Utdanningsdirektoratet

Eksamen

27.05.2015

MAT1017 Matematikk 2T

Ny eksamensordning

Del 1:
3 timar (utan hjelpemiddel) /
3 timer (uten hjelpemidler)

Del 2:
2 timar (med hjelpemiddel) /
2 timer (med hjelpemidler)

Minstekrav til digitale verktøy på datamaskin:

- Grafteiknar/graftegner
- CAS

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

<table>
<tr><th colspan="2">Eksamensinformasjon</th></tr>
<tr><td>Eksamenstid:</td><td>5 timar:
Del 1 skal leverast inn etter 3 timar.
Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.</td></tr>
<tr><td>Hjelpemiddel på Del 1:</td><td>Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.</td></tr>
<tr><td>Hjelpemiddel på Del 2:</td><td>Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.</td></tr>
<tr><td>Framgangsmåte:</td><td>Del 1 har 9 oppgåver. Del 2 har 5 oppgåver.

Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing.

Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast med utskrift eller gjennom ein IKT-basert eksamen.</td></tr>
<tr><td>Rettleiing om vurderinga:</td><td>Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du
– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing
– gjennomfører logiske resonnement
– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar
– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel
– forklarer framgangsmåtar og grunngir svar
– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar
– vurderer om svar er rimelege</td></tr>
<tr><td>Andre opplysningar:</td><td>Kjelder for bilete, teikningar osv.

• Teikningar, grafar og figurar: Utdanningsdirektoratet</td></tr>
</table>

DEL 1
Utan hjelpemiddel

På Del 1 av eksamen kan du få bruk for formlane nedanfor.

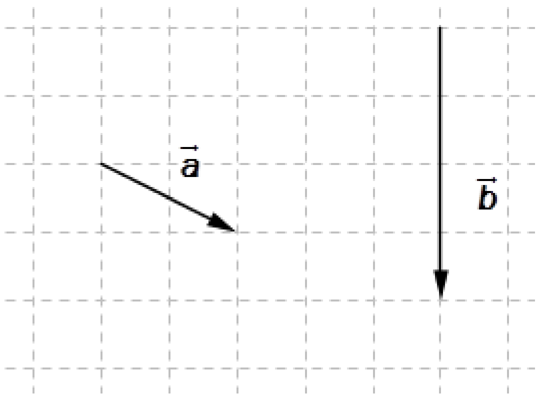
Binomisk fordeling: $P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$

Talet på uavhengige forsøk er n. X er talet på gonger A inntreffer.
$P(A)=p$ i kvart forsøk.

Hypergeometrisk fordeling: $P(X=k)=\dfrac{\binom{m}{k}\cdot\binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$

m element i D. $n-m$ element i $\overline{D}$. r element blir trekte tilfeldig.
X er talet på element som blir trekte frå D.

Oppgåve 1 (3 poeng)



Ovanfor har vi teikna $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

a) Teikn $3\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$.

b) Teikn $\vec{c}$ slik at $\frac{3}{4}\vec{b}+\vec{c}=2\vec{a}$.

Oppgåve 2 (6 poeng)

Punkta $A(-1,\ 3)$, $B(2,\ 7)$ og $C(-5,\ t+1)$ er gitt.

a) Bestem t slik at $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$

b) Bestem t slik at $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{AC}$

c) Bestem t slik at $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$

Oppgåve 3 (1 poeng)

Vektorane $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er gitt slik at $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ og cosinus til vinkelen mellom vektorane er 0,5.

Bestem $(2\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$

Oppgåve 4 (4 poeng)

I ei spørjeundersøking var 60 % av deltakarane kvinner og 40 % menn. Undersøkinga viste at 80 % av kvinnene og 30 % av mennene har sett filmen «Grease».

Ein deltakar frå spørjeundersøkinga blir vald tilfeldig ut.

a) Bestem sannsynet for at deltakaren har sett filmen «Grease».

Det viser seg at deltakaren har sett filmen «Grease».

b) Bestem sannsynet for at deltakaren er ein mann.

Oppgåve 5 (5 poeng)

Ei rett linje l går gjennom punkta $A(-4, 1)$ og $B(4, -3)$.

a) Bestem ei parameterframstilling for linja l.

b) Bestem skjeringspunkta mellom linja l og koordinataksane ved rekning.

Ei anna rett linje m går gjennom punktet $C(-2, 5)$ og står vinkelrett på linja l.

c) Bestem skjeringspunktet mellom linjene l og m ved rekning.

Oppgåve 6 (4 poeng)

Lene og Eirik er gjester i eit TV-program saman med tre andre personar. Blant dei fem gjestene skal det tilfeldig veljast ut tre personar.

a) Bestem sannsynet for at både Lene og Eirik blir valde ut.

b) Bestem sannsynet for at anten Lene eller Eirik eller begge to blir valde ut.

Oppgåve 7 (5 poeng)

Johan er på joggetur. Joggeturen kan delast inn i tre fasar. Sjå tabellen under.

Fase	Varigheit (minutt)	Beskriving
Oppvarming	10	Johan spring med ein fart på 12 km/h.
Intervall	20	Pause — intervall — pause — intervall — pause — intervall — pause Pausane er på 2 min. Da står Johan stille. Intervalla er på 4 min. Da spring Johan med ein fart på 15 km/h.
Avkjøling	10	Johan går med ein fart på 6 km/h.

a) Lag ei grafisk framstilling som viser korleis den tilbakelagde strekninga varierer med tida. Bruk minutt som eining på førsteaksen og kilometer som eining på andreaksen.

Tenk deg at Johan neste dag vil springe den same strekninga. Han vil bruke like lang tid som dagen før, men no vil han halde same fart heile strekninga og ikkje ta pausar.

b) Kva fart må Johan da springe med? Oppgi svaret i km/h.

Oppgåve 8 (3 poeng)

I 2003 var forventa levealder for kvinner i Noreg 81,9 år. I 2013 var forventa levealder for kvinner i Noreg 83,6 år. Vi går ut frå at den forventa levealderen har auka lineært sidan år 2000.

a) Forklar at funksjonen L gitt ved

$$L(x) = 0{,}17x + 81{,}4$$

kan brukast som modell for forventa levealder for kvinner i Noreg x år etter år 2000.

I 2010 var den forventa levealderen for kvinner i Noreg 83,2 år.

b) Korleis passar modellen i oppgåve a) med dette?

Oppgåve 9 (5 poeng)

Ein kodelås har ein tresifra kode. Kvart siffer i koden kan anten vere 1, 2, 3, 4, 5 eller 6. Koden er laga tilfeldig.

a) Bestem sannsynet for at koden er 123.

b) Bestem sannsynet for at ingen av sifra i koden er like.

c) Bestem sannsynet for at akkurat to av sifra i koden er like.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (6 poeng)

Sara har utvikla ein ny app. Tabellen nedanfor viser det totale talet på nedlastingar $N(x)$ av appen dei x første dagane etter lanseringa.

Dagar etter lanseringa, x	5	10	15	20	25	30
Det totale talet på nedlastingar, $N(x)$	320	512	825	1470	2428	4190

a) Bruk regresjon til å vise at funksjonen N gitt ved

$$N(x) = 184 \cdot 1{,}109^x$$

kan brukast som modell for det totale talet på nedlastingar dei x første dagane etter lanseringa.

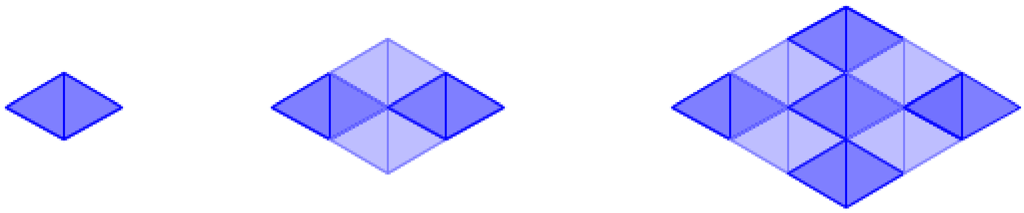
b) Kor mange prosent aukar det totale talet på nedlastingar med per dag ifølgje modellen i oppgåve a)?

c) Bruk grafteiknar til å teikne grafen til N og bestemme når det totale talet på nedlastingar er 8000 ifølgje modellen i oppgåve a).

Modellen i oppgåve a) er gyldig dei første 40 dagane etter lanseringa. Etter dette vil det totale talet på nedlastingar auke tilnærma lineært i ein periode. Sara har som mål at appen totalt skal bli lasta ned 25 000 gonger i løpet av dei 90 første dagane etter lanseringa.

d) Bestem kor mange gonger appen må lastast ned per dag i perioden frå dag 40 til dag 90 dersom Sara skal nå målet.

Oppgåve 2 (5 poeng)



T_1 T_2 T_3

Kjartan lagar lappeteppe i ulike storleikar etter eit fast mønster. Teppa er sette saman av likesida trekantar. Ovanfor ser du ei skisse av dei tre minste teppa, T_1, T_2 og T_3.

a) Skriv av tabellen i svaret ditt, og fyll ut det som manglar:

Teppe	Likesida trekantar
T_1	2
T_2	8
T_3	
T_4	
T_5	

b) Set opp ein modell som viser talet på likesida trekantar i teppet T_n uttrykt ved n.

Kjartan har 1000 likesida trekantar.

c) Kva er det største teppet T_n han kan lage?

Oppgåve 3 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = dx + c$$

Bruk CAS til å løyse likninga $f(x) = g(x)$. Vis at summen av løysningane er lik $-a$.

Oppgåve 4 (3 poeng)

I ein kommune viser det seg at 45 % av utrykkingane frå brannvesenet kjem av falsk alarm. Ei veke rykkjer brannvesenet i kommunen ut 58 gonger.

a) Bestem sannsynet for at akkurat 25 av utrykkingane kjem av falsk alarm.

b) Bestem sannsynet for at meir enn $\frac{1}{3}$ av utrykkingane kjem av falsk alarm.

Oppgåve 5 (8 poeng)

Kurvene S og T er gitt ved parameterframstillingane

$$S: \begin{cases} x = -2t \\ y = \dfrac{-2}{1+t^2} \end{cases} \qquad T: \begin{cases} x = 2t \\ y = \dfrac{2}{1+t^2} \end{cases}$$

a) Bruk grafteiknar til å teikne dei to kurvene i same koordinatsystem for $t \in [-5, 5]$

Kurva K er gitt ved parameterframstillinga

$$K: \begin{cases} x = at \\ y = \dfrac{a}{1+t^2} \end{cases} \qquad t \in [-5, 5] \ \ og \ \ a \neq 0$$

b) Bestem eventuelle skjeringspunkt mellom kurva K og koordinataksane.

Kurva K kan representerast ved eit funksjonsuttrykk $y = f(x)$.

c) Vis at $f(x) = \dfrac{a^3}{a^2 + x^2}$

Ein annan funksjon g er gitt ved

$$g(x) = a - x^2$$

d) Bruk CAS til å bestemme talet på skjæringspunkt mellom grafen til f og grafen til g.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 9 oppgaver. Del 2 har 5 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert eksamen.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. • Tegninger, grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

På Del 1 av eksamen kan du få bruk for formlene nedenfor.

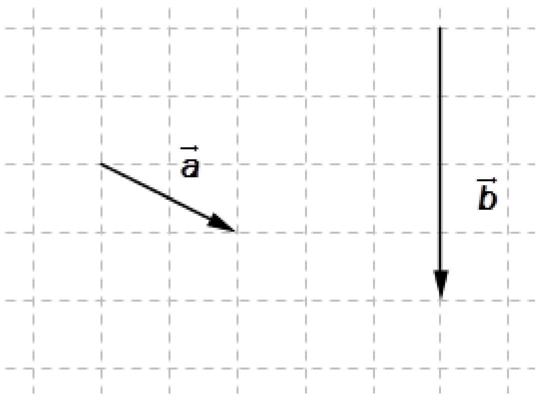
Binomisk fordeling: $P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$

Antall uavhengige forsøk er n. X er antall ganger A inntreffer.
$P(A)=p$ i hvert forsøk.

Hypergeometrisk fordeling: $P(X=k)=\dfrac{\binom{m}{k}\cdot\binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$

m elementer i D. $n-m$ elementer i $\overline{D}$. r elementer trekkes tilfeldig.
X er antall elementer som trekkes fra D.

Oppgave 1 (3 poeng)



Ovenfor har vi tegnet $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

a) Tegn $3\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$.

b) Tegn $\vec{c}$ slik at $\frac{3}{4}\vec{b}+\vec{c}=2\vec{a}$.

Oppgave 2 (6 poeng)

Punktene $A(-1, 3)$, $B(2, 7)$ og $C(-5, t+1)$ er gitt.

a) Bestem t slik at $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$

b) Bestem t slik at $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{AC}$

c) Bestem t slik at $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$

Oppgave 3 (1 poeng)

Vektorene $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er gitt slik at $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ og cosinus til vinkelen mellom vektorene er 0,5.

Bestem $(2\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$

Oppgave 4 (4 poeng)

I en spørreundersøkelse var 60 % av deltakerne kvinner og 40 % menn. Undersøkelsen viste at 80 % av kvinnene og 30 % av mennene har sett filmen «Grease».

En deltaker fra spørreundersøkelsen velges tilfeldig ut.

a) Bestem sannsynligheten for at deltakeren har sett filmen «Grease».

Det viser seg at deltakeren har sett filmen «Grease».

b) Bestem sannsynligheten for at deltakeren er en mann.

Oppgave 5 (5 poeng)

En rett linje l går gjennom punktene $A(-4, 1)$ og $B(4, -3)$.

a) Bestem en parameterframstilling for linjen l.

b) Bestem skjæringspunktene mellom linjen l og koordinataksene ved regning.

En annen rett linje m går gjennom punktet $C(-2, 5)$ og står vinkelrett på linjen l.

c) Bestem skjæringspunktet mellom linjene l og m ved regning.

Oppgave 6 (4 poeng)

Lene og Eirik er gjester i et TV-program sammen med tre andre personer. Blant de fem gjestene skal det tilfeldig velges ut tre personer.

a) Bestem sannsynligheten for at både Lene og Eirik blir valgt ut.

b) Bestem sannsynligheten for at enten Lene eller Eirik eller begge to blir valgt ut.

Oppgave 7 (5 poeng)

Johan er på joggetur. Joggeturen kan deles inn i tre faser. Se tabellen nedenfor.

Fase	Varighet (minutter)	Beskrivelse
Oppvarming	10	Johan løper med en fart på 12 km/h.
Intervall	20	Pause — intervall — pause — intervall — pause — intervall — pause Pausene er på 2 min. Da står Johan stille. Intervallene er på 4 min. Da løper Johan med en fart på 15 km/h.
Avkjøling	10	Johan går med en fart på 6 km/h.

a) Lag en grafisk framstilling som viser hvordan den tilbakelagte strekningen varierer med tiden. Bruk minutter som enhet på førsteaksen og kilometer som enhet på andreaksen.

Anta at Johan neste dag vil løpe samme strekning. Han vil bruke like lang tid som dagen før, men nå vil han holde samme fart hele strekningen og ikke ta pauser.

b) Hvilken fart må Johan da løpe med? Oppgi svaret i km/h.

Oppgave 8 (3 poeng)

I 2003 var forventet levealder for kvinner i Norge 81,9 år. I 2013 var forventet levealder for kvinner i Norge 83,6 år. Vi antar at den forventede levealderen har økt lineært siden år 2000.

a) Forklar at funksjonen L gitt ved

$$L(x) = 0{,}17x + 81{,}4$$

kan brukes som modell for forventet levealder for kvinner i Norge x år etter år 2000.

I 2010 var den forventede levealderen for kvinner i Norge 83,2 år.

b) Hvordan passer modellen i oppgave a) med dette?

Oppgave 9 (5 poeng)

En kodelås har en tresifret kode. Hvert siffer i koden kan enten være 1, 2, 3, 4, 5 eller 6. Koden er laget tilfeldig.

a) Bestem sannsynligheten for at koden er 123.

b) Bestem sannsynligheten for at ingen av sifrene i koden er like.

c) Bestem sannsynligheten for at akkurat to av sifrene i koden er like.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

Sara har utviklet en ny app. Tabellen nedenfor viser det totale antallet nedlastinger $N(x)$ av appen de x første dagene etter lanseringen.

Dager etter lanseringen, x	5	10	15	20	25	30
Totalt antall nedlastinger, $N(x)$	320	512	825	1470	2428	4190

a) Bruk regresjon til å vise at funksjonen N gitt ved

$$N(x) = 184 \cdot 1{,}109^x$$

kan brukes som modell for det totale antallet nedlastinger de x første dagene etter lanseringen.

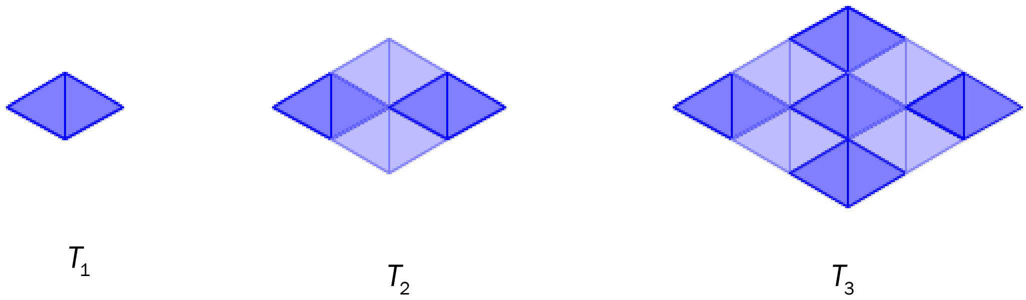
b) Hvor mange prosent øker det totale antallet nedlastinger med per dag ifølge modellen i oppgave a)?

c) Bruk graftegner til å tegne grafen til N og bestemme når det det totale antallet nedlastinger er 8000 ifølge modellen i oppgave a).

Modellen i oppgave a) er gyldig de første 40 dagene etter lanseringen. Etter dette vil det totale antallet nedlastinger øke tilnærmet lineært i en periode. Saras mål er at appen totalt skal bli lastet ned 25 000 ganger i løpet av de 90 første dagene etter lanseringen.

d) Bestem hvor mange ganger appen må lastes ned per dag i perioden fra dag 40 til dag 90 dersom målet skal nås.

Oppgave 2 (5 poeng)



Kjartan lager lappetepper av ulik størrelse etter et fast mønster. Teppene er satt sammen av likesidede trekanter. Ovenfor ser du en skisse av de tre minste teppene, T_1, T_2 og T_3.

a) Skriv av tabellen i besvarelsen din, og fyll ut det som mangler:

Teppe	Antall likesidede trekanter
T_1	2
T_2	8
T_3	
T_4	
T_5	

b) Sett opp en modell som viser antall likesidede trekanter i teppet T_n uttrykt ved n.

Kjartan har 1000 likesidede trekanter.

c) Hva er det største teppet T_n han kan lage?

Oppgave 3 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = dx + c$$

Bruk CAS til å løse likningen $f(x) = g(x)$. Vis at summen av løsningene er lik $-a$.

Oppgave 4 (3 poeng)

I en kommune viser det seg at 45 % av brannvesenets utrykninger skyldes falsk alarm.
En uke rykker brannvesenet i kommunen ut 58 ganger.

a) Bestem sannsynligheten for at akkurat 25 av utrykningene skyldes falsk alarm.

b) Bestem sannsynligheten for at mer enn $\frac{1}{3}$ av utrykningene skyldes falsk alarm.

Oppgave 5 (8 poeng)

Kurvene S og T er gitt ved parameterframstillingene

$$S: \begin{cases} x = -2t \\ y = \dfrac{-2}{1+t^2} \end{cases} \qquad\qquad T: \begin{cases} x = 2t \\ y = \dfrac{2}{1+t^2} \end{cases}$$

a) Bruk graftegner til å tegne de to kurvene i samme koordinatsystem for $t \in [-5, 5]$

Kurven K er gitt ved parameterframstillingen

$$K: \begin{cases} x = at \\ y = \dfrac{a}{1+t^2} \end{cases} \qquad t \in [-5, 5] \;\; og \;\; a \neq 0$$

b) Bestem eventuelle skjæringspunkter mellom kurven K og koordinataksene.

Kurven K kan representeres ved et funksjonsuttrykk $y = f(x)$.

c) Vis at $f(x) = \dfrac{a^3}{a^2 + x^2}$

En annen funksjon g er gitt ved

$$g(x) = a - x^2$$

d) Bruk CAS til å bestemme antall skjæringspunkter mellom grafen til f og grafen til g.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet