Utdanningsdirektoratet

Eksempel på løsning

2011

MAT1013 Matematikk 1T

Sentralt gitt skriftlig eksamen

Høsten 2010

Bokmål

MAT1013 Matematikk 1T, Høst 2010

Del 1 – Uten hjelpemidler

Kun vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler er tillatt.

Løsningen av Del 1 har her et digitalt format for lesbarhetens skyld. Elevene kan ikke bruke datamaskin på Del 1, og må skrive besvarelsen for hånd.

Oppgave 1

a)

$$\begin{bmatrix} x + y = 4 \\ 3x - y = 8 \end{bmatrix}$$

Jeg bruker addisjonsmetoden:

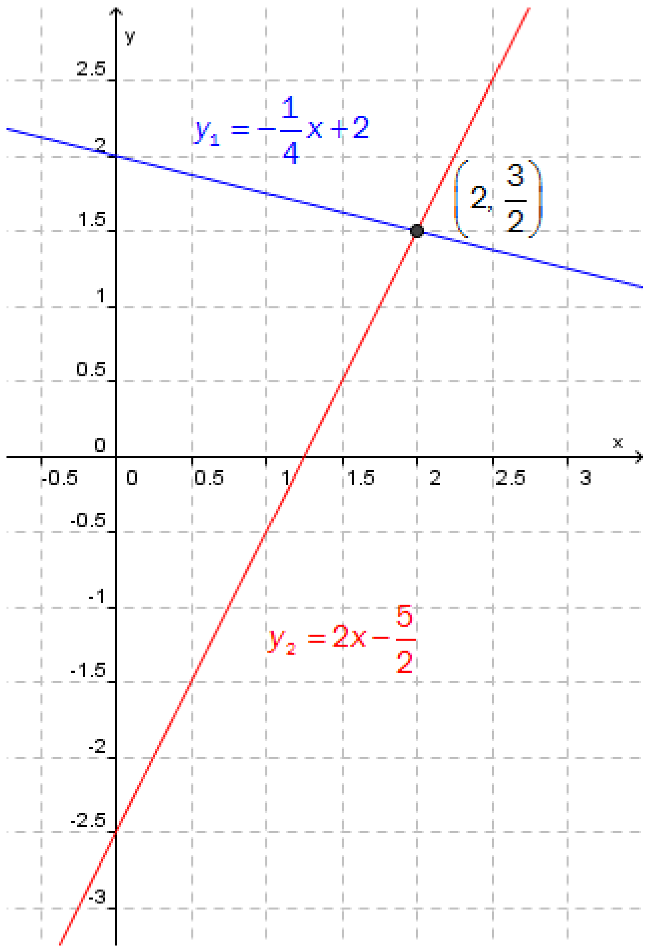
$$\begin{array}{l} x+y=4 \\ \underline{3x-y=8} \\ 4x \quad\; =12 \end{array}$$

$$4x=12$$
$$\frac{4x}{4}=\frac{12}{4}$$
$$x=\underline{3}$$

$$x+y=4$$
$$y=4-x$$
$$y=4-3$$
$$y=\underline{1}$$

Likningssystemet har løsning $\underline{\underline{x=3 \;\wedge\; y=1}}$

b) For å løse likningen grafisk, tegner jeg først de to rette linjene $y_1 = -\frac{1}{4}x + 2$ og $y_2 = 2x - \frac{5}{2}$ i et koordinatsystem. Jeg finner så skjæringspunktet mellom linjene.



Linjen y_1 skjærer y – aksen i punktet $(0,2)$ og har stigningstall $-\frac{1}{4}$.

Linjen y_2 skjærer y - aksen i punktet $\left(0, -\frac{5}{2}\right)$ og har stigningstall 2.

De to linjene skjærer hverandre i punktet $\left(2, \frac{3}{2}\right)$.

(Se koordinatsystemet til høyre.)

Likningen har løsning $\underline{\underline{x = 2}}$.

Ved regning:

$$
\begin{aligned}
-\frac{1}{4}x + 2 &= 2x - \frac{5}{2} \quad | \cdot 4 \\
-x + 8 &= 8x - 10 \\
-9x &= -18 \\
x &= \underline{\underline{2}}
\end{aligned}
$$

c) $5{,}7 \cdot 10^4 + 3{,}0 \cdot 10^3 = 57000 + 3000 = 60000 = \underline{\underline{6{,}0 \cdot 10^4}}$

d) $$\frac{3}{x+4}+\frac{24}{x^2-16}=\frac{3(x-4)}{(x+4)(x-4)}+\frac{24}{(x+4)(x-4)}$$

$$=\frac{3x-12+24}{(x+4)(x-4)}$$

$$=\frac{3x+12}{(x+4)(x-4)}$$

$$=\frac{3(x+4)}{(x+4)(x-4)}$$

$$=\underline{\underline{\frac{3}{x-4}}}$$

e) $x^2+2x-8\geq 0$

Jeg faktoriserer først andregradsuttrykket.

$$x^2+2x-8=0$$
$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot 1\cdot(-8)}}{2\cdot 1}$$
$$x=\frac{-2\pm 6}{2}$$
$$x=\underline{-4}\ \vee\ x=\underline{2}$$

$$x^2+2x-8\geq 0$$
$$\Updownarrow$$
$$(x+4)(x-2)\geq 0$$

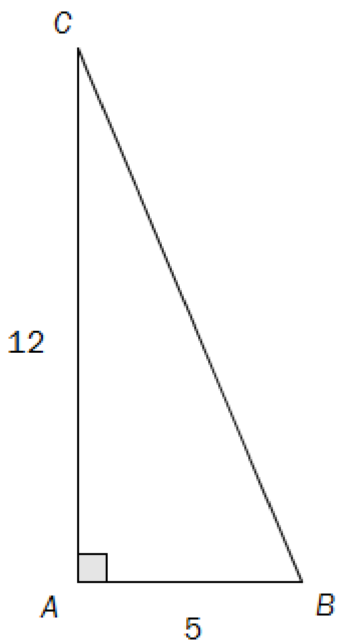
Jeg setter så opp et fortegnsskjema:

		-4		2	
x-linje					→
$(x+4)$	- - - - - -	0	———	———	———
$(x-2)$	- - - - - -	- - -	- - - - - -	0	———
x^2+2x-8	———	0	- - - - - -	0	———

Løsning: $\underline{\underline{x \in \langle \leftarrow, -4] \cup [2, \rightarrow \rangle}}$

f) Jeg vet at tangens er forholdet mellom motstående katet og hosliggende katet.

Når $\tan C = \frac{5}{12}$, kan for eksempel motstående katet til $\angle C$ (AB) være 5 og hosliggende katet til $\angle C$ (AC) være 12.
Se figuren til høyre.



g) 1) Jeg bruker produktsetningen for avhengige hendelser og finner sannsynligheten for at Per liker begge twistbitene:

$$P(\text{Per liker begge twistbitene vi trekker}) = \frac{16}{25} \cdot \frac{15}{24} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{3} = \frac{2}{5} = \frac{40}{100} = \underline{\underline{40\,\%}}$$

2) Hvis Per bare liker én av twistbitene, liker han enten bare den første eller bare den andre biten:

$$P(\text{Per liker bare én av twistbitene vi trekker}) = \frac{16}{25}\cdot\frac{9}{24}+\frac{9}{25}\cdot\frac{16}{24}$$
$$= 2\cdot\frac{6}{25}$$
$$= \frac{12}{25}$$
$$= \frac{48}{100} = \underline{\underline{48\,\%}}$$

Oppgave 2

a) $f'(1)$ er den momentane vekstfarten til f når $x=1$.

Jeg deriverer funksjonen og finner $f'(1)$.

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 7$$

$$f'(x) = \underline{x^2 - 2x}$$

$$f'(1) = 1^2 - 2\cdot 1 = 1 - 2 = \underline{-1}$$

$$\underline{\underline{\text{Den momentane vekstfarten når } x = 1 \text{ er } -1.}}$$

b) Jeg regner først ut den gjennomsnittlige vekstfarten.

$$\frac{f(3)-f(0)}{3-0} = \frac{\frac{1}{3}\cdot 3^3 - 3^2 + 7 - \left(\frac{1}{3}\cdot 0^3 - 0^2 + 7\right)}{3}$$
$$= \frac{9-9+7-7}{2} = \underline{\underline{0}}$$

I a) har vi sett at den momentane vekstfarten er negativ når $x = 1$.

Siden den gjennomsnittlige vekstfarten i intervallet $[0,3]$ er null, må vekstfarten også være positiv for noen x – verdier i dette intervallet.

Det vil si at grafen både stiger og synker og derfor må ha et ekstremalpunkt i intervallet.

c) I eventuelle topp- og bunnpunkter er den deriverte lik null.

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 7$$
$$f'(x) = x^2 - 2x$$
$$f'(x) = 0$$
$$x^2 - 2x = 0$$
$$x(x-2) = 0$$
$$x = \underline{0} \lor x = \underline{2}$$

Den deriverte er lik 0 for $x = 0$ og $x = 2$.

For å avgjøre om dette er toppunkt eller bunnpunkt, sjekker jeg om $f'(x)$ er positiv eller negativ i intervallene $\langle \leftarrow, 0 \rangle$, $\langle 0, 2 \rangle$ og $\langle 2, \rightarrow \rangle$.

$$f'(-1) = (-1)^2 - 2 \cdot (-1) = 1 + 2 = \underline{3} > 0$$
$$f'(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 = 1 - 2 = \underline{-1} < 0$$
$$f'(3) = 3^2 - 2 \cdot 3 = 9 - 6 = \underline{3} > 0$$

Dette viser at grafen til f har et toppunkt i

$$\left(0, f(0)\right) = \left(0, \frac{1}{3} \cdot 0^3 - 0^2 + 7\right) = \underline{\underline{(0,7)}}$$

og et bunnpunkt i

$$\left(2, f(2)\right) = \left(2, \frac{1}{3} \cdot 2^3 - 2^2 + 7\right) = \left(2, \frac{8}{3} + 3\right) = \underline{\underline{\left(2, \frac{17}{3}\right)}}$$

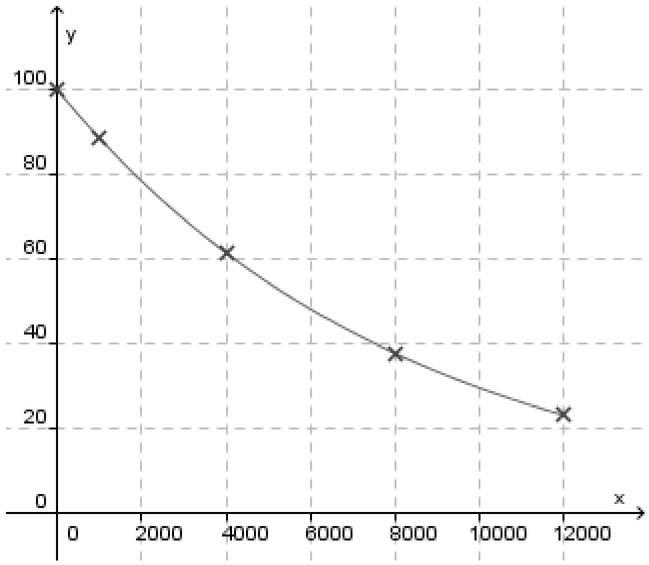
Del 2 – Alle hjelpemidler

Her et Del 2 løst med grafisk kalkulator som eneste digitale verktøy.

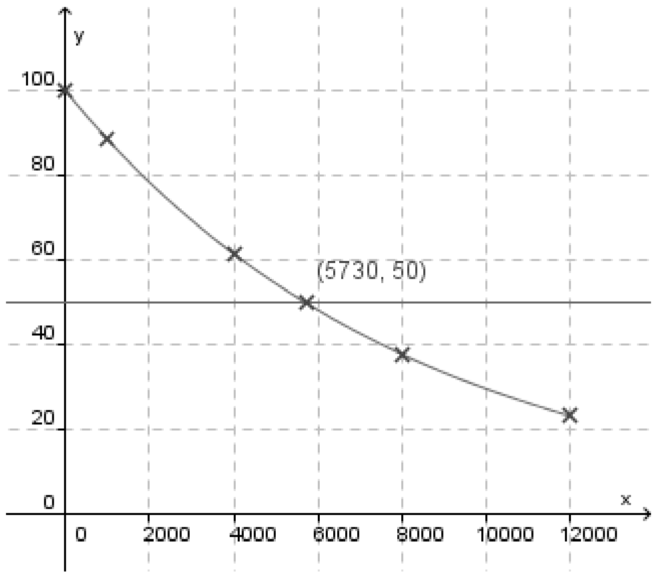
Løsningen av Del 2 har her et digitalt format for lesbarhetens skyld. Med kun en grafisk kalkulator tilgjengelig, må elevene skrive besvarelsen for hånd.

Oppgave 3

a) Jeg tegnet først grafen til T på kalkulatoren for å se hvordan den så ut (GRAPH, la inn funksjonsuttrykket, DRAW), så brukte jeg TABLE for å finne koordinatene til ulike punkter på grafen, slik at jeg kunne lage en nøyaktig tegning på papir.



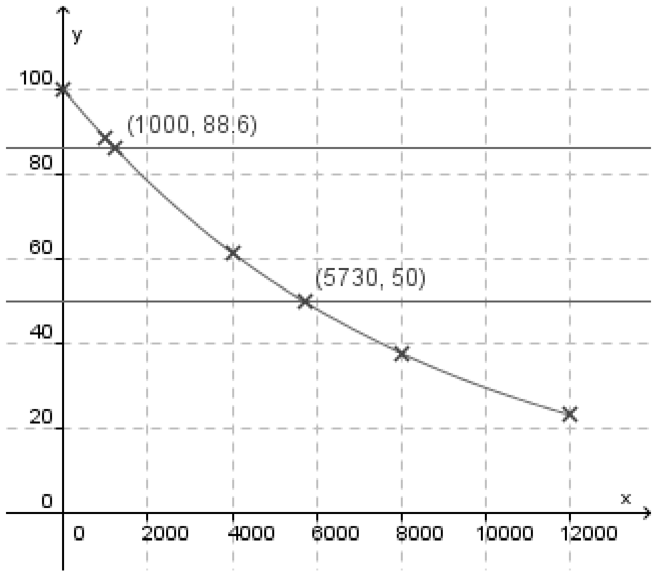
b)



Opprinnelig mengde er 100 %. Når opprinnelig mengde er halvert, er det 50 % igjen.
Jeg tegner linjen $y_1 = 50$ i samme koordinatsystem som grafen til T og finner skjæringspunktet mellom denne linjen og grafen (GSOLV, ISCT).
Se koordinatsystemet ovenfor.

<u>Det tar 5730 år før opprinnelig mengde C-14 er halvert.</u>

c)



Jeg tegner linjen $y_2 = 86{,}5$ i samme koordinatsystem som grafen til T. Jeg finner skjæringspunktet mellom y_2 og grafen til T (GSOLV, ISCT). Se koordinatsystemet ovenfor.

<u>Brønnen var omtrent 1200 år gammel da målingene ble gjort.</u>

Oppgave 4

a) Jeg setter høyden av flaggstanga lik x.

For å finne høyden bruker jeg at $\tan 51{,}3° = \frac{x}{10}$.

$$\tan 51{,}3° = \frac{x}{10}$$

$$x = 10 \cdot \tan 51{,}3° \approx \underline{12{,}5}$$

<u>Flaggstanga er ca. 12,5 m høy.</u>

b) For å finne ut hvor langt det er fra A til B, setter jeg $AB = x$ og bruker sinussetningen:

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$$

$$\frac{x}{\sin 94{,}9^\circ} = \frac{40}{\sin(180^\circ - 69{,}7^\circ - 94{,}9)}$$

$$\frac{x}{\sin 94{,}9^\circ} = \frac{40}{\sin 15{,}4}$$

$$x = \frac{40}{\sin 15{,}4} \cdot \sin 94{,}9^\circ$$

$$x \approx \underline{150}$$

<u>Det er ca. 150 m fra A til B.</u>

c) Jeg bruker først cosinussetningen og finner vinkelen mellom sidene som er 20 m og 24 m:

$$14^2 = 20^2 + 24^2 - 2 \cdot 20 \cdot 24 \cdot \cos x$$

$$\cos x = \frac{14^2 - 20^2 - 24^2}{-2 \cdot 20 \cdot 24}$$

$$\cos x = \underline{0{,}8125}$$

$$x = \cos^{-1}(0{,}8125) \approx \underline{35{,}66^\circ}$$

Jeg regner så ut arealet av trekanten ved å bruke arealsetningen:

$$\text{Areal} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 24 \cdot \sin 35{,}66^\circ \approx \underline{140}$$

<u>Arealet er ca. 140 m^2.</u>

Oppgave 5

a) Jeg foretar beregninger og fyller ut tabellen:

Det er 240 medlemmer totalt.

45 % av medlemmene er kvinner:

$240 \cdot 0,45 = \underline{108}$

Det er 108 kvinner.

Resten er menn:

$240 - 108 = \underline{132}$

Det er 132 menn.

63 menn ønsker ballbinge.

$132 - 63 = \underline{69}$

69 menn ønsker ikke ballbinge.

Totalt 110 medlemmer ønsker ikke ballbinge.

$110 - 69 = \underline{41}$

41 kvinner ønsker ikke ballbinge.

$108 - 41 = \underline{67}$

67 kvinner ønsker ballbinge.

	Mann	Kvinne	Totalt
Ønsker ballbinge	63	67	130
Ønsker ikke ballbinge	69	41	110
Totalt	132	108	240

b) Det er her 130 gunstige av 240 mulige utfall:

$$\frac{130}{240} \approx \underline{0,54}$$

<u>Sannsynligheten for at et tilfeldig valt medlem ønsker ballbinge er ca. 54 %.</u>

c) Der er her 63 gunstige av 130 mulige utfall:

$$\frac{63}{130} \approx \underline{0,48}$$

<u>Sannsynligheten for at dette medlemmet er en gutt er ca. 48 %.</u>

d) Jeg setter antall nye medlemmer som må velges lik x.

Jeg får da $130+x$ gunstige og $240+x$ mulige og kan sette opp følgende likning:

$$\begin{aligned}
\frac{130+x}{240+x} &= 0,75 \\
130+x &= 0,75(240+x) \\
x-0,75x &= 180-130 \\
0,25x &= 50 \\
x &= \underline{200}
\end{aligned}$$

<u>Fotballgruppa må verve 200 nye medlemmer.</u>

Oppgave 6

a) Grafen starter ca. i punktet $(0,90)$.

Fast månedspris er ca. 90 kroner.

Grafen går gjennom punktet $(100,140)$.
Jeg kan da regne ut stigningstallet (som tilsvarer prisen for hvert minutt du ringer):

$$\frac{140-90}{100}=\underline{0,50}$$

Prisen for hvert minutt du ringer er ca. 50 øre.

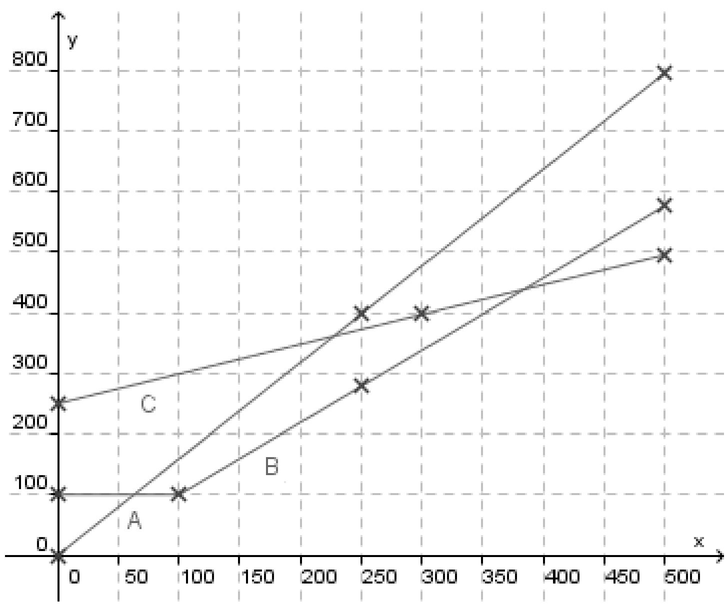
b) Jeg setter opp funksjonsuttrykk som beskriver hvert av de tre abonnementene:

$$A(x)=1,59x$$

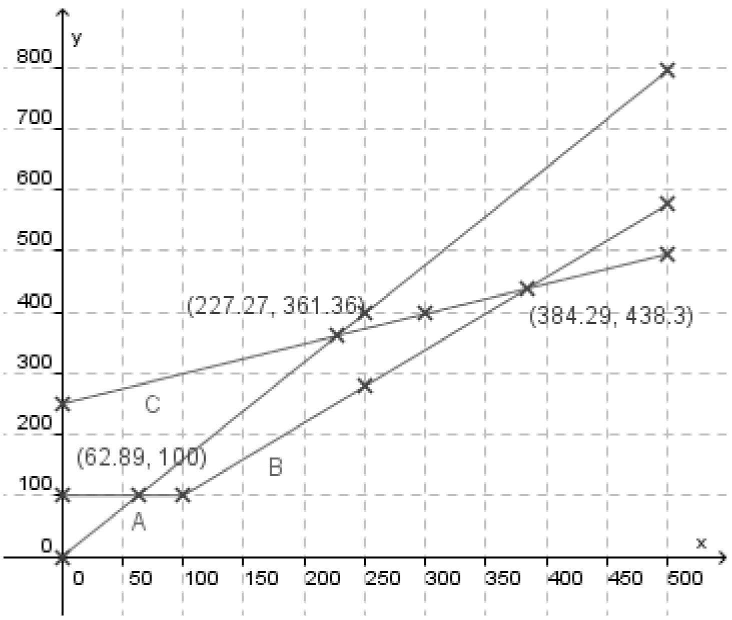
$$B(x)=\begin{cases}100 & x\le 100\\ 100+1,19(x-100) & x>100\end{cases}$$

$$C(x)=250+0,49x$$

Jeg tegnet først grafene på kalkulatoren for å se hvordan de så ut (GRAPH, la inn funksjonsuttrykkene, DRAW), så brukte jeg TABLE for å finne koordinatene til ulike punkter på grafene, slik at jeg kunne lage en nøyaktig tegning på papir.
Se koordinatsystemet nedenfor.



c)



Jeg finner skjæringspunktene mellom grafene (GSOLV, ISCT), og ser da at:

Abonnement A lønner seg dersom du ringer i mindre enn ca. 63 minutt per måned.
Abonnement B lønner seg hvis du ringer mellom ca. 63 og ca. 384 minutt hver måned.
Abonnement C lønner seg dersom du ringer mer enn ca. 384 minutt hver måned.

Oppgave 7

a) I følge produktsetningen er sannsynligheten $0{,}95^{25} \approx \underline{0{,}277}$.

Sannsynligheten for at alle 25 elevene har egen profil er ca. 27,7 %.

b) Dette er en binomisk sannsynlighetsmodell.
For å finne sannsynligheten kan jeg regne ut

$$\sum_{x=21}^{25} \binom{25}{x} \cdot 0{,}95^{x} \cdot 0{,}05^{25-x}$$

Jeg taster dette uttrykket inn på kalkulatoren min slik:

$$\sum\left(25CX \cdot 0{,}95 \,^\wedge\, x \cdot 0{,}05 \,^\wedge\left(25 - x\right),\ X,\ 21,\ 25\right)$$

Jeg finne at summen blir tilnærmet lik 0,9928.

Sannsynligheten for at flere enn 20 av de 25 elevene har egen profil er ca. 99,3 %.

Oppgave 8

Alternativ I

a) $f(x) = -2x^2 + ax + 4$

$f'(x) = \underline{\underline{a - 4x}}$

f er en andregradsfunksjon med negativt andregradsledd.
Grafen er derfor en parabel med toppunkt.

$f'(x) = 0$ i toppunktet.

Jeg løser likningen $f'(x) = 0$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0 \\ a - 4x &= 0 \\ 4x &= a \\ x &= \underline{\frac{a}{4}} \end{aligned}$$

Når $a = 2$, er $x = \frac{a}{4} = \frac{2}{4} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$

Jeg finner $f\left(\frac{1}{2}\right)$:

$$\begin{aligned} f\left(\frac{1}{2}\right) &= -2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + a \cdot \frac{1}{2} + 4 \\ &= \frac{-2}{4} + \frac{a}{2} + 4 \\ &= \frac{14}{4} + \frac{a}{2} \\ &= \underline{\frac{7 + a}{2}} \end{aligned}$$

Når $a = 2$ er $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7+a}{2} = \frac{7+2}{2} = \underline{\frac{9}{2}}$

Toppunkt når $a = 2$ er $\underline{\underline{\left(\frac{1}{2}, \frac{9}{2}\right)}}$

b) I a) fant jeg at $x = \frac{a}{4}$ i toppunktet.

$\underline{\underline{\text{Dersom } x\text{–koordinaten skal være lik } -1 \text{ må } a = -4.}}$

c) I a) fant jeg at x – koordinaten til toppunktet er $\frac{a}{4}$.

y – koordinaten til toppunktet er da $f\left(\frac{a}{4}\right)$.

Jeg finner $f\left(\frac{a}{4}\right)$:

$$f(x) = -2x^2 + ax + 4$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{a}{4}\right) &= -2\left(\frac{a}{4}\right)^2 + a \cdot \frac{a}{4} + 4 \\ &= -\frac{a^2}{8} + \frac{a^2}{4} + 4 \\ &= \underline{\frac{a^2}{8} + 4} \end{aligned}$$

y – koordinaten til toppunktet er $\frac{a^2}{8} + 4$.

y – koordinaten til toppunktet har da lavest verdi når a^2 har lavest verdi, altså når $a = 0$.

$\underline{\underline{y\text{– koordinaten til toppunktet har lavest verdi når } a = 0.}}$

Oppgave 8

Alternativ II

a) Hvis trekanten er rettvinklet, må den lengste siden (27 cm) være hypotenus, og de to korteste sidene (20 cm og 12 cm) må være kateter.

Jeg setter:

$$a = 20\,\text{cm}$$
$$b = 12\,\text{cm}$$
$$c = 27\,\text{cm}$$

Hvis trekanten er rettvinklet, har vi i følge Pythagoras' setning at $a^2 + b^2 = c^2$.

$$27^2 = \underline{729}$$
$$20^2 + 12^2 = \underline{544}$$

<u>Trekanten er ikke rettvinklet.</u>

b) Jeg setter den andre kateten lik x.
Hypotenusen blir da $6{,}0 - 2{,}0 - x = \underline{4{,}0 - x}$

Jeg bruker Pythagoras' setning og får likningen $2{,}0^2 + x^2 = (4{,}0 - x)^2$

Jeg løser denne likningen og får:

$$\begin{aligned}
2{,}0^2 + x^2 &= (4{,}0 - x)^2 \\
2{,}0^2 + x^2 &= 4{,}0^2 - 8{,}0x + x^2 \\
8{,}0x - 12 &= 0 \\
8{,}0x &= 12 \\
x &= \frac{12}{8{,}0} = \underline{1{,}5}
\end{aligned}$$

<u>Den andre kateten er 1,5 m.</u>

$$4{,}0 - x = 4{,}0 - 1{,}5 = \underline{2{,}5}$$

<u>Hypotenusen er 2,5 m.</u>

c) Jeg setter den motstående siden til vinkelen på $120°$ lik x.
Den siste siden blir da $6{,}0-2{,}0-x=\underline{4{,}0-x}$.

Jeg bruker cosinussetningen og får da likningen:

$$
\begin{aligned}
x^2 &= (4{,}0-x)^2+2{,}0^2-2\cdot(4{,}0-x)\cdot 2{,}0\cdot\cos(120°)\\
x^2 &= 16-8{,}0x+x^2+4{,}0+8{,}0-2{,}0x\\
10x &= 28\\
x &= \underline{2{,}8}
\end{aligned}
$$

$4{,}0-2{,}8=\underline{1{,}2}$

<u>De to andre sidene i denne trekanten er 2,8 m og 1,2 m.</u>

Del 2 – Alle hjelpemidler

Et eksempel på hvordan oppgavene i Del 2 kan løses ved hjelp av ulike digitale verktøy.

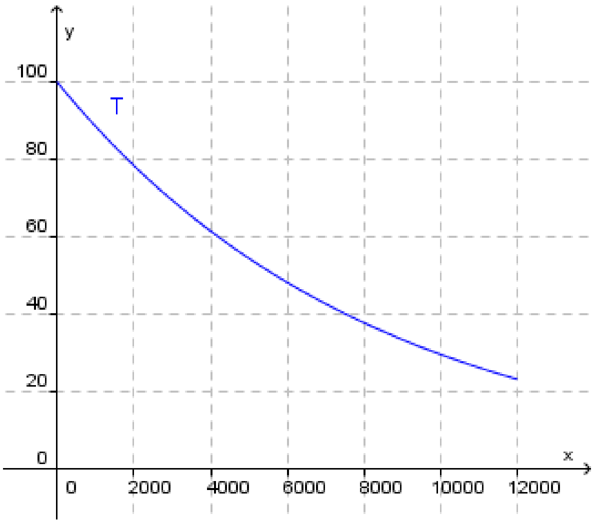
Dynamisk geometriprogram: GeoGebra
CAS: wxMaxima

Løsningen av Del 2 har her et digitalt format for lesbarhetens skyld. Elevene kan levere Del 2 som IKT-basert eksamen eller på papir (som utskrift fra et digitalt verktøy eller som håndskrevet besvarelse).

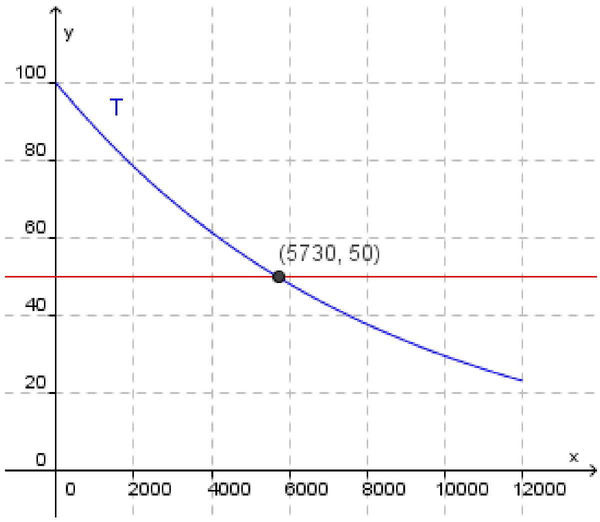
Oppgave 3

a) Jeg bruker graftegner i GeoGebra, skriver inn funksjonsuttrykket og tegner grafen til

$T(x) = 100 \cdot 0{,}5^{\frac{x}{5730}}$ for $x \in [0, 12000]$ ved å bruke kommandoen "Funksjon[Funksjonsuttrykk, Startverdi for x, Sluttverdi for x]"



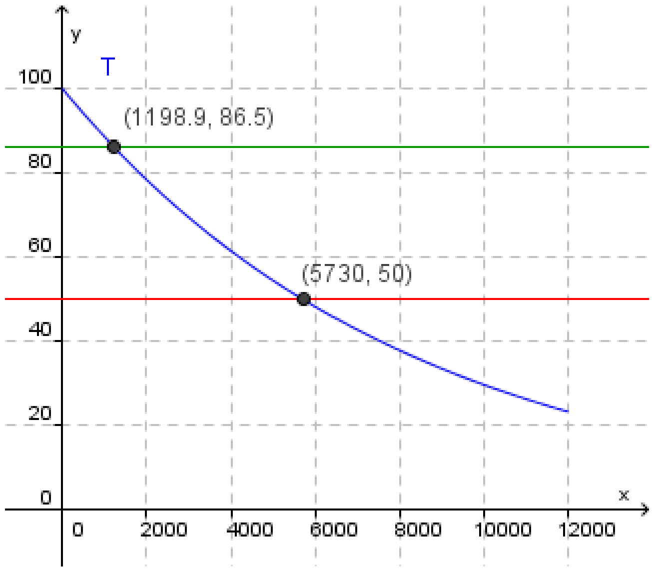
b)



Opprinnelig mengde er 100 %. Når opprinnelig mengde er halvert, er det 50 % igjen. Jeg tegner linjen $y_1 = 50$ i samme koordinatsystem som grafen til T og finner skjæringspunktet mellom denne linjen og grafen , ved å bruke kommandoen "Skjæring mellom to objekter". Se koordinatsystemet ovenfor.

<u>Det tar 5730 år før opprinnelig mengde C-14 er halvert.</u>

c)



Jeg tegner linjen $y_2 = 86{,}5$ i samme koordinatsystem som grafen til T. Jeg finner skjæringspunktet mellom linjen og grafen til T ved å bruke kommandoen "Skjæring mellom to objekter". Se koordinatsystemet ovenfor.

<u>Brønnen var omtrent 1200 år gammel da målingene ble gjort.</u>

Oppgave 4

a) Jeg setter høyden av flaggstanga lik x.

For å finne høyden bruker jeg at $\tan 51{,}3° = \dfrac{x}{10}$.

$$\tan 51{,}3° = \frac{x}{10}$$

$$x = 10 \cdot \tan 51{,}3° \approx \underline{12{,}5}$$

<u>Flaggstanga er ca. 12,5 m høy.</u>

b) For å finne ut hvor langt det er fra A til B, setter jeg $AB = x$ og bruker sinussetningen:

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$$

$$\frac{x}{\sin 94{,}9^\circ} = \frac{40}{\sin(180^\circ - 69{,}7^\circ - 94{,}9)}$$

Jeg løser denne likningen ved hjelp av CAS, her wxMaxima:

```
wx_compute_wrt(x/Sin(94.9)=40/Sin(180-69.7-94.9), x);
[ x = 150.077 ]
```

<u>Det er ca. 150 m fra A til B.</u>

c) Jeg bruker først cosinussetningen og finner vinkelen mellom sidene som er 20 m og 24 m:

$$14^2 = 20^2 + 24^2 - 2 \cdot 20 \cdot 24 \cdot \cos x$$

Jeg bruker CAS og løser denne likningen:

```
wx_compute_wrt(14^2=20^2+24^2-2*20*24*Cos(x), x);
[ x = 360.0 n + 324.341 , x = 360.0 n + 35.6591 ]
```

Jeg vet at vinkelen må være mindre enn 180°.
Vinkelen er derfor ca. $\underline{35{,}66^\circ}$.

Jeg regner så ut arealet av trekanten ved å bruke arealsetningen:

$$\text{Areal} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 24 \cdot \sin 35{,}66^\circ$$

Jeg bruker CAS:

```
1/2*20*24*Sin(35.66);
139.914
```

<u>Arealet er ca. 140 m².</u>

Oppgave 5

a) Jeg foretar beregninger og fyller ut tabellen:

Det er 240 medlemmer totalt.

45 % av medlemmene er kvinner:

```
240*0.45;
108.0
```

Det er 108 kvinner.

Resten er menn:

```
240-108;
132
```

Det er 132 menn.

63 menn ønsker ballbinge.

```
132-63;
69
```

69 menn ønsker ikke ballbinge.

Totalt 110 medlemmer ønsker ikke ballbinge.

```
110-69;
41
```

41 kvinner ønsker ikke ballbinge.

```
108-41;
67
```

67 kvinner ønsker ballbinge.

	Mann	Kvinne	Totalt
Ønsker ballbinge	63	67	130
Ønsker ikke ballbinge	69	41	110
Totalt	132	108	240

b) Det er her 130 gunstige av 240 mulige utfall:

```
130/240;
0.5417
```

Sannsynligheten for at et tilfeldig valgt medlem ønsker ballbinge er ca. 54 %.

c) Der er her 63 gunstige av 130 mulige utfall:

```
63/130;
0.4846
```

Sannsynligheten for at dette medlemmet er en gutt er ca. 48 %.

d) Jeg setter antall nye medlemmer som må velges lik x.

Jeg får da $130+x$ gunstige og $240+x$ mulige og kan sette opp følgende likning:

$$\frac{130+x}{240+x}=0,75$$

Jeg løser likningen ved hjelp av CAS:

```
wx_compute_wrt((130+x)/(240+x)=0.75, x);
[x=200]
```

Fotballgruppa må verve 200 nye medlemmer.

Oppgave 6

a) Grafen starter ca. i punktet $(0,90)$.

Fast månedspris er ca. 90 kroner.

Grafen går gjennom punktet $(100,140)$.
Jeg kan da regne ut stigningstallet (som tilsvarer prisen for hvert minutt du ringer):

```
(140-90)/100;
0.5
```

Prisen for hvert minutt du ringer er ca. 50 øre.

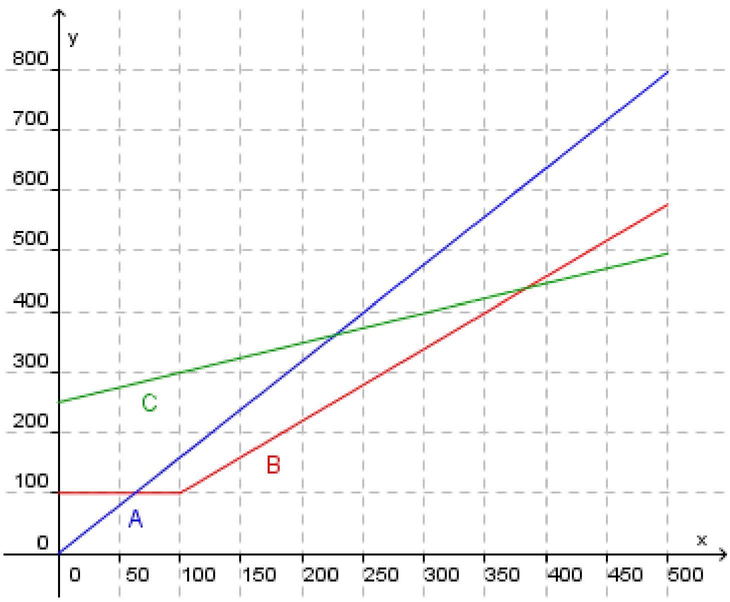
b) Jeg setter opp funksjonsuttrykk som beskriver hvert av de tre abonnementene:

$$A(x)=1{,}59x$$

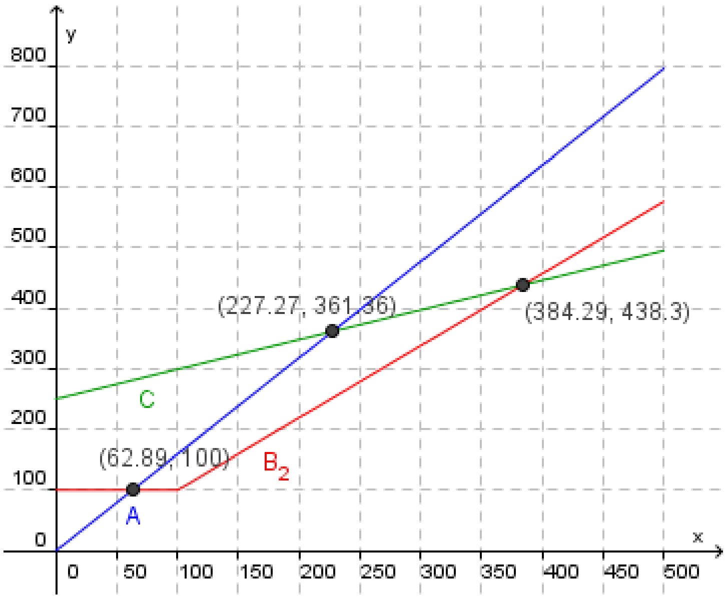
$$B(x)=\begin{cases}100 & x\le 100\\ 100+1{,}19(x-100) & x>100\end{cases}$$

$$C(x)=250+0{,}49x$$

Jeg tegner så grafene til funksjonene A, B, og C i GeoGebra ved å bruke kommandoen "Funksjon[Funksjonsuttrykk, Startverdi for x, Sluttverdi for x]". Se koordinatsystemet nedenfor.



c)



Jeg finner skjæringspunktene mellom grafene ved å bruke kommandoen ”Skjæring mellom to objekter”, og ser da at:

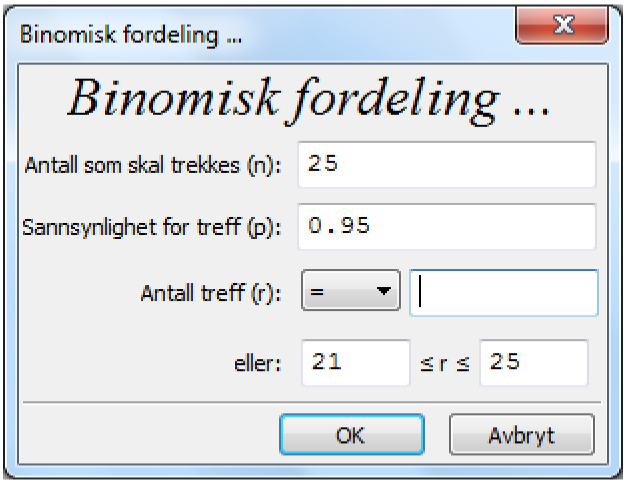
<u>Abonnement A lønner seg dersom du ringer i mindre enn ca. 63 minutt per måned.</u>
<u>Abonnement B lønner seg hvis du ringer mellom ca. 63 og ca. 384 minutt hver måned.</u>
<u>Abonnement C lønner seg dersom du ringer mer enn ca. 384 minutt hver måned.</u>

Oppgave 7

a) I følge produktsetningen er sannsynligheten $0{,}95^{25} \approx \underline{0{,}277}$.

<u>Sannsynligheten for at alle 25 elevene har egen profil er ca. 27,7 %.</u>

b) Dette er en binomisk sannsynlighetsmodell.
Jeg bruker CAS og finner sannsynligheten.



Jeg får da:

```
load(distrib)$
cdf_binomial(25,25,0.95)-cdf_binomial(21-1,25,0.95),numer;
0.9928
```

<u>Sannsynligheten for at flere enn 20 av de 25 elevene har egen profil er ca. 99,3 %.</u>

ELLER:

Dette er en binomisk sannsynlighetsmodell.
For å finne sannsynligheten kan jeg regne ut

$$\sum_{x=21}^{25} \binom{25}{x} \cdot 0{,}95^{x} \cdot 0{,}05^{25-x}$$

Jeg bruker CAS og finner denne summen:

```
sum(binom(25,x)*0.95^x*0.05^(25-x), x, 21, 25), simpsum;
0.9928
```

<u>Sannsynligheten for at flere enn 20 av de 25 elevene har egen profil er ca. 99,3 %.</u>

Oppgave 8

Alternativ I

a) Jeg bruker CAS, definerer funksjonen f og finner $f'(x)$:

```
f(x):=-2x^2+a*x+4;
```

$$f(x):=(-2)x^2+a\,x+4$$

```
diff(f(x), x);
```

$$a-4\,x$$

$$f'(x)=\underline{\underline{a-4x}}$$

f er en andregradsfunksjon med negativt andregradsledd.
Grafen er derfor en parabel med toppunkt.

$f'(x)=0$ i toppunktet.

Jeg bruker CAS og løser likningen $f'(x)=0$:

```
wx_compute_wrt(diff(f(x), x)=0, x);
```

$$[\,x=\frac{a}{4}\,]$$

Når $a=2$, er $x=\dfrac{a}{4}=\dfrac{2}{4}=\underline{\underline{\dfrac{1}{2}}}$

Jeg bruker CAS og finner $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$:

```
f(1/2);
```

$$\frac{a}{2}+\frac{7}{2}$$

Når $a=2$ er $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{a}{2}+\dfrac{7}{2}=\dfrac{2}{2}+\dfrac{7}{2}=\underline{\dfrac{9}{2}}$

Toppunkt når $a=2$ er $\underline{\underline{\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{9}{2}\right)}}$

b) I a) fant jeg at $x = \dfrac{a}{4}$ i toppunktet.

$$\underline{\underline{\text{Dersom } x\text{-koordinaten skal være lik } -1 \text{ må } a = -4.}}$$

c) I a) fant jeg at x – koordinaten til toppunktet er $\dfrac{a}{4}$.

y – koordinaten til toppunktet er da $f\left(\dfrac{a}{4}\right)$.

Jeg bruker CAS og finner $f\left(\dfrac{a}{4}\right)$:

```
f(a/4);
```

$$\frac{a^2}{8} + 4$$

y – koordinaten til toppunktet er $\dfrac{a^2}{8} + 4$.

y – koordinaten til toppunktet har da lavest verdi når a^2 har lavest verdi, altså når $a = 0$.

$$\underline{\underline{y\text{ – koordinaten til toppunktet har lavest verdi når } a = 0.}}$$

Oppgave 8

Alternativ II

a) Hvis trekanten er rettvinklet, må den lengste siden (27 cm) være hypotenus, og de to korteste sidene (20 cm og 12 cm) må være kateter.

Jeg setter:

$a = 20\,\text{cm}$
$b = 12\,\text{cm}$
$c = 27\,\text{cm}$

Hvis trekanten er rettvinklet, har vi i følge Pythagoras' setning at $a^2 + b^2 = c^2$.

```
27^2;
729

20^2+12^2;
544
```

Trekanten er ikke rettvinklet.

b) Jeg setter den andre kateten lik x.
Hypotenusen blir da $6{,}0 - 2{,}0 - x = \underline{4{,}0 - x}$

Jeg bruker Pythagoras' setning og får likningen $2{,}0^2 + x^2 = (4{,}0 - x)^2$

Jeg løser denne likningen ved hjelp av CAS og får:

```
wx_compute_wrt(2.0^2+x^2=(4.0-x)^2, x);
[x=1.5]
```

Den andre kateten er 1,5 m.

$4{,}0 - x = 4{,}0 - 1{,}5 = \underline{2{,}5}$

Hypotenusen er 2,5 m.

c) Jeg setter den motstående siden til vinkelen på 120° lik x.
Den siste siden blir da $6{,}0-2{,}0-x=\underline{4{,}0-x}$.

Jeg bruker cosinussetningen og får da likningen:

$$x^2=(4{,}0-x)^2+2{,}0^2-2\cdot(4{,}0-x)\cdot 2{,}0\cdot\cos(120^\circ)$$

Jeg løser likningen ved hjelp av CAS:

```
wx_compute_wrt(x^2=(4.0-x)^2+2.0^2-2*(4.0-x)*2.0*Cos(120), x);
[ x = 2.8 ]

4.0-2.8;
1.2
```

<u>De to andre sidene i denne trekanten er 2,8 m og 1,2 m.</u>