

R1 TERMINPRØVE 2016 VÅR

INFORMASJON OM OPPGAVEN

Prøvetid

Prøven varer i 5 timer.

Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn etter 5 timer.

Hjelpemidler på Del 1

Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.

Hjelpemidler på Del 2

Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.

Lærestoff

Prøven bygger på lærestoffet i Sigma R1.

Framgangsmåte

Du skal svare på alle oppgavene.

Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte.

Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.

Veiledning om vurderingen

Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at læreren din vurderer i hvilken grad du

- viser regneferdigheter og matematisk forståelse
- gjennomfører logiske resonnementer
- ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner
- kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler
- vurderer om svar er rimelige
- forklarer framgangsmåter og begrunner svar
- skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

Del 1

OPPGAVE 1 (5 poeng)

Deriver funksjonene.

- a) $f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 7$
- b) $f(x) = 3(x + 1)^2$
- c) $f(x) = e^{2x} \cdot \ln(x^2 + 5)$

OPPGAVE 2 (4 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 5x - 12$$

- a) Vis at $x - 1$ er en faktor i $f(x)$.
- b) Faktoriser $f(x)$ i lineære faktorer.
- c) Løs ulikheten $f(x) \geq 0$.

OPPGAVE 3 (10 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 3x$$

- a) Bestem nullpunktene til f .
- b) Finn eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f .
- c) Finn eventuelle vendepunkt på grafen til f .
- d) Bestem likningen for vendetangenten til f .
- e) Tegn grafen til f for $x \in \langle -2, 2 \rangle$.
- f) En lineær funksjon $g(x)$ er gitt ved
 $g(x) = ax + b$

Bestem grafisk verdien av a slik at grafen til g skjærer grafen til f kun i ett punkt uansett hvilken verdi b har.

OPPGAVE 4 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig:

$$\ln(a^2 \cdot b) - \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{1}{b}$$

OPPGAVE 5 (3 poeng)

To vektorer \vec{a} og \vec{b} er gitt ved at $\vec{a} = [-3, 5]$ og $\vec{b} = [6, k]$.

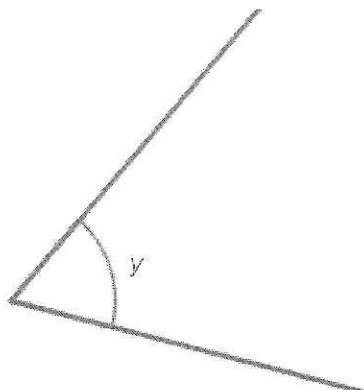
- a) Bestem k slik at $\vec{a} \parallel \vec{b}$.
- b) Bestem k slik at $\vec{a} \perp \vec{b}$.

OPPGAVE 6 (4 poeng)

- I et band er det 8 medlemmer. Det skal trekkes ut tre medlemmer tilfeldig. På hvor mange måter kan man trekke ut de tre medlemmene? Rekkefølgen i uttrekket spiller ingen rolle.
- En elevgruppe består av fem jenter og tre gutter. Vi trekker tre elever. Rekkefølgen i uttrekket spiller ingen rolle. Hva er sannsynligheten for at det trekkes to gutter og en jente?

OPPGAVE 7 (2 poeng)

Et linjestykke med lengde x og en vinkel y er gitt:



I en trekant ABC er $AB = x$, $\angle B = \frac{1}{2}y$, og avstanden fra C til AB er $\frac{3}{4}x$.

Kopier linjestykket og vinkel over i besvarelsen din. Konstruer $\triangle ABC$.

OPPGAVE 8 (4 poeng)

En trekant ABC er gitt ved punktene $A(0, 0)$, $B(7, 0)$ og $C(5, 6)$.

- Bestem $|\vec{BC}|$.
- Bruk vektorregning til å bestemme koordinatene til et punkt D slik at $ABCD$ blir et parallellogram med AC og BD som diagonaler.

OPPGAVE 9 (2 poeng)

- Vis at hvis n er et oddetall, så er n^2 også et oddetall.
- Vis at hvis både u og v er oddetall, så er $u^2 - v^2$ delelig med 4.

DEL 2

OPPGAVE 1 (5 poeng)

I et koordinatsystem danner punktene $A = (2, 1)$, $B = (6, -2)$ og $C = (8, 2)$ en trekant.

- Finn vinklene i og arealet av $\triangle ABC$.
- Bruk vektorregning til å bestemme koordinatene til et punkt D på y -aksen slik at $\square ABCD$ er et trapes.

OPPGAVE 2 (5 poeng)

En gruppe forskere studerte vektutviklingen for en bestemt hvalart.

De har som hypotese at vekten (målt i kg) er gitt ved $m(t) = a e^{b t}$

Her er a og b konstanter, og t er hvalens alder målt i måneder.

En hval av denne arten veide 672 kg da den var én måned gammel og 1826 kg da den var et halvt år gammel.



© 2016, JupiterImages Corporation

- Bestem konstantene a og b .
- Hvor mange prosent øker vekten med per måned?
- Når er vekten i ferd med å øke med 200 kg per måned?

OPPGAVE 3 (10 poeng)

I denne oppgavene er lengdene i meter og tiden er oppgitt i sekunder.

Fra et punkt 25 meter over bakken skyter vi ut en rakett. Posisjonen til raketten ved tidspunktet t er gitt ved vektorfunksjonen $\vec{r}_\alpha(t)$ der:

$$\vec{r}_\alpha(t) = [30t, 25 + 49t - 4,9t^2], \quad t \in [0, 12]$$

- Tegn kurven med graftegner.
- Hvor lang tid tar det før raketten treffer bakken?
- Finn fartsvektoren $\vec{v}(t)$ og akselerasjonsvektoren $\vec{a}(t)$.
- Når er $\vec{v}(t)$ parallell med x -aksen?
- Finn koordinatene til det høyeste punktet på rakettbanen.
- Finn vinkelen mellom fartsvektoren og x -aksen når raketten treffer bakken.

OPPGAVE 4 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved $f(x) = x^4 - b x^2 + c x + 1$, der b og c er positive, reelle tall.

- Bruk CAS til å vise at grafen til f har to vendepunkt, og at likningen for linja gjennom dem er gitt ved $y = c x + 1 - \frac{5}{36} b^2$.
- Linja i oppgave a skjærer grafen til f i fire punkt. Vis at summen av x -koordinatene til de fire skjæringspunktene alltid er lik 0.