 16 - 80\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 300 + 16 - \frac{80 \cdot 3}{2}$$

$$= 316 - 120$$

$$x^2 = 196$$

$$x = \sqrt{196} = \underline{14}$$

Omkretsen er da:

$$O = 4 + 10\sqrt{3} + 14 = \underline{\underline{18 + 10\sqrt{3}}}$$

Oppgave 8

a) Rasjonal funksjon f:

- ingen nullpunkter
- to vertikale asymptoter

Mulig uttrykk:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$$

- Denne har ingen nullpunkter, siden telleren alltid er 1 og aldri kan bli 0.

- Den har to vertikale asymptoter, siden nevneren $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$ blir 0 for $x = \pm 1$, og uttrykket da vil vokse mot $\pm \infty$ når vi nærmer oss disse verdiene.

b) Rasjonal funksjon g:

- horisontal asymptote $y = 2$
- grafen skjærer ikke y-aksen

Mulig uttrykk:

$$g(x) = \frac{2x - 1}{x}$$

- Denne har horisontal asymptote $y = 2$ fordi når x blir stor (går mot $\pm\infty$), går uttrykket mot 2:

$$g(x) = \frac{2x-1}{x} = \frac{2\cancel{x}}{\cancel{x}} - \frac{1}{x} = 2 - \frac{1}{x}$$

nærmer seg 0 når x vokser

- Den skjærer ikke y-aksen fordi den vertikale asymptoten blir $x = 0$, som går langs y-aksen.

Oppgave 9

Andregradsfunksjon f:

- bunnpunkt $(-1, -12{,}5)$
- tangent med stigningstall 5 i punktet $(4, 0)$.

a) $f'(4) = 5$ fordi den deriverte i et punkt er definert til å være lik stigningstallet til tangenten i punktet. Og vi fikk oppgitt tangenten i $x = 4$.

b) $f'(x)$ blir en linear funksjon siden $f(x)$ er en andregradsfunksjon.

- Vi har to verdier for den deriverte:

$$f'(4) = 5 \quad (\text{fra a})$$

$$f'(-1) = 0 \quad (\text{siden } f \text{ har bunnpunkt her})$$

- Lager verditabell:

x	-1	0	1	2	3	4
$f'(x)$	0	1	2	3	4	5

+1 +1 +1 +1 +1

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-0}{4-(-1)} = \frac{5}{5} = 1$$

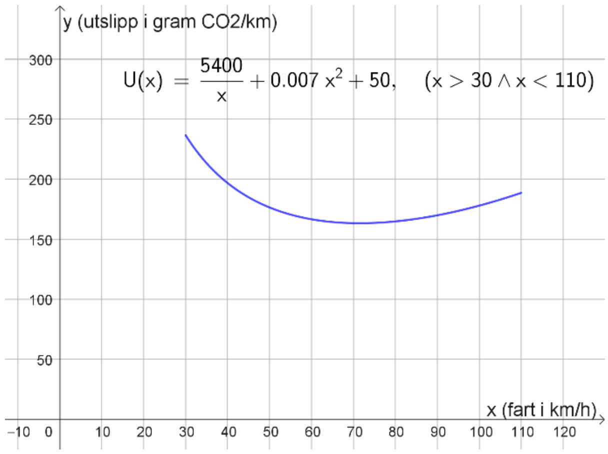
$$b = 1 \quad (\text{verdien ved } x = 0)$$

- Dermed er $f'(x) = \underline{\underline{x + 1}}$

Eksamen 1T vår 2026, løsningsforslag Del 2

Oppgave 1

Lager først en tegning av grafen for å få en oversikt:

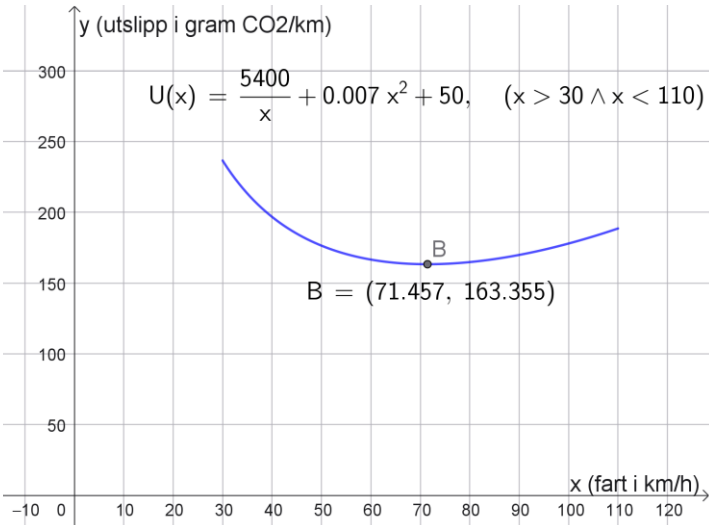


a) Med en fart på 50 km/h slipper bilen til Fru Hansen ut 176,5 gram CO2/km.

1 $U(50)$

$\approx$ **176.5**

b) Finner farten som gir minst utslipp av CO2/km ved å finne bunnpunktet til grafen. Bruker kommandoen Ekstremalpunkt. Se punkt B:



Farten som gir det laveste utslippet er ca. 71,5 km/h, og utslippet er da på ca. 163,4 g CO2/km.

c) Med en fart på 90 km/h slipper bilen til Fru Hansen ut omtrent 170 gram CO2/km:

2 $U(90)$

$\approx$ **169.94**

I løpet av 20 minutter kjører hun totalt 30 km hvis farten er 90 km/h. Det totale utslippet i denne perioden blir dermed 5098 gram CO2, eller ca. 5,1 kg CO2.

5 $169.94*30$

$\approx$ **5098.2**

Oppgave 2

a) Finner lengden av AB ved å bruke cosinussetningen på trekant ABC:

1	AB**2 = 1**2 + sqrt(2)**2 - 2*1*sqrt(2)*cos(105°)
	Løs: $\left\{ AB = \frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}, AB = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2} \right\}$
2	{AB = (-sqrt(2) - sqrt(6)) / 2, AB = (sqrt(2) + sqrt(6)) / 2}
	$\approx \{AB = -1.932, AB = 1.932\}$

Kun det positive svaret gir mening her. Lengden AB er omtrent 1,93.

b) Finner først lengde CD ved å bruke sinussetningen på trekant ACD:

3	CD/sin(45°) = sqrt(2)/sin(60°)
	Løs: $\left\{ CD = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right\}$

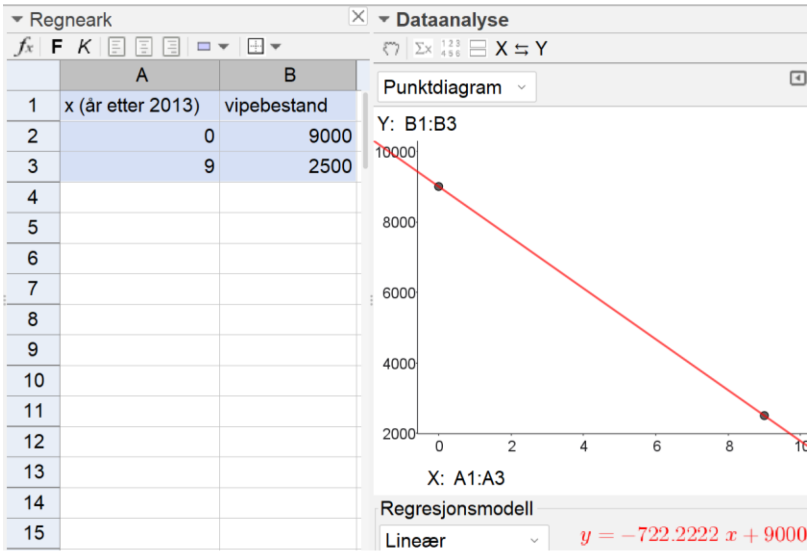
Vinkel ACD er $180° - 105° = 75°$. Bruker så arealsetningen på de to trekantene ABC og ACD, og legger disse sammen:

4	ABC := 1/2*1*sqrt(2)*sin(105°)
	$\rightarrow ABC := \frac{-1}{8}\left(-2\sqrt{3}-2\right)$
5	ACD := 1/2*sqrt(2)*2*sqrt(3)/3*sin(75°)
	$\rightarrow ACD := \frac{-1}{6}\left(-\sqrt{3}-3\right)$
6	ABC + ACD
	$\rightarrow \frac{1}{12}\left(5\sqrt{3}+9\right)$
7	1 / 12 (5sqrt(3) + 9)
	≈ 1.472

Ser at arealet av hele figuren er ca. 1,47.

Oppgave 3

a) Bruker Regneark og Regresjonsanalyse i GeoGebra, velger lineær modell:

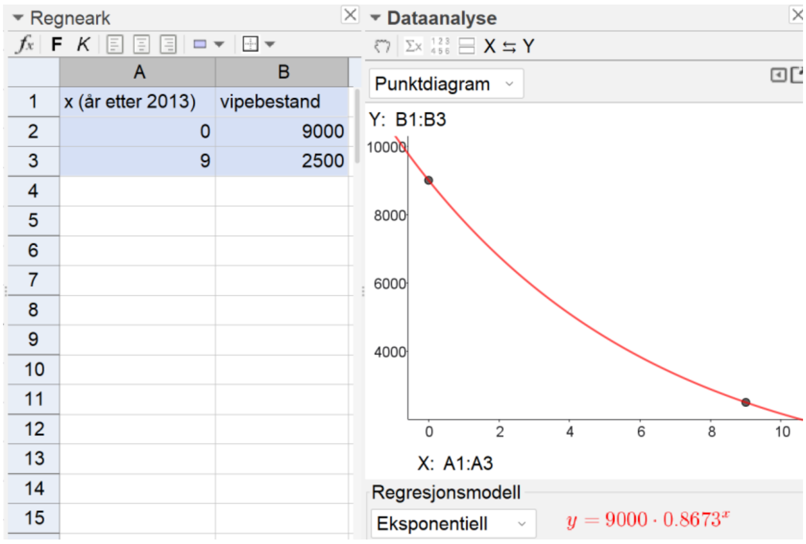


Med en lineær modell for nedgangen i vipebestanden får vi funksjonen gitt ved:

$$f(x) = -722x + 9000$$

Denne forteller at vipebestanden synker jevnt med 722 par viper per år, og at bestanden var 9000 par viper i år 2013.

b) Bruker eksponentiell modell:



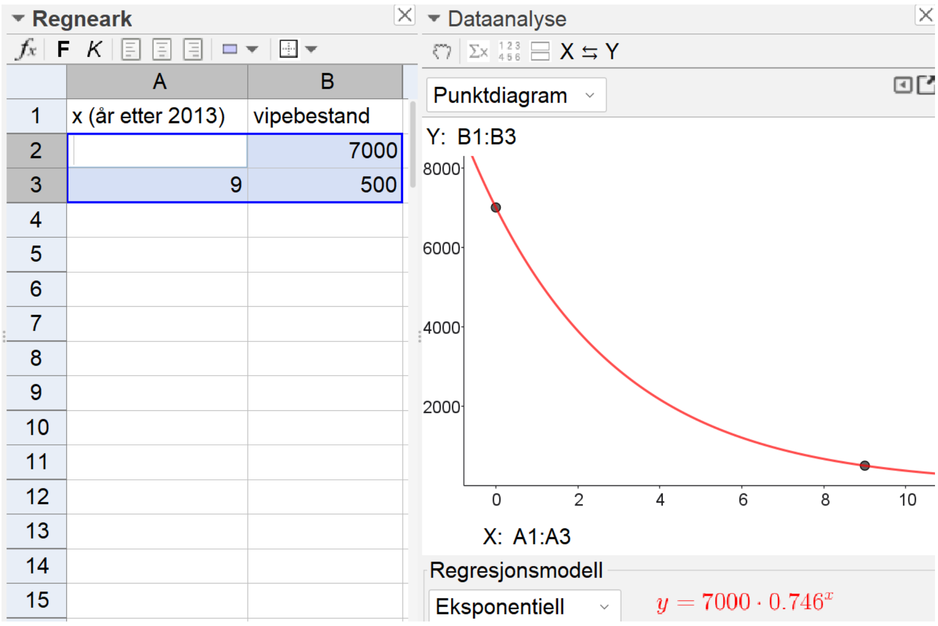
Med en eksponentiell modell for nedgangen i vipebestanden får vi funksjonen gitt ved:

$$g(x) = 9000 \cdot 0{,}867^x$$

Denne forteller at vipebestanden synker med 13,3 % per år, og at den startet med en bestand på 9000 par viper i 2013.

c) For modellen q har Egil antatt at vipebestanden ikke vil falle under 2000 par, men har eksponentiell nedgang mot denne stabile verdien. Linjen $y = 2000$ blir dermed en asymptote for denne modellen.

En vanlig eksponentialfunksjon vil falle mot 0, så Egil har først laget funksjonen p som har verdier som er 2000 lavere enn de reelle verdiene han ønsker:

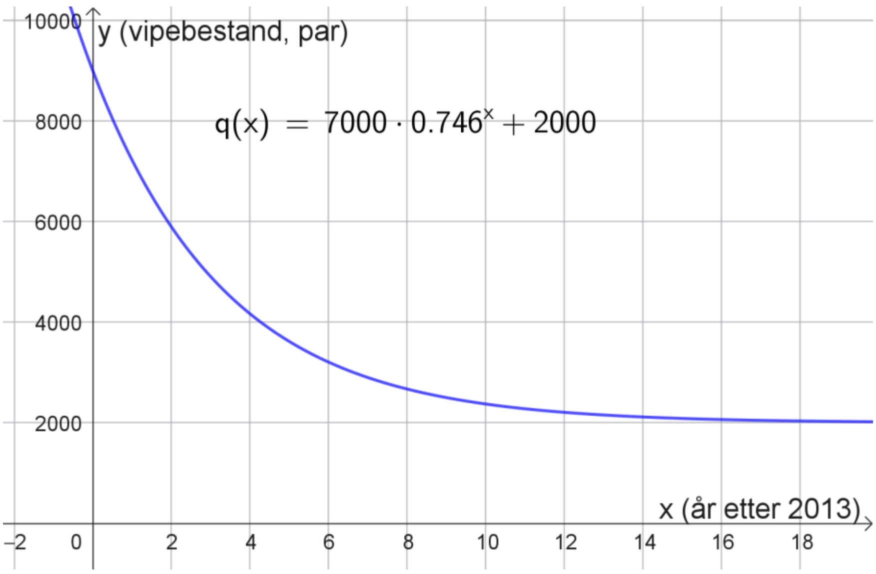


Denne modellen blir $p(x) = 7000 \cdot 0{,}746^x$

For å lage den nye modellen q, «løftes» p opp med 2000:

$$q(x) = 7000 \cdot 0{,}746^x + 2000$$

Denne grafen viser hvordan q nå ser ut:



Oppgave 4

Lager først en tabell over antall pinner og kuler for å få en oversikt over mønsteret:

Figur nr.	Pinner	Kuler
1	1	0
2	3	2
3	5	6
4	7	12

Ser at antall pinner vokser lineært med 2 for hver figur, siden det legges til én pinne vertikalt og én pinne horisontalt. En formel for antall pinner blir

$$p_n = \boldsymbol{2n - 1}$$

Antall kuler har økende vekst, hvor det først øker med 2, så med 4, så med 6 osv. Siden *veksten* øker lineært, passer dette med at formelen for antall kuler blir en andregradsfunksjon. Om vi ser på figuren, ser vi at antall rader i figur 4 er 3, og antall kolonner er 4. Hadde vi tegnet figur 5, ville antall rader blitt 4 og antall kolonner blitt 5, osv. Samme mønsteret ser vi i de tidligere figurene. For figur n blir en formel dermed

$$k_n = (n-1) \cdot n = \boldsymbol{n^2 - n}$$

Kristian ønsker å legge samme alle pinner og kuler han trenger for å lage de første 50 figurene. Et Python-program som gjør denne beregningen er gitt her:

```python
pinner = 0 #totalt antall
kuler = 0 #totalt antall

for n in range(1, 51):
    pinner = pinner + (2*n - 1)
    kuler = kuler + (n**2 - n)

print(pinner, kuler)
```

```
>>> %Run -c
 2500 41650
```

Ser at Kristian trenger hele 2500 pinner og 41650 kuler for å lage alle de første 50 figurene i serien.