

## DEL 1 Uten hjelpemidler

### Oppgave 1 (3 poeng)

Deriver funksjonene

a)  $f(x) = \frac{3}{x^2}$

b)  $g(x) = x \cdot e^{-4x}$

### Oppgave 2 (3 poeng)

Funksjonen  $P$  er gitt ved

$$P(x) = x^3 - 3x^2 + 4, \quad D_p = \mathbb{R}$$

a) Bestem  $P(2)$ .

b) Bruk polynomdivisjon til å faktorisere  $P(x)$  i lineære faktorer.

### Oppgave 3 (4 poeng)

a) Bestem summen av den aritmetiske rekken  $3 + 6 + \dots + 300$

b) Bestem  $a_2$  slik at rekken  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  blir aritmetisk når  $a_1 = 4$  og  $a_n = a_{n-2} + 8$ ,  $n \geq 3$ .

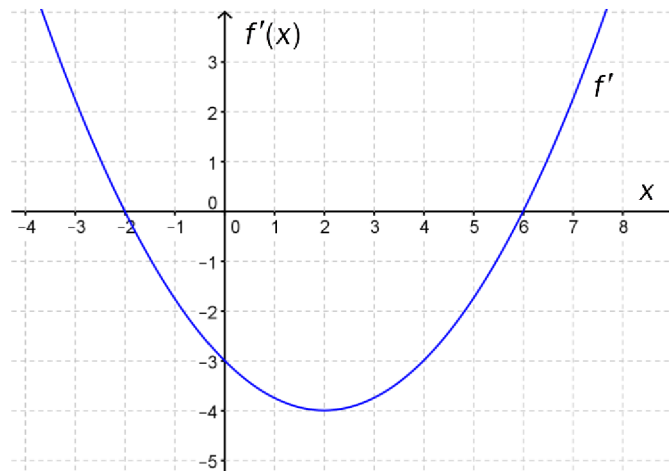
### Oppgave 4 (3 poeng)

Ved en konsert var billettprisen 100 kroner for voksne, 50 kroner for barn og 60 kroner for pensjonister. Det ble solgt 80 billetter til konserten. Billettinntektene var i alt 5 000 kroner. Det ble solgt like mange billetter til barn som til voksne og pensjonister til sammen.

Sett opp et likningssystem og bruk dette til å bestemme antall voksne, antall barn og antall pensjonister som kjøpte billett til konserten.

## Oppgave 5 (7 poeng)

Nedenfor ser du grafen til den deriverte av en funksjon  $f$ .



- Bruk grafen til å bestemme x-koordinaten til eventuelle topp- og bunnpunkt på grafen til  $f$ . Avgjør hvor grafen til  $f$  vokser, og hvor den minker.
- Punktet  $(4, 3)$  ligger på grafen til  $f$ . Bestem likningen til tangenten i dette punktet.
- Tegn fortegnslinjen til  $f''(x)$ . Bruk denne til å bestemme x-koordinaten til vendepunktet på grafen til  $f$ .
- Lag en mulig skisse av grafen til  $f$ .

## Oppgave 6 (4 poeng)

Figurene nedenfor viser fordelingene til de fire binomiske variablene  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  og  $X_4$ .

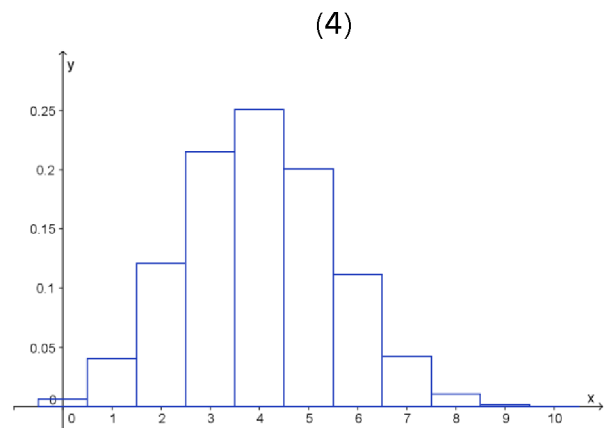
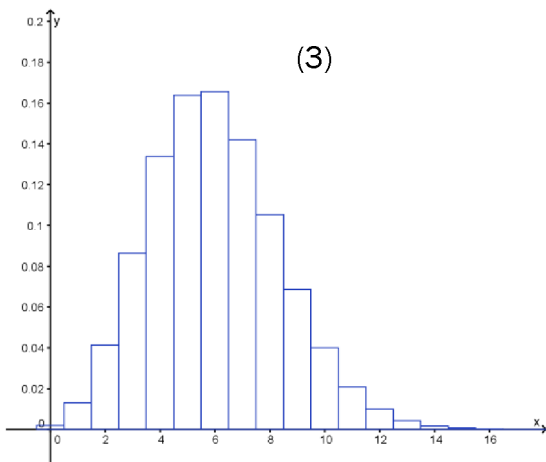
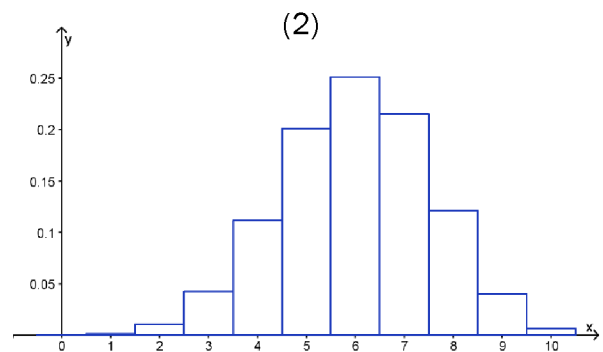
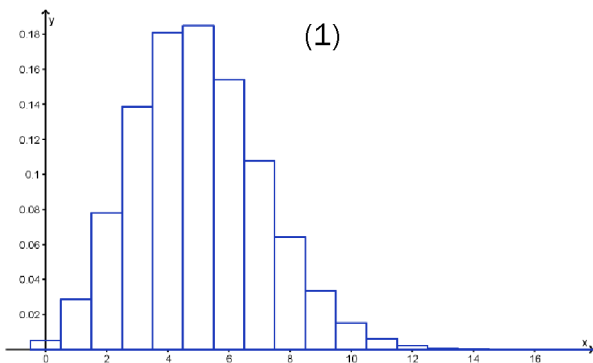
Vi får opplyst at

- $X_1$  har 10 delforsøk og  $p=0,6$  er sannsynligheten for suksess.
- $X_2$  har 100 delforsøk og  $p=0,06$  er sannsynligheten for suksess.
- $X_3$  har 10 delforsøk og  $p=0,4$  er sannsynligheten for suksess.
- $X_4$  har 50 delforsøk og  $p=0,1$  er sannsynligheten for suksess.

a) Hvilken av de grafiske framstillingene nedenfor illustrerer  $X_1$ ?

Avgjør også hvilken grafisk framstilling som illustrerer henholdsvis  $X_2$ ,  $X_3$  og  $X_4$ .

Begrunn svarene.



b) For den ene variabelen er  $P(X \geq 10) = 0,0775$ . Hvilken variabel er dette?

c) Hvilken av de fire binomiske variablene har størst standardavvik?

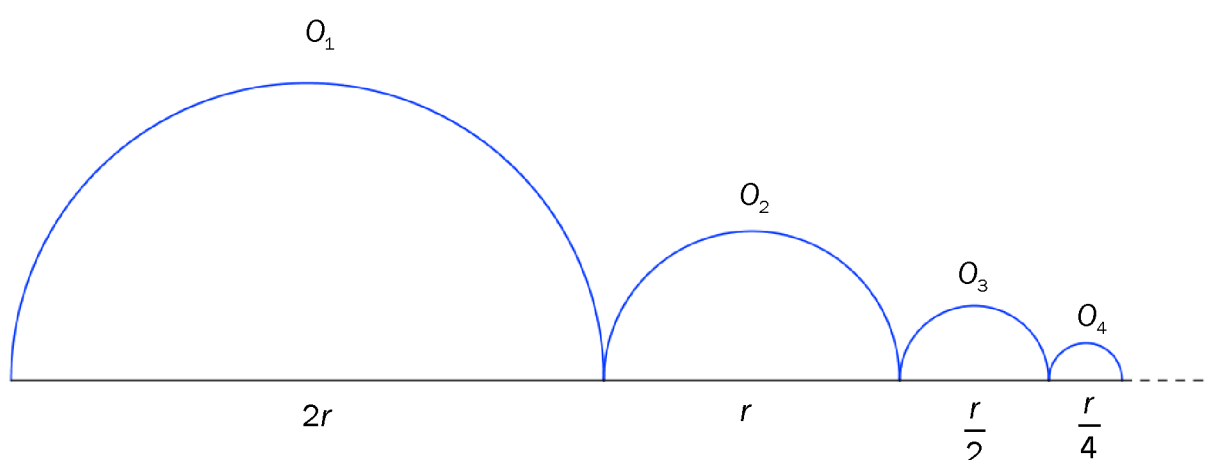
## DEL 2

### Med hjelpemidler

#### Oppgave 1 (3 poeng)

Langs en linje har vi konstruert en rekke halvsirkler som vist på figuren nedenfor. Diameteren til den første halvsirkelen er  $2r$ . Videre er diameteren til den neste halvsirkelen halvparten av diameteren til den foregående.

Vi lar  $O_n$  være lengden av halvsirkelbue nummer  $n$ .



a) Forklar at  $O_1 + O_2 + O_3 + \dots$  blir en uendelig, geometrisk rekke.

b) Bestem summen av rekken i oppgave a). Kommenter svaret.

#### Oppgave 2 (5 poeng)

Tabellen nedenfor viser antall jerv som er registrert døde i noen utvalgte år.

Årstall	1990	1995	2000	2005	2010
Antall døde jerv	2	16	41	63	105

a) Bruk opplysningene i tabellen til å lage en modell som viser antall døde jerv  $x$  år etter 1990. Gi en begrunnelse for modellen din.

b) Hvor mange jerv kan vi forvente blir registrert døde i 2014 ifølge modellen?

c) Hvor mange jerv forventes registrert døde til sammen i årene 1990–2014?

### Oppgave 3 (8 poeng)

En bedrift produserer og selger en vare. Ved en markedsanalyse har de funnet ut at når prisen er  $p$  kroner per enhet, får de solgt  $x$  enheter av varen slik tabellen viser.

$x$	98	510	751	990
$p$	2200	2100	2050	2000

- a) Bruk lineær regresjon til å bestemme et uttrykk  $p(x)$  for prisen  $p$ . Bruk dette til å bestemme et uttrykk  $I(x)$  for inntektsfunksjonen  $I$ .

Bedriften har funnet ut at kostnadene  $K(x)$  (målt i kroner) ved produksjon og salg av  $x$  enheter er gitt ved

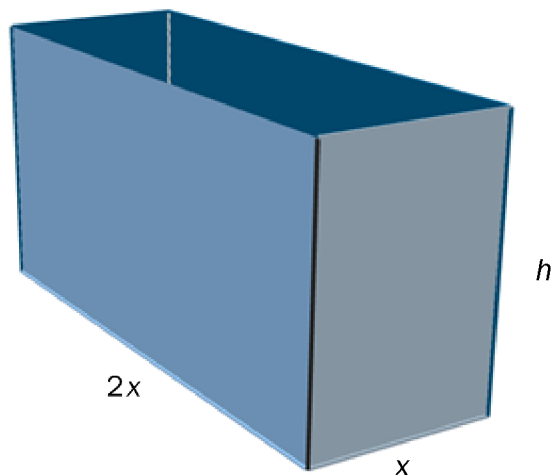
$$K(x) = 0,03x^2 + 15x + 605\,000$$

- b) Bestem grenseinntektene og grensekostnadene ved produksjon og salg av 3 000 enheter. Forklar hvordan vi ut fra dette kan avgjøre om bedriften bør øke eller redusere produksjonsmengden.
- c) Løs ulikheten  $I'(x) > K'(x)$ . Hva forteller svaret oss?
- d) Hvor mange enheter må bedriften produsere og selge for at overskuddet skal bli størst mulig?

## Oppgave 4 (6 poeng)

En bedrift har fått bestilling på en container som skal ha form som et rett prisme uten lokk. Volumet til containerne skal være  $10 \text{ m}^3$ . Lengden skal være dobbelt så stor som bredden.

Vi lar høyden være  $h$  m, bredden  $x$  m og lengden  $2x$  m. Se skissen nedenfor.



a) Vis at høyden  $h$  av containeren er gitt ved

$$h = \frac{5}{x^2}$$

Materialet til bunnen koster 100 kroner per kvadratmeter. Materialet til de fire sidene koster 60 kroner per kvadratmeter.

b) Vis at kostnadene kan skrives som

$$K(x) = 200x^2 + \frac{1800}{x}$$

c) Bestem lengde, bredde og høyde i containeren slik at kostnadene ved å produsere containeren blir minst mulig.

Bestem den minste kostnaden ved å produsere containeren.

## Oppgave 5 (5 poeng)

I sikkerhetskontrollen på en flyplass blir i gjennomsnitt hver tiende passasjer tilfeldig trukket ut for en grundigere kontroll. Om én passasjer blir trukket ut, kan vi se på som et binomisk forsøk med  $p = 0,10$ .

- a) Bestem sannsynligheten for at tre gitte personer som går etter hverandre gjennom sikkerhetskontrollen, blir trukket ut.

Vi lar  $X$  være antallet som blir trukket ut av 1000 passasjerer.

- b) Bestem forventningsverdien  $E(X)$  og standardavviket  $SD(X)$ .

Flyplasspersonalet har en mistanke om at for mange personer blir trukket ut. Av 1000 passasjerer viste det seg at 110 ble trukket ut.

- c) Sett opp en hypotesetest med signifikansnivå 5 %. Avgjør om flyplasspersonalet har grunn til mistanke.

## Oppgave 6 (6 poeng)

Frida ønsker å kjøpe en ny PC som koster 7 995 kroner. Butikken tilbyr henne å kjøpe PC-en på avbetaling. Hun må da betale 36 like store månedlige beløp. Det første skal hun betale om én måned. Den månedlige renten er 1,6 %. I tillegg må hun betale et engangsgebyr på 30 kroner.

- a) Forklar at dersom terminbeløpet er  $x$  kroner, så vil

$$\frac{x}{1,016} + \frac{x}{1,016^2} + \dots + \frac{x}{1,016^{36}} = 8025$$

Løs denne likningen.

Frida vurderer å låne pengene i banken i stedet. Der må hun betale 289 kroner hver måned i 36 måneder. Hun må betale første beløp én måned etter at hun har tatt opp lånet.

- b) Hvilken månedlig rente (i prosent) får hun i banken?

Venninnen Elise har spart 650 kroner hver måned til en slik PC. Sparekontoen har en fast månedlig rente. I dag, like etter den 12. innbetalingen, har hun 8 107 kroner på kontoen.

- c) Bestem den månedlige renten (i prosent) Elise fikk i banken.

## Oppgave 7 (3 poeng)

En type tablett inneholder 60 mg av et bestemt stoff. Når en pasient har dette stoffet i kroppen, vil mengden av stoffet bli halvert i løpet av seks timer.

En pasient får én tablett hver tolvte time.

Hvor mange milligram av stoffet vil maksimalt samles i kroppen etter lang tids bruk?