

## DEL 1

### Uten hjelpemidler

#### Oppgave 1 (6 poeng)

Løs likningene

a)  $x^2 + 2x - 8 = 0$

b)  $\frac{5x-1}{2} + \frac{2x-5}{3} = 1$

c)  $\lg(x^2) + 2 = 4$

#### Oppgave 2 (6 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a)  $\frac{2a^7(a^{-1}b^2)^3}{(2ab)^2}$

b)  $\frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x-1}$

c)  $4\lg(2x) - \lg(x^2) - 2\lg\left(\frac{x}{2}\right)$

#### Oppgave 3 (2 poeng)

Løs likningssettet

$$\begin{cases} x^2 + 2y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

### Oppgave 4 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$x^2 + 2x \geq 3$$

### Oppgave 5 (3 poeng)

Til en fotballkamp ble det solgt 1400 billetter. Supporterne til hjemmelaget kjøpte fire ganger så mange billetter som supporterne til bortelaget.

Hvor mange billetter ble solgt til hjemmelagets supportere? Begrunn svaret.

### Oppgave 6 (6 poeng)

En nøkkelboks er en boks med plass til nøkler. Noen slike bokser har kodelås.

For én type nøkkelboks lages en kode ved å stille inn fire tall. Hvert tall velges blant tallene 0 til 9. Et tall kan velges flere ganger. Tallene må være stilt inn i en bestemt rekkefølge.

a) Hvor mange ulike koder finnes for denne typen nøkkelboks?



For en annen type nøkkelboks lages en kode ved å velge et bestemt antall forskjellige tall blant tallene 0 til 9. Tallene trenger ikke å være stilt inn i en bestemt rekkefølge.

b) Hvor mange ulike koder finnes det for denne typen nøkkelboks dersom koden skal bestå av fire forskjellige tall?

c) Hvor mange tall må koden bestå av for at antall mulige koder skal bli størst mulig? Hvor mange mulige koder er det da?



## Oppgave 7 (3 poeng)

En fotballklubb skal bygge et fotballstadion. For å tilfredsstillere Norges Fotballforbunds regler<sup>2</sup>, må tribunen ha en kapasitet på minst 1000 tilskuere. Av disse må minst 800 være sitteplasser, og høyst 40 % av plassene kan være ståplasser.

La  $x$  være antall sitteplasser og  $y$  antall ståplasser.

Sett opp ulikheter som beskriver situasjonen ovenfor.

## Oppgave 8 (8 poeng)

Når du skal sende en rull med Posten, må rullen ikke være for stor. Posten stiller følgende krav til størrelsen på rullen:

Lengden kan være inntil 90 cm. Lengde + dobbel diameter må ikke være over 104 cm.



La  $x$  være radien, og la  $y$  være lengden (i cm) på en rull som skal sendes.

a) Bruk opplysningene ovenfor til å forklare at  $x$  og  $y$  må tilfredsstillere ulikhetene

$$0 < y \leq 90 \quad \text{og} \quad 4x + y \leq 104$$

b) Begrunn at en rull som skal sendes, må ha radius mindre enn 26 cm.

Vi ønsker å lage en rull der summen av lengden og to diametere er 104 cm.

c) Vis at volumet  $V$  må tilfredsstillere

$$V(x) = 104\pi x^2 - 4\pi x^3$$

d) Hvilken radius vil gi størst volum?

<sup>2</sup> <https://www.fotball.no/lov-og-reglement/klubblisens/tl-og-obos/kriterier/infrastrukturkriterier/#73455>

## DEL 2

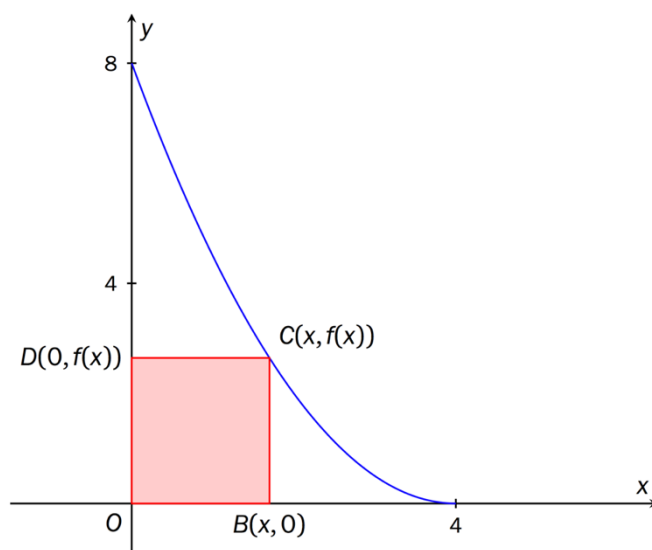
### Med hjelpemidler

#### Oppgave 1 (5 poeng)

Funksjonen  $f$  er gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-4)^2, \quad 0 < x < 4$$

Under grafen til  $f$  er det tegnet inn et rektangel  $OBCD$ , slik som figuren nedenfor viser.



a) Vis at arealet til rektangelet er gitt ved

$$A(x) = \frac{1}{2}x^3 - 4x^2 + 8x, \quad 0 < x < 4$$

b) Bruk CAS til å bestemme  $x$  slik at arealet til rektangelet blir 4.

c) Bruk CAS til å bestemme  $x$  slik at arealet til rektangelet blir størst mulig.  
Hva er det største arealet rektangelet kan ha?

## Oppgave 2 (7 poeng)

Tabellen nedenfor viser sammenhengen mellom lengde og vekt av laks i et vassdrag.

Lengde (i cm)	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Vekt (i gram)	1402	1905	2494	3202	3806	4600	5610	6760	8041

- a) Bruk regresjon til å bestemme en potensfunksjon  $g$  som viser vekten til en laks som funksjon av lengden på laksen.

I et annet vassdrag viser det seg at en god modell  $f$  for vekten (i gram) til en  $x$  cm lang laks er gitt ved

$$f(x) = 0,015x^{2,93}, \quad 50 \leq x \leq 130$$

- b) Bruk graftegner til å tegne grafen til  $f$ .
- c) Hvor mye veier en laks som er 100 cm lang, ifølge modellen  $f$ ?
- d) Hvor lang er en laks som veier 15 kg, ifølge modellen  $f$ ?

## Oppgave 3 (5 poeng)

Jakob har en spilleliste med 20 sanger på mobilen sin. Fire av sangene på spillelisten er med artisten Kygo. Programmet spiller av sangene i tilfeldig rekkefølge (shuffle) med tilbakelegging. Det vil si at samme sang kan bli spilt av flere ganger etter hverandre.

- a) Forklar at sannsynligheten alltid er  $p = 0,2$  for at neste sang som blir spilt, er med Kygo.
- b) Jakob vil høre på fem avspillinger fra spillelisten. Bestem sannsynligheten for at nøyaktig to av sangene han spiller, er med Kygo.
- c) Hvor mange avspillinger må han høre på for at sannsynligheten for å få høre minst én sang med Kygo skal være større enn 90 %?

#### Oppgave 4 (7 poeng)

En bedrift produserer to typer sofaer, A og B. La  $x$  være antall sofaer av type A og  $y$  antall sofaer av type B som blir produsert per dag. Sofaene må innom tre avdelinger før de er ferdige.

- Produksjonen av én sofa av type A tar 1 time i avdeling I, 2 timer i avdeling II og 2 timer i avdeling III.
- Produksjonen av én sofa av type B tar 3 timer i avdeling I, 3 timer i avdeling II og 1 time i avdeling III.
- Avdeling I har en maksimal kapasitet på 14 timer per dag.
- Avdeling II har en maksimal kapasitet på 16 timer per dag.
- Avdeling III har en maksimal kapasitet på 12 timer per dag.

a) Forklar at opplysningene ovenfor gir oss ulikhetene

$$x + 3y \leq 14$$

$$2x + 3y \leq 16$$

$$2x + y \leq 12$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Skraver det området i planet som er avgrenset av disse ulikhetene.

Fortjenesten i kroner når bedriften produserer og selger  $x$  enheter av type A og  $y$  enheter av type B, er gitt ved

$$F(x, y) = 4500x + 6000y$$

- b) Hvor stor er fortjenesten på én sofa av type A og på én sofa av type B?
- c) Hvor mange enheter av type A og type B må bedriften produsere per dag for at fortjenesten skal bli størst mulig?

Ledelsen i bedriften har funnet ut at det er ressurser til å utvide kapasiteten i én av de tre avdelingene med 1 time.

d) I hvilken avdeling bør de øke kapasiteten?