

Eksempeloppgave

2014

REA3028 Matematikk S2

Eksempel på eksamen våren 2015 etter ny ordning

Ny eksamensordning

Del 1:

3 timer (uten hjelpemidler)

Del 2:

2 timer (med hjelpemidler)

Minstekrav til digitale verktøy på datamaskin:

- Graftegner
- CAS

Bokmål

Eksamensinformasjon

Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	<p>Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling.</p> <p>Del 1 skal føres på papir. Du kan ikke bruke datamaskin. Bruk blå eller svart penn når du skriver for hånd.</p> <p>Del 2 kan føres på papir. Dersom du velger å skrive besvarelsen av Del 2 for hånd, skal utskrifter fra CAS og graftegner følge med, merkes som vedlegg og refereres til i besvarelsen.</p> <p>Du kan også velge å bruke datamaskin på hele Del 2, samle alle løsninger i ett dokument og levere som utskrift.</p> <p>For skoler som ønsker det, kan Del 2 gjennomføres som IKT-basert eksamen. Alle løsninger skal da samles i én fil og leveres digitalt.</p>
Veiledning om vurderingen:	<p>Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du</p> <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger– vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	<p>Kilder for bilder, tegninger osv.</p> <ul style="list-style-type: none">• Treningssenter, www.tv2.no/sporty (17.01.2014)• Hjemmekino, www.testvinnerene.no (24.02.2012)

DEL 1: 3 timer, 36 poeng

Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål
og vinkelmåler er tillatt

Oppgave 1 (3 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x) = 3x^3 - 2x + 5$

b) $g(x) = xe^{2x}$

Oppgave 2 (2 poeng)

Bestem $h'(2)$ når $h(x) = \frac{e^x}{x-1}$

Oppgave 3 (5 poeng)

Funksjonen P er gitt ved

$$P(x) = 2x^3 - 6x^2 - 8x + 24$$

a) Vis at $P(3) = 0$.

b) Bruk polynomdivisjon til å faktorisere $P(x)$ i førstegradsfaktorer.

c) Forkort brøken $\frac{2x^3 - 6x^2 - 8x + 24}{2x^2 - 8}$

Oppgave 4 (4 poeng)

En uendelig rekke er gitt ved

$$1 + 7 + 19 + 37 + 61 + 91 + \dots$$

a) Skriv av og fyll ut tabellen. Foreslå en formel for S_n

n	a_n	S_n	S_n
1	1	1	
2	7	8	2^3
3	19		
4			
5		125	5^3
6	91	216	

b) Forklar at $a_n = S_n - S_{n-1}$.

Bruk dette til å vise at a_n også kan skrives $a_n = 3n^2 - 3n + 1$

Oppgave 5 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x, \quad x \in \langle -1, 4 \rangle$$

a) Bestem eventuelle nullpunkter, toppunkter og bunnpunkter for f .

b) Tegn grafen til f .

Oppgave 6 (2 poeng)

Mengden av lava som spruter ut per time ved et vulkanutbrudd, kan tilnærmet beskrives ved et funksjonsuttrykk $f(t)$. Funksjonsverdiene er målt i tonn, og t er antall timer etter begynnelsen av utbruddet.

Du får vite at: $f(0) = 300$, $f'(10) = 0$ og $f''(10) = -10$

Hva kan du si om vulkanutbruddet på grunnlag av disse opplysningene?

Oppgave 7 (2 poeng)

Forklar hvorfor vi kan sette grensekostnad lik grenseinntekt, $K'(x) = I'(x)$, når vi skal finne størst overskudd.

Oppgave 8 (3 poeng)

I denne oppgaven kan du få bruk for standard normalfordelingstabell i vedlegg 1 du finner lengst bak i denne eksempeloppgaven.

Intelligenskvotienten (IQ) er et mål på intelligensen til en person. Antall poeng som en tilfeldig valgt person skårer på en IQ-test antar vi i denne oppgaven å være normalfordelt med forventningsverdi $\mu = 100$ og standardavvik $\sigma = 15$.

a) Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig valgt person vil skåre mindre enn 95 poeng på en slik IQ-test.

Mensa Norge er en forening for de som skårer høyest på slike IQ-tester. Kun 2 % av befolkningen kan bli medlem av Mensa.

b) Hvor mange poeng må du minst skåre på en slik test, for å kunne bli medlem av Mensa?

Oppgave 9 (2 poeng)

Tre gutter har tre typer mynter med ulik verdi i lommene. Tabellen nedenfor viser fordelingen av myntene.

Navn	Antall mynter av type 1	Antall mynter av type 2	Antall mynter av type 3	Sum i kroner
Sebastian	3	2	4	120
Markus	2	3	2	75
Matthias	2	5	3	105

Bestem verdien til de tre mynttypene ved å løse et likningssystem.

Oppgave 10 (4 poeng)

a) Forklar at den uendelige rekken nedenfor konvergerer. Bestem summen.

$$7 + \frac{14}{9} + \frac{28}{81} + \frac{56}{729} + \dots$$

b) En gummiball slippes fra en høyde på 10 m. Hver gang ballen treffer bakken, spretter den rett opp $\frac{2}{3}$ av den forrige høyden.

Bestem den totale lengden ballen har tilbakelagt (ned og opp) fra den slippes, til den faller til ro.

Oppgave 11 (5 poeng)

Vi har gitt funksjonen

$$f(x) = (x-1) \cdot e^x, \quad x \in \langle -3, 2 \rangle$$

- Bestem koordinatene til skjæringspunktene mellom koordinataksene og grafen til f .
- Bestem koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f .
- Bestem koordinatene til punktet der grafen til f synker raskest.

DEL 2: 2 timer, 24 poeng

Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon

Oppgave 1 (4 poeng)

a) Det minste tallet som kan skrives som summen av to kubikktall på to måter, er 1729:

$$1729 = 1^3 + n^3$$

$$1729 = m^3 + (m+1)^3$$

Bruk CAS til å bestemme verdien av n og m

b) Det eneste kubikktallet som kan skrives som summen av tre påfølgende kubikktall, er 6^3 .
Bruk CAS til å bestemme de tre kubikktallene ved å løse en likning.

Oppgave 2 (4 poeng)

Ifølge én modell vil størrelsen av Statens pensjonsfond utland, «Oljefondet», følge funksjonen gitt ved

$$f(x) = \frac{3236}{1 + 38,1 \cdot e^{-0,3763x}}$$

Her er x antall år etter 1996, og $f(x)$ angir størrelsen av fondet i milliarder kroner.

Bruk $f''(x)$ til å bestemme når fondet har sin største vekst ifølge denne modellen.
Hvor stor er veksten da? Hvor stort er fondet på dette tidspunktet?

Oppgave 3 (4 poeng)

I bedriften er dagsproduksjonen av en vare x enheter. Kostnadene per enhet er gitt ved

$$E(x) = 0,15x + 7 + \frac{2000}{x}, \quad x \in [10, 300]$$

Etterspørselen etter varen er så stor at alt som produseres, blir solgt. Varen selges for 55 kroner per enhet.

- Bestem et funksjonsuttrykk for totalkostnaden K og inntekten I ved produksjon og salg av x enheter.
- Bestem hvilke produksjonsmengder som gir overskudd, og hvilken produksjonsmengde som gir størst overskudd.

Oppgave 4 (4 poeng)

Ledelsen i et idrettslag planlegger en ukentlig trim året igjennom. De regner med at antall deltakere vil følge modellen

$$D(x) = 120 - 100e^{-0,35x} + 80e^{-0,09x}$$

Her er $D(x)$ antall deltakere per uke x uker etter den første trimuka. Det vil si at $D(0)$ er antall deltakere den første uka, $D(1)$ er antall deltakere den andre uka, og så videre.

- Bruk graftegner til å tegne grafen til D .
- Bestem $\int_0^{20} D(x) dx$. Forklar hva dette svaret forteller oss.

Oppgave 5 (4 poeng)



Ved et treningssenter registrerte de kroppsvekten til alle de 320 kundene.

Gjennomsnittsverken var 79,2 kg med et standardavvik på 6,4 kg. Vi antar at kroppsvekten er normalfordelt.

a) Hvor stor andel av kundene veide mellom 75,0 kg og 85,0 kg?

Treningssenteret vil undersøke om treningen påvirker kroppsvekten. De veier derfor 30 tilfeldig valgte kunder etter en periode med jevnlig trening. Gjennomsnittsverken for disse 30 kundene er 76,0 kg. Vi antar at standardavviket er uendret.

b) Sett opp hypotesene H_0 og H_1 . Undersøk om det er grunnlag for å hevde at gjennomsnittsverken til kundene på treningssenteret har gått ned. Bruk et signifikansnivå på 5 %.

Oppgave 6 (4 poeng)



En person kjøper et hjemmekinoanlegg. Han kan betale 20 000 kroner kontant eller på avbetaling med 729 kroner per måned i 36 måneder. Han velger å kjøpe anlegget på avbetaling. Første avbetaling er én måned etter kjøpsdatoen.

Bestem renten per måned for dette avbetalingstilbudet, og bestem årsrenten.

Vedlegg 1

Standardnormalfordeling

Tabellene nedenfor viser sannsynligheten for $P(Z < z)$ for z-verdier fra $-3,09$ til $3,09$.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990



Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no