

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (3 poeng)

Løs likningene

a) $2x - 10 = x(x - 5)$

b) $\lg\left(\frac{x}{2}\right) + 3 = 5$

Oppgave 2 (1 poeng)

Bruk en kvadratsetning til å bestemme verdien av produktet $995 \cdot 995$

Oppgave 3 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{cases} 2x = y - 4 \\ 4x^2 + 3y = 12 \end{cases}$$

Oppgave 4 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\lg\left(\frac{a^2}{b}\right) + \lg(a^2b^2) - \lg\left(\frac{b}{a}\right)$$

Oppgave 5 (5 poeng)

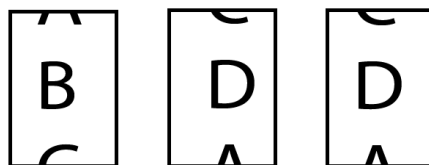
Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 2, \quad D_f = \mathbb{R}$$

- Bestem $f'(x)$.
- Bruk den deriverte til å bestemme eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f .
- Regn ut $f(3)$. Forklar ved hjelp av det du fant i oppgave b), at f bare har ett nullpunkt.

Oppgave 6 (4 poeng)

Med bokstavene A, B, C og D skal vi lage en kode på tre bokstaver.



- Hvor mange ulike koder kan vi lage dersom vi tillater at én bokstav kan brukes flere ganger?
- Hvor mange ulike koder kan vi lage dersom hver bokstav kan brukes bare én gang?
- Hvor mange ulike koder kan vi lage dersom hver av kodene skal inneholde minst to like bokstaver?

Oppgave 7 (5 poeng)

En bedrift produserer x enheter av en vare. Enhetskostnaden $E(x)$ kroner per produsert enhet er gitt ved

$$E(x) = 4x + 1200 + \frac{20000}{x}, \quad x > 0$$

- a) Hvor stor er enhetskostnaden dersom bedriften produserer 200 enheter av varen? Hva blir da den samlede produksjonskostnaden?

Bedriften har inngått en avtale der de får solgt alt de produserer, for 2000 kroner per enhet.

- b) Forklar at bedriftens overskudd O når det produseres x enheter, er gitt ved

$$O(x) = -4x^2 + 800x - 20000$$

- c) Hvilken produksjonsmengde gir størst overskudd?

Oppgave 8 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - x, \quad D_f = \mathbb{R}$$

Bruk definisjonen av den deriverte til å vise at $f'(x) = 3x^2 - 1$

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 + 3x - 5 \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

- Bestem den momentane vekstfarten til f i punktet $(2, f(2))$ og den gjennomsnittlige vekstfarten til f i intervallet $[1, 3]$.
- Bestem den momentane vekstfarten til f i punktet $(a, f(a))$ og den gjennomsnittlige vekstfarten til f i intervallet $[a-1, a+1]$. Tallet a er en konstant. Sammenlign svarene og kommenter.

Oppgave 2 (5 poeng)

For nøyaktig tre år siden satte Per inn 10 000 kroner på en sparekonto. Kontoen har en fast årlig rente på 4,0 %.

- Hvor mye penger har Per på sparekontoen i dag?
- Hvor mange år vil det gå fra han satte inn pengene, til han har 25 000 kroner på kontoen, dersom han lar pengene bli stående på kontoen?

Per bestemmer seg for å sette inn mer penger på kontoen.

- Hvor mye penger må han sette inn på sparekontoen i dag for at det til sammen skal stå 25 000 kroner på kontoen om sju år?

Oppgave 3 (6 poeng)

På en bussrute er det 10 stoppesteder i tillegg til endeholdeplassen. Dersom bussen kjører ruten uten å stoppe, tar turen 20 min. For hver gang bussen stopper, går det ett minutt ekstra.

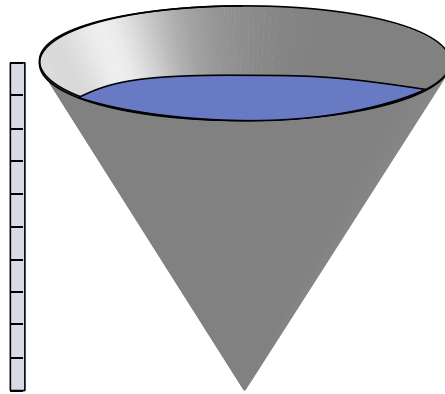
Sannsynligheten for at bussen må stoppe på et vilkårlig stoppested, er 0,40.

- a) Bestem sannsynligheten for at bussturen tar nøyaktig 23 min.
- b) Bestem sannsynligheten for at bussturen tar mindre enn 25 min.

En dag er det billettkontroll. I bussen er det 30 passasjerer. Fire av dem har ikke billett. Fem vilkårlig valgte passasjerer blir kontrollert.

- c) Bestem sannsynligheten for at minst én av de fire uten billett blir kontrollert.

Oppgave 4 (6 poeng)



En vanntank har form som en rett kjegle. Tanken er 10,0 m høy. En pumpe fyller 18 m^3 vann på tanken hver time. Det tappes ikke noe vann ut av tanken. Tabellen nedenfor viser vannstanden i tanken ved ulike tidspunkt.

Tid i timer	1	2	4	6	8	10
Vannstand i meter	3,3	4,2	5,2	6,0	6,6	7,1

- Sett punktene fra tabellen inn i et koordinatsystem med tiden langs x -aksen og vannstanden langs y -aksen. Lag en potensfunksjon som passer med tallene fra tabellen.
- Bestem hvor mange timer det går før tanken er full.
Hvor mye vann er det da i tanken?

Det skal bygges en ny tank med samme form, men høyere. Den nye tanken skal romme 1000 m^3 .

- Hvor lang tid tar det for pumpen å fylle den nye tanken?
Hvor høy blir den nye tanken?

Oppgave 5 (5 poeng)

Avstanden mellom byene A og B er 200 km.

- En bil starter i A og kjører mot B med farten 60 km/h.
- Vi setter i gang en klokke idet bilen i A starter.
- En annen bil starter i B 20 min senere og kjører mot A med farten 40 km/h.
- La t være tiden klokken viser, målt i timer.

a) Forklar at likningssystemet nedenfor kan brukes til å bestemme hvor langt det er fra A til stedet der bilene møtes.

$$\begin{bmatrix} s = 60 \cdot t \\ s = 200 - 40 \left(t - \frac{1}{3} \right) \end{bmatrix}$$

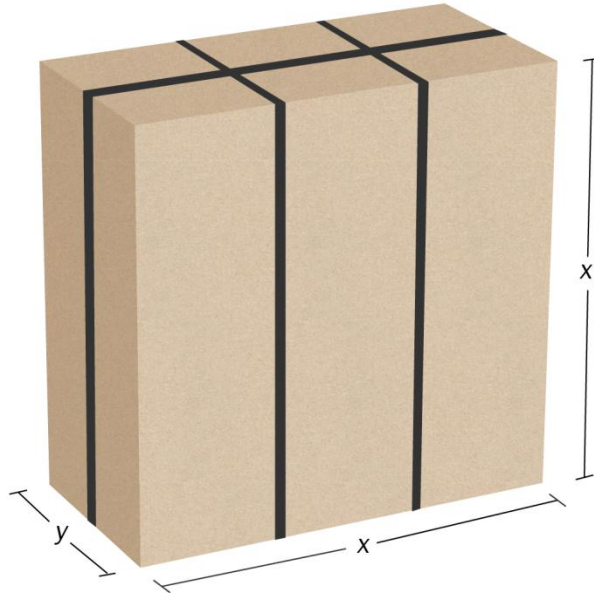
b) Løs likningssystemet og bestem hvor langt fra A de møtes.

Anta at føreren av bilen som starter i B, ønsker at de skal møtes midt mellom de to byene.

c) Bestem hvilken fart bilen hans må ha for at dette skal skje.

Oppgave 6 (3 poeng)

Vi skal lage en pakke med form som et rett prisme. Pakken har bredde lik y cm, lengde lik x cm og høyde lik x cm. Vi vil sikre pakken med svart pakkebånd. Se figuren nedenfor.



Vi ser at lengden av pakkebåndet er $8x + 4y$. Vi vil lage pakken slik at den har størst mulig volum når vi bruker akkurat 900 cm med pakkebånd.

- a) Vis at volumet $V(x)$ av pakken kan skrives som

$$V(x) = -2x^3 + 225x^2$$

- b) Bestem x og y slik at volumet av pakken blir størst mulig. Kommenter svaret ditt. Bestem det største volumet, målt i kubikkdesimeter.

Oppgave 7 (7 poeng)

En matbutikk lager to typer kjøttkaker. Tabellen nedenfor viser hvor mye kjøttdeig og mel som går med til å lage 1 kg kjøttkaker for hver av de to typene.

Kjøttkaketype	Kjøttdeig	Mel
A	0,40 kg	0,60 kg
B	0,80 kg	0,20 kg

Matbutikken har hver uke tilgang på 1000 kg kjøttdeig og 800 kg mel.

La x være antall kilogram kjøttkaker av type A og y antall kilogram kjøttkaker av type B som lages en uke.

a) Forklar at x og y må oppfylle ulikhetene nedenfor.

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$0,60x + 0,20y \leq 800$$

$$0,40x + 0,80y \leq 1000$$

Ulikhetene avgrenser et område. Marker dette området i et koordinatsystem.

Prisen på kjøttkaker av type A er 70 kroner per kilogram. Prisen for type B er 110 kroner per kilogram.

b) Anta at butikken får solgt alle kjøttkakene. Hvor mye av hver type kjøttkaker må de produsere for at salgsinntektene skal bli størst mulig?

En uke er en av de ansatte i butikken syk. De klarer derfor ikke å produsere mer enn 1500 kg kjøttkaker til sammen.

c) Hvor mye av hver kjøttkaketype må de produsere denne uken for at salgsinntektene skal bli størst mulig?