DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (3 poeng)

Løs likningene

a) $2x^2 - 6x + 4 = 0$

b) $2\lg x - \lg 2 = \lg(4 - x)$

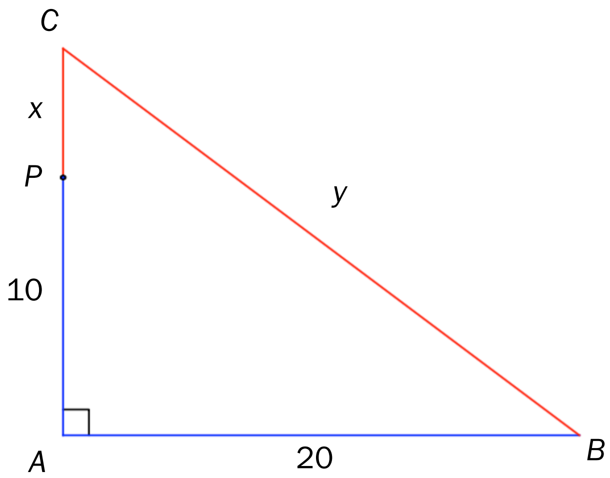
Oppgave 2 (3 poeng)

$\triangle ABC$ er rettvinklet.

Et punkt P på AC er plassert slik at

$PA + AB = PC + CB$.

Vi setter $PC = x$ og $CB = y$.



a) Forklar at likningssystemet nedenfor kan brukes til å regne ut sidene i trekanten.

$$\begin{bmatrix} x + y = 30 \\ (10 + x)^2 + 400 = y^2 \end{bmatrix}$$

b) Bestem x og y ved å løse likningssystemet.

Oppgave 3 (4 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a) $(a+1)^2 - 2(a-1)(a+1) + (a-1)^2$

b) $\dfrac{(2a^2)^{-1}(3b)^2}{(3a^2b^{-1})^2}$

Oppgave 4 (7 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x)=x^3-6x^2+9x-4 \quad , \quad D_f=\mathbb{R}$$

a) Bestem $f'(x)$.

b) Bestem eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f.

c) Bestem ligningen til tangenten til grafen i punktet $(0, f(0))$.

d) Grafen til f har en annen tangent som er parallell med tangenten du fant i oppgave c). Bestem tangeringspunktet for denne tangenten.

Oppgave 5 (4 poeng)

Et område D er bestemt av ulikhetene

$$\begin{aligned} x+y &\leq 5 \\ y-x &\geq 1 \\ x &\geq -1 \end{aligned}$$

a) Skraver området D i et koordinatsystem.

b) Bestem punktet (x, y) i området D slik at $3x+2y$ blir størst mulig.

Oppgave 6 (3 poeng)

En bedrift regner med at kostnadene i kroner ved å produsere x enheter av en vare per dag er gitt ved

$$K(x)=0{,}25x^2+100x+5000 \quad , \quad x\in[0, 400]$$

Bedriften selger alle varene de produserer for 200 kroner per enhet.

a) Forklar at overskuddet O per dag er gitt ved

$$O(x)=-0{,}25x^2+100x-5000$$

b) Bestem den produksjonsmengden som gir størst overskudd per dag.
Hva blir det største overskuddet?

Oppgave 7 (6 poeng)

I oppgave 7 nedenfor kan du få bruk for disse formlene:

Binomisk fordeling: $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

Antall uavhengige forsøk er n. X er antall ganger A inntreffer.

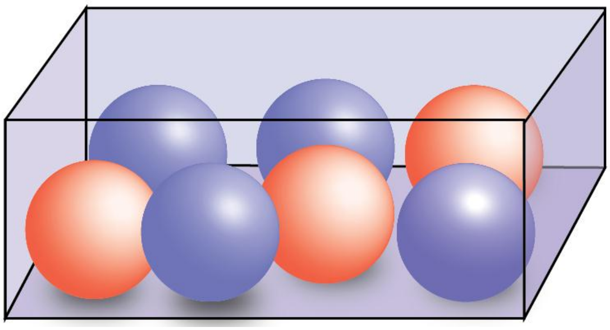
$P(A) = p$ i hvert forsøk.

Hypergeometrisk fordeling: $P(X = k) = \dfrac{\binom{m}{k} \cdot \binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$

m elementer i D. $n-m$ elementer i $\overline{D}$. r elementer trekkes tilfeldig.

X er antall elementer som trekkes fra D.

I en boks ligger det 3 røde og 4 blå kuler.



Thomas skal trekke tilfeldig ut 3 kuler uten tilbakelegging.

a) Bestem sannsynligheten for at 2 av de 3 kulene han trekker, er røde.

b) Bestem sannsynligheten for at han trekker ut flere røde enn blå kuler.

Thomas skal så trekke tilfeldig ut 3 kuler med tilbakelegging.

c) Bestem sannsynligheten for at 2 av de 3 kulene han trekker, er røde.

Oppgave 8 (4 poeng)

Funksjonene f, g, h og k er gitt ved

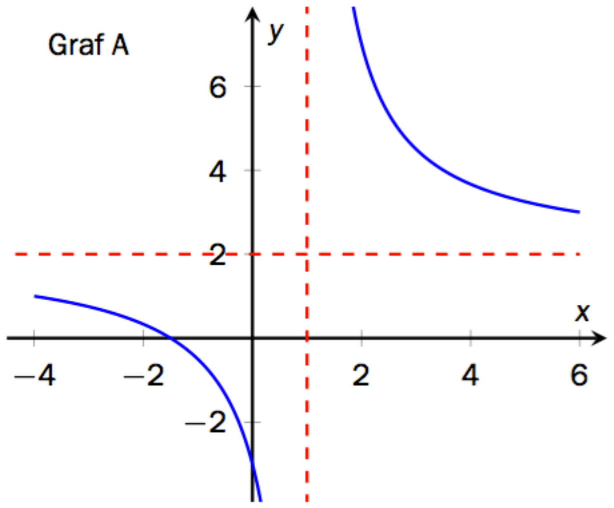
$$f(x) = x^3 + x^2 - 2x + 2 \qquad h(x) = \frac{2x+3}{x-1}$$

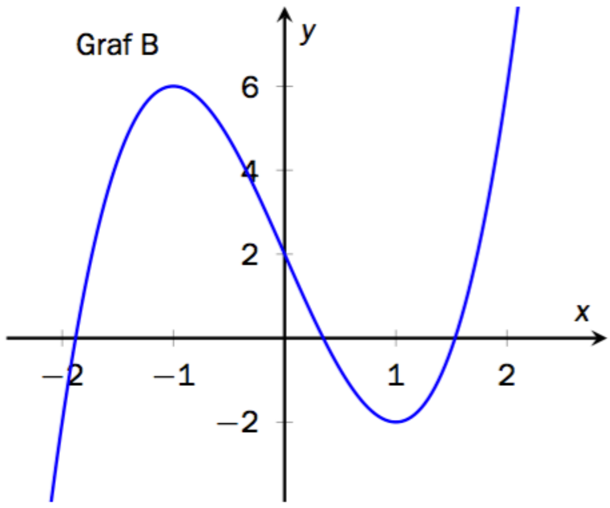
$$g(x) = \frac{x+3}{x-1} \qquad k(x) = 2x^3 - 6x + 2$$

På figuren nedenfor er det tegnet grafen til to av disse funksjonene.

a) Hvilken funksjon gir graf A? Begrunn svaret.

b) Hvilken funksjon gir graf B? Begrunn svaret.





Oppgave 9 (2 poeng)

Løs likningen

$$9^x - 3^x - 12 = 0$$

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

En undersøkelse viser at 70 % av norske arbeidstakere er fornøyde med den utdanningen de har valgt.

I en ungdomsskoleklasse er det 30 elever.

a) Bestem sannsynligheten for at akkurat 21 av elevene kommer til å bli fornøyde med utdanningen de velger.

b) Bestem sannsynligheten for at minst 25 av elevene kommer til å bli fornøyde med utdanningen de velger.

I klassen er det 15 gutter og 15 jenter. Blant disse skal det trekkes ut 6 elever som skal delta i en undersøkelse.

c) Bestem sannsynligheten for at det blir trukket ut flere jenter enn gutter.

Oppgave 2 (6 poeng)

En bedrift produserer en bestemt vare. Tabellen nedenfor viser sammenhengen mellom antall produserte enheter av varen per uke og de totale kostnadene.

Antall produserte enheter per uke, x	80	120	170	330	420	700
Totale kostnader i kroner, $K(x)$	27 000	31 000	36 500	59 000	74 500	137 000

a) Bestem en andregradsfunksjon K som med god tilnærming kan brukes til å beregne kostnadene $K(x)$. Hva blir kostnadene i en uke der det produseres 220 enheter?

Varen selges for 250 kroner per enhet.

b) Bestem hvor mange enheter bedriften må produsere og selge for å få overskudd.

c) Bestem det største overskuddet som bedriften kan oppnå med denne prisen. Hvor mange enheter må bedrifta produsere og selge for å få størst mulig overskudd?

Oppgave 3 (6 poeng)

En smed skal bearbeide et metallstykke. Metallet lar seg bearbeide bare når temperaturen er $150\ ^\circ\text{C}$ eller høyere. Temperaturen *T*, målt i grader celsius, er gitt ved

$$T(x) = 470 \cdot 0{,}95^x + 30$$

der x er tiden, målt i minutter, etter at metallstykket blir tatt ut av ovnen.

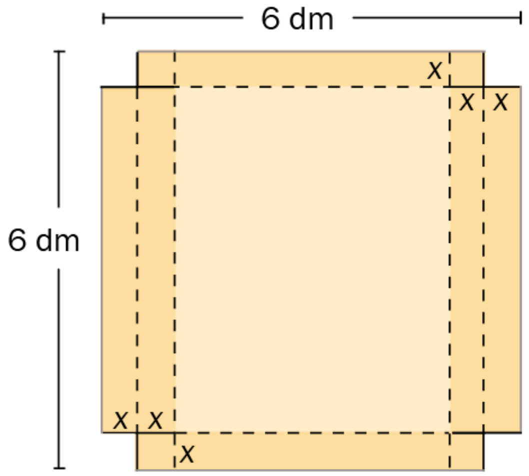
a) Bruk graftegner til å tegne grafen til T. Bestem temperaturen til metallet idet det blir tatt ut av ovnen.

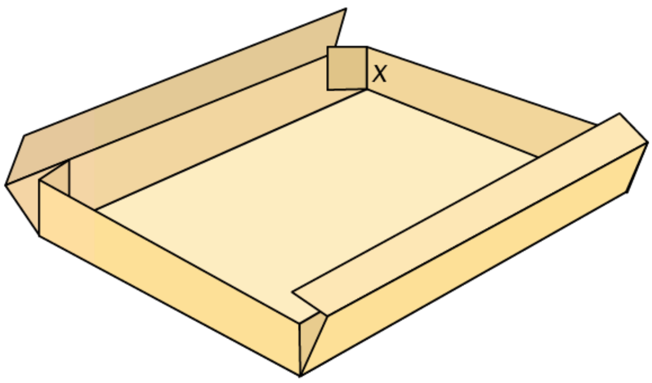
b) Hvor lang tid har smeden på seg til å bearbeide metallstykket? Hva er temperaturen i rommet der smeden arbeider?

c) Smeden ønsker 10 min ekstra tid til å bearbeide metallet. Hva må i så fall temperaturen i metallet være når han starter bearbeidingen?

Oppgave 4 (6 poeng)

En bedrift lager esker av kvadratiske pappstykker med side lik 6 dm. Dette gjør de ved å klippe ut hjørner som vist nedenfor og brette langs de stiplede linjene.





a) Forklar at volumet V, målt i kubikkdesimeter, til hver eske er gitt ved

$$V(x) = 8x^3 - 36x^2 + 36x \quad , \quad x \in \langle 0,\ 1{,}5 \rangle$$

b) Bruk CAS til å bestemme x slik at volumet blir størst mulig. Bestem dette største volumet.

Bedriften skal også lage andre esker der de bruker kvadratiske pappstykker med side lik a dm. De klipper og bretter på samme måte som ovenfor.

c) Bruk CAS til å vise at det maksimale volumet til disse eskene er $\dfrac{\sqrt{3}}{36}a^3$.