

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (18 poeng)

a) Løs likningene

1) $\frac{1}{6} + \frac{x-1}{3} = \frac{7}{6} - \frac{x+1}{2}$

2) $2x^2 = 10x - 12$

b) Løs likningssystemet

$$\begin{cases} y = x^2 - 3x - 2 \\ y + 2 = 2x \end{cases}$$

c)

1) Løs likningen $3 \cdot 2^x = 24$

2) Finn en formel for x når $y = a \cdot b^x$

d) Vi har gitt funksjonen:

$$f(x) = \frac{2x-4}{x-1}$$

Tegn grafen til f for $x \in \langle -3, 5 \rangle$

e) Vi har gitt funksjonen:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

- 1) Bestem $f'(x)$
- 2) Tegn fortegnslinjen til $f'(x)$ og bruk denne til å finne topp- og bunnpunktet på grafen til f .

f) Geir jogger en fast runde hver morgen. Dette tar vanligvis 60 minutter. En dag har han dårlig tid og kutter strekningen med 20 % og øker farten med 20 %.

Hvor lang tid tar joggeturen denne morgenen?

Oppgave 2 (6 poeng)

a) Rad nummer 0, 1 og 2 i Pascals trekant er

$$\begin{array}{c} 1 \\ 1 \ 1 \\ 1 \ 2 \ 1 \end{array}$$

Skriv opp de tre neste radene.

b) Bruk Pascals trekant til å bestemme binomialkoeffisientene

$$\binom{3}{0}, \binom{4}{1}, \binom{4}{3} \text{ og } \binom{5}{5}$$

For rad nummer n i Pascals trekant gjelder følgende sammenheng:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

c) Vis at dette stemmer for rad nummer 0, 1, 2, 3, 4 og 5.
Finn summen av binomialkoeffisientene i rad nummer 10.

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 3 (8 poeng)

Elevrådet ved en skole består av 9 jenter og 6 gutter. Blant disse skal det velges en komité på 5 personer. De bestemmer seg for å trekke ut de 5 personene tilfeldig.

- a) Hvor mange mulige komiteer med 5 personer kan vi sette sammen av medlemmene i elevrådet?
- b) Hva er sannsynligheten for at det blir 2 gutter og 3 jenter i komiteen?

Det er trukket ut en komité på 5 medlemmer. Elise og Mathias er med i komiteen. Det er ingen som har lyst til å være leder eller sekretær. De bestemmer seg derfor for å velge ut leder og sekretær ved loddtrekning blant de 5 medlemmene. De trekker først lederen og deretter sekretæren.

- c) Hva er sannsynligheten for at Elise blir leder og Mathias sekretær?
- d) Hva er sannsynligheten for at Elise blir leder og en annen enn Mathias blir sekretær?

Oppgave 4 (4 poeng)

Solveig passerer et lyskryss 40 ganger på vei til og fra skolen i løpet av en måned. I krysset er det grønt lys 35 % av tida.

- a) Hva er sannsynligheten for at Solveig får grønt lys akkurat 16 ganger?
- b) Hva er sannsynligheten for at Solveig får grønt lys minst 16 ganger?

Oppgave 5 (4 poeng)

Funksjonene f og g er gitt ved

$$f(x) = 2x^2 \cdot 2^{-x}$$

$$g(x) = (8x - 6) \cdot 2^{-x}$$

- Tegn grafene til f og g i samme koordinatsystem når $x \in [0, 4]$
- Finn koordinatene til skjæringspunktene mellom grafene både grafisk og ved regning.

Oppgave 6 (12 poeng)

**Du skal svare på enten alternativ I eller alternativ II.
De to alternativene teller like mye ved vurderingen.**

(Dersom besvarelsen din inneholder deler av begge alternativene, vil bare det du har skrevet på alternativ I, bli vurdert.)

Alternativ 1

Vi har gitt funksjonen

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$$

- Tegn grafen til f når $x \in \left(-\frac{1}{2}, 3\right)$.
- Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten i intervallet $[1, 2]$. Marker denne på figuren i a).
- Finn den momentane vekstfarten når $x = \frac{1}{2}$. Marker denne på figuren i a).
- Tegn fortegnslinjen til $f'(x)$ og bruk denne til å finne hvor grafen til f stiger, og hvor grafen til f synker.
- Løs likningen $f'(x) = 0$. Bestem topp- og bunnpunktet på grafen til f .
- Vis ved regning at likningen $f(x) = 0$ bare har løsningen $x = 0$

Alternativ 2

En bedrift kan produsere inntil 1 400 enheter av en bestemt vare per dag. Tabellen nedenfor viser totalkostnaden i kroner ved noen produksjonsmengder.

Antall enheter	200	400	600	700	800	1000
Totalkostnad	2 300	3 000	3 800	4 200	4 700	5 900

- a) Bruk regresjon til å finne et andregradsuttrykk for kostnadsfunksjonen når det produseres x enheter per dag.

Bedriften kan selge hele produksjonen så lenge den holder seg under 1 400 enheter per dag. Inntektene i kroner ved salget er gitt ved funksjonen

$$I(x) = -0,004x^2 + 9,5x + 200$$

Som kostnadsfunksjon velger bedriften nå å bruke

$$K(x) = 0,002x^2 + 2x + 1800$$

- b) Tegn grafene til de to funksjonene i samme koordinatsystem.
- c) Bruk grafene til å avgjøre hvor mye som må produseres for at bedriften skal sitte igjen med overskudd. Forklar hvordan du kan bruke grafene til å finne det største overskuddet.
- d) Finn et uttrykk for overskuddsfunksjonen $O(x)$. Bruk uttrykket til å undersøke hvilke produksjonsmengder som gir overskudd.
- e) Bruk den deriverte til å finne ut hvor mange enheter som må produseres og selges for at inntekten $I(x)$ skal bli størst mulig. Vil dette salget gi overskudd for bedriften?
- f) Bruk den deriverte til å finne ut hvilken produksjonsmengde som gir størst overskudd. Hva er det største overskuddet bedriften kan oppnå?

Oppgave 7 (8 poeng)



Kilde: Utdanningsdirektoratet

En ferje frakter personbiler og lastebiler. En personbil trenger et areal på 15 m^2 når den står parkert på ferja, mens en lastebil trenger 50 m^2 . Arealet av hele ferjedekket er $2\,100 \text{ m}^2$.

En personbil veier i gjennomsnitt 1 t (tonn), og en lastebil veier 10 t. Den samlede vekten av bilene på ferja må ikke overstige 250 t.

Det koster 106 kroner for en personbil på denne ferjestrekningen, mens det koster 603 kroner for en lastebil.

La x være antall personbiler og y antall lastebiler om bord på ferja ved en overfart.

- Sett opp ulikheter som avgrensner antall personbiler og lastebiler det er mulig å ta med på ferja.
- Tegn grafer som illustrerer ulikhetene i et koordinatsystem. Marker på figuren hvilket område som angir de mulige antallene av personbiler og lastebiler.
- Sett opp et uttrykk som viser hvor stor inntekt ferjeselskapet har på en overfart. Finn den fordelingen av personbiler og lastebiler som gir høyest inntekt for selskapet. Hva er den største inntekten selskapet kan oppnå på en overfart?

Det innføres nye regler. Av sikkerhetsgrunner er det ikke lenger tillatt å ta med mer enn 14 lastebiler.

- Hva blir nå den høyeste inntekten som er mulig å oppnå på en overfart?