**Oppgave 6**

Rekkeutvikler basert på kjente tabellrekke fra formelsamling som «likner»: $\frac{1}{1-x}=\sum_{n=1}^{\infty}x^n$ for |x|<1

Vi erstatter $x$ med $-x^7$ og får: $\frac{1}{1+x^7}=\frac{1}{1-(-x^7)}=\sum_{n=0}^{\infty}(-x^7)^n=\underline{\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{7n}}$

Integrerer så leddvis: $\int\frac{1}{1+x^7}dx=\int\left(\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{7n}\right)dx=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{7n+1}x^{7n+1}+C$

Det bestemte integralet blir da:

$$\underline{\underline{I=\int_{x=0}^{x=0,5}\frac{1}{1+x^7}dx}}=\left[\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{7n+1}x^{7n+1}\right]_{x=0}^{x=\frac{1}{2}}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{7n+1}(\tfrac{1}{2})^{7n+1}-0=\underline{\underline{\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(7n+1)2^{7n+1}}}}$$

Dette er en alternerende rekke der $b_n$ avtar monotont mot $0$.

Skriver vi ut de tre første leddene så får vi $I\approx\frac{1}{2}-\frac{1}{8\cdot 2^8}+\frac{1}{15\cdot 2^{15}}\approx 0,49951375$

Feilskranken er $|s-s_n|\le b_{n+1}$. For å finne usikkerheten må vi beregne neste ledd:

$n=3$ gir $\frac{1}{22\cdot 2^{22}}\approx 1,08\cdot 10^{-8}$

Dermed kan vi skrive $\underline{\underline{I\approx 0,4995137}}$ (7 sikre desimaler)